力学教学·学习辅导系列

教学　学习　考研

理论力学思考题集

哈尔滨工业大学理论力学教研室　编　程　靳　主编

高等教育出版社

力学教程·学习辅导系列

理论力学思考题集

哈尔滨工业大学理论力学教研室　编

程　靳　主编

高等教育出版社

内容简介

本书内容与次序是参照《理论力学》第六版(哈尔滨工业大学理论力学教研室编,高等教育出版社2002年出版)编写的,分为静力学、运动学、动力学及综合类杂题四大部分,包括理论力学概念型、能力型、智力型及综合型题目约1 800题。本书宗旨是考核并提高学生对基本概念理解的深度和广度,提高学生分析问题和解决问题的能力。大多数问题不必计算或只需作少量的运算即可回答。本书思考题数量多,类型全。

本书可供高等工科院校本科、高职高专与成人高校学生使用,对报考研究生的同学也极有裨益,更是理论力学教师十分有益的参考书。本书也可以作为思考题类试题库使用。

图书在版编目(CIP)数据

理论力学思考题集/程靳主编.—北京:高等教育出版社,2004.11

ISBN 7-04-014474-3

Ⅰ.理… Ⅱ.程… Ⅲ.理论力学-高等学校-习题 Ⅳ.O31-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2004)第101849号

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010-64054588
社　　址	北京市西城区德外大街4号	免费咨询	800-810-0598
邮政编码	100011	网　　址	http://www.hep.edu.cn
总　　机	010-58581000		http://www.hep.com.cn
经　　销	新华书店北京发行所		
印　　刷	济南新华印刷厂		
开　　本	787×960　1/16	版　　次	2004年11月第1版
印　　张	25	印　　次	2004年11月第1次印刷
字　　数	470 000	定　　价	28.60元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有　侵权必究

物料号:14474-00

序

随着计算机的普及，力学中的手算方法将逐渐被电算所取代。但与此同时，对力学中的基本理论、基本概念理解的深度和广度以及学生运用这些理论和概念的能力变得更加重要了。因为这是将实际的力学问题化为计算机运算过程中最重要的一环。然而更重要的原因还在于：学生对这些基本理论和概念理解的深度和广度以及运用的能力，是学生理解后续课程以及分析和解决理论问题或工程实际力学问题的基础。

鉴于上述原因，近些年来，理论力学思考题已普遍受到各院校的重视，在各类试题中思考题已占有相当比重，大家希望能有一本理论力学思考题集来作为教学参考书。本书正是基于这一要求而编写的。

本书最早是由程靳于20世纪80年代后期编写的，当时编写了1 288题，其中有些题目选自国内外各种书刊、试题，有些是从学生的作业及答疑中总结出来的，但大部分是自己编写的。2000年，我们曾编写了《理论力学思考题解及思考题集》(程靳主编，哈尔滨工业大学出版社出版)，但题目相对较少。这次重新编写时，增加了很多题目。选编题目的宗旨是：力求提高学生对基本概念理解的深度和广度，提高学生分析和解决问题的能力，增强学生的智力及解题技巧。基于这一宗旨，书中的题目大多是能力型或智力型的，也有一些概念性、趣味性的，还有少量证明题。

本书中的绝大多数题目适合于大学本科学生使用，大多数题目亦可为高职高专与成人高校学生使用；书中大量题目可供报考研究生的同学使用，一些较难的题目可作为教师教学的参考。本书题量较大，有的题目较简单，多数题目难易适中，学生适当地或深入地思考后即可回答；也有的题目较难，个别题目很难，只能定性地分析或回答。因此，教师应有计划地从中选择一部分题目供学生练习。

书中大量题目旨在考核并提高学生的智力和能力，这些题目一般都不必进行计算，或只需作少量运算即可回答，很适合作试题用。由于是客观性题目，批卷公正容易，因此本书亦可作为思考题类的试题库。

本书最初经王铎教授、谈开孚教授、王宏钰教授审阅，哈尔滨工业大学理论力学教研室全体教师都为本书提供了宝贵意见和建议，在此表示感谢。

清华大学贾书惠教授担任本书的主审，提出了许多宝贵建议，在此亦表示感谢。

本书由程靳主编，参加编写的有程燕平、程靳、毕贤顺、张莉、袁家欣等。全书由程燕平统稿。

编著者

2003年4月

目　录

第一章　静力学公理和物体的受力分析 …… 1
第二章　平面汇交力系与平面力偶系 …… 11
第三章　平面任意力系 …… 26
第四章　空间力系 …… 58
第五章　摩擦 …… 75
第六章　点的运动学 …… 91
第七章　刚体的简单运动 …… 99
第八章　点的合成运动 …… 108
第九章　刚体的平面运动 …… 130
第十章　质点动力学的基本方程 …… 158
第十一章　动量定理 …… 167
第十二章　动量矩定理 …… 176
第十三章　动能定理 …… 192
第十四章　基本定理综合应用 …… 199
第十五章　达朗贝尔原理(动静法) …… 216
第十六章　虚位移原理 …… 228
第十七章　非惯性系中的质点动力学 …… 239
第十八章　碰撞 …… 242
第十九章　分析力学基础 …… 248
第二十章　机械振动基础 …… 254
第二十一章　刚体绕定点运动、自由刚体运动、刚体运动的合成·陀螺仪近似理论 …… 266
第二十二章　变质量动力学 …… 275
第二十三章　杂题 …… 277
答案或提示 …… 314
参考文献 …… 392

第一章　静力学公理和物体的受力分析

【1-1】　下列说法是否正确：

A. 处于平衡状态的物体可视为刚体。

B. 变形微小的物体可视为刚体。

C. 在研究物体机械运动时，物体的变形对所研究问题没有影响，或影响甚微，此时物体可视为刚体。

D. 在任何情况下，任意两点的距离保持不变的物体为刚体。

【1-2】　下列说法是否正确：

A. 力是滑动矢量，可沿作用线移动。

B. 力对物体的作用效应分为外效应（运动效应）和内效应（变形效应），理论力学中主要研究的是力的外效应。

【1-3】　力对物体的作用效应一般分为外效应和内效应，平衡力系对刚体的作用效应是什么？

【1-4】　用矢量 $\boldsymbol{F}=F_x\boldsymbol{i}+F_y\boldsymbol{j}+F_z\boldsymbol{k}$ 能完整地表示力的三要素吗？

【1-5】　说明下列式子与文字的意义和区别：

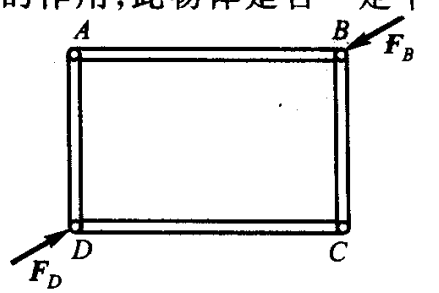
(1) $\boldsymbol{F}_1=\boldsymbol{F}_2$；(2) $F_1=F_2$；(3) 力 $\boldsymbol{F}_1$ 等效于力 $\boldsymbol{F}_2$。

【1-6】　试区别 $\boldsymbol{F}_R=\boldsymbol{F}_1+\boldsymbol{F}_2$ 和 $F_R=F_1+F_2$ 两个等式代表的意义。

【1-7】　为什么说二力平衡条件、加减平衡力系原理和力的可传性都只能适用于刚体？

【1-8】　若物体受到两个等值、反向、共线的力的作用，此物体是否一定平衡？

【1-9】　4 根无重杆件铰接如图所示。现在 B，D 两点加一对等值、反向、共线的力。此系统是否能够平衡？为什么？



题 1-9 图

【1-10】　力的可传性的适用范围是什么？

【1-11】　力的平行四边形法则、作用和反作

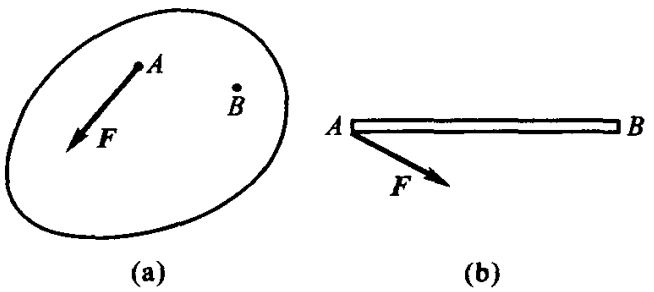
用定律的适用范围分别是什么？

【1－12】 二力平衡条件与作用力和反作用力定律都是二力等值、反向、共线，二者有什么区别？

【1－13】 如果物体在某个平衡力系作用下处于平衡，那么再加上一个平衡力系，该物体是否一定仍处于平衡状态？需要什么条件？

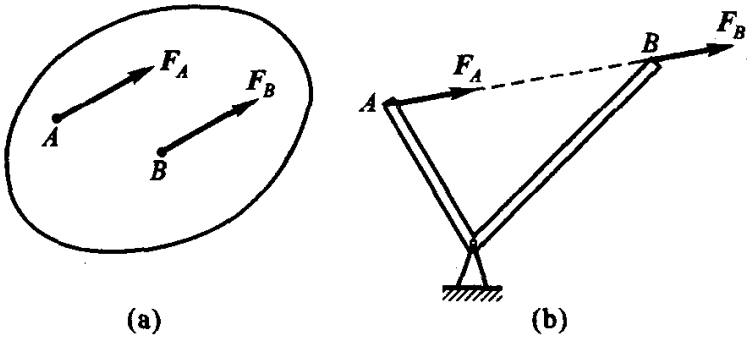
【1－14】 作用在平衡物体上的力系是否一定是平衡力系？

【1－15】 刚体上 A 点受力 $\boldsymbol{F}$ 作用，如图所示，问能否在 B 点加一个力使刚体平衡？为什么？



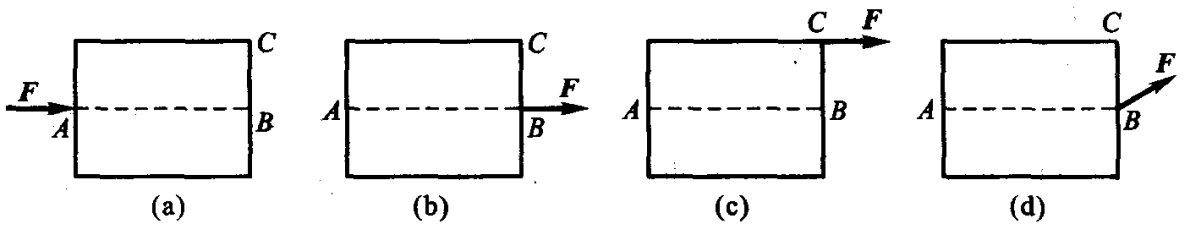
题 1－15 图

【1－16】 作用在同一刚体上的两个力等效的条件是什么？图中力 $\boldsymbol{F}_A$ 与 $\boldsymbol{F}_B$ 相等，问这两个力对刚体的作用效果是否相同？



题 1－16 图

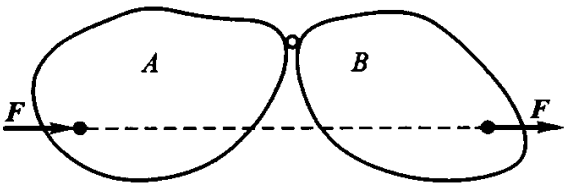
【1－17】 图示四种情况，力 $\boldsymbol{F}$ 对刚体的作用效果是否相同？



题 1－17 图

【1－18】 如图所示，一力 $\boldsymbol{F}$ 从 A 物体上沿力的作用线传递到 B 物体上，不

影响两个物体间的作用力和反作用力。这种说法是否正确？为什么？



题 1－18 图

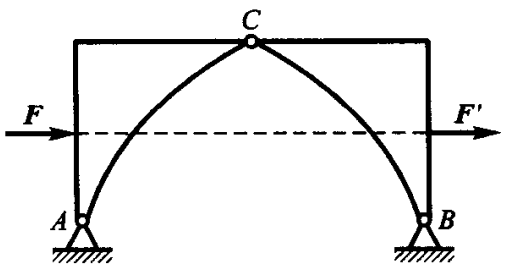
【1－19】 按力的可传性原理，将作用于构件 AC 上的力 $\boldsymbol{F}$ 沿其作用线移至构件 BC 上，如图所示，下列说法正确吗？

A. 当以 ACB 整体为研究对象列平衡方程时可用。

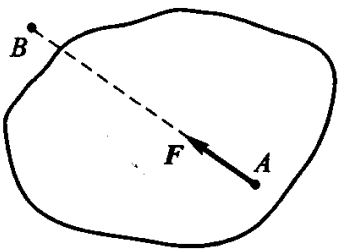
B. 分别以 AC，BC 为研究对象列平衡方程时可用。

C. 无论研究对象如何，列平衡方程时都无影响。

【1－20】 图示刚体，根据力的可传性，是否能将力 $\boldsymbol{F}$ 由 A 点（图上一点）移到 B 点（图外一点）？

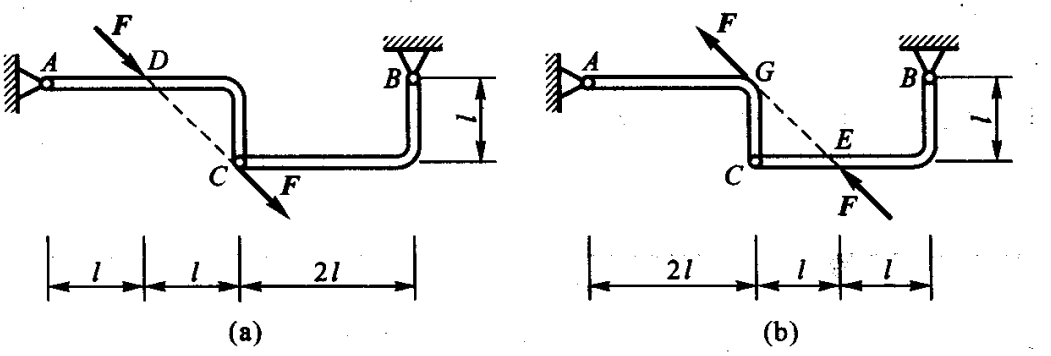


题 1－19 图



题 1－20 图

【1－21】 图示结构中，图(a)所示力 $\boldsymbol{F}$ 由 D 点移到 C 铰；图(b)所示力 $\boldsymbol{F}$ 由 E 点移至 G 点。试问支座 A，B 的约束力是否变化？



题 1－21 图

【1－22】 作用在刚体上的三个力互相平衡时，这三个力的作用线是否一定在同一平面内？

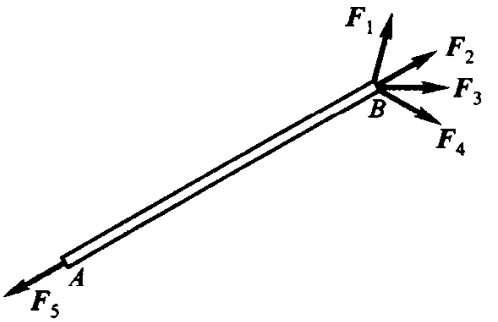
【1－23】 如果作用于刚体上的三个力汇交于一点，该刚体是否一定平衡？

【1－24】 刚体在三个力作用下处于平衡时，这三个力是否一定汇交于一

点？

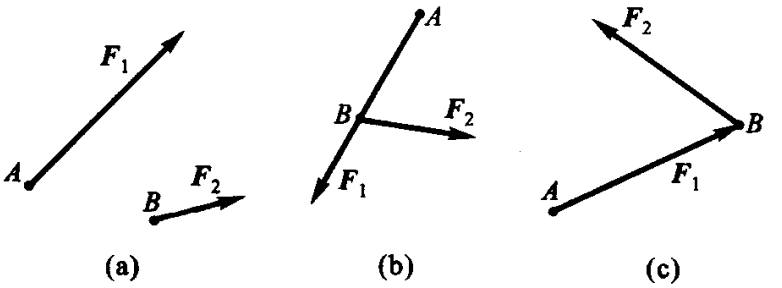
【1－25】 刚体上三力汇交于一点，但不共面，此刚体能平衡吗？

【1－26】 如图所示，AB 杆自重不计，在 5 个已知力作用下处于平衡，则作用于 B 点的 4 个力的合力 $\boldsymbol{F}_R$ 的大小和方向如何？



题 1－26 图

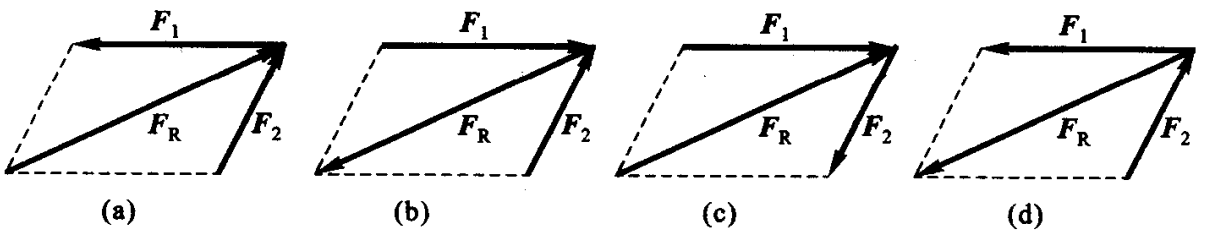
【1－27】 刚体上力 $\boldsymbol{F}_1$，$\boldsymbol{F}_2$ 分别作用于 A，B 两点，试求其合力的大小、方向及作用线。



题 1－27 图

【1－28】 所有矢量(包括力)都可以利用平行四边形法则合成，这种说法是否正确？

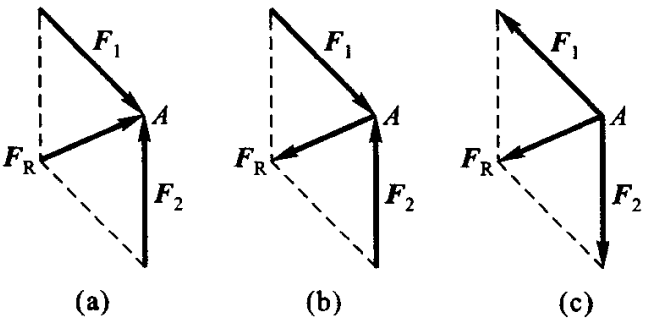
【1－29】 图中各种求合力 $\boldsymbol{F}_R$ 的方法是否正确？



题 1－29 图

【1－30】 如图所示，三个平行四边形，各力的作用点都在 A 点。试问各图

中力 F_R 各代表什么力学意义？

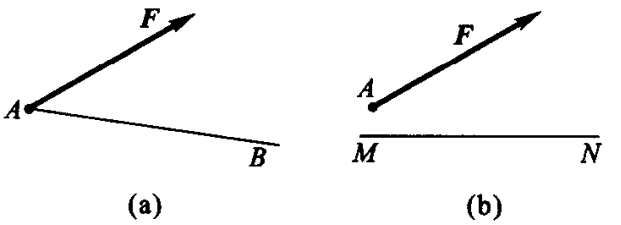


题 1－30 图

【1－31】 试将作用于 A 点的力 F 分别以下述条件分解为两个力：

(1) 图(a)中一分力沿 AB 方向，且两分力大小相等。

(2) 图(b)中一分力与 MN 平行，且另一分力数值为最小。



题 1－31 图

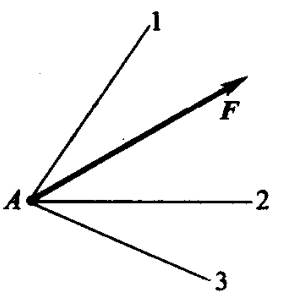
【1－32】 将一个力沿同平面内的三个方向 1，2，3 分解，如图所示。问在下述情况下有几种解：

(1) 已知三个分力的作用线 1，2，3。

(2) 已知三个分力的作用线及其中一个分力的大小。

(3) 已知第一个分力的大小、方向及第二个分力的方向，而第三个分力的大小及作用线 3 均未知。

(4) 已知两个分力的大小、方向，而第三个分力的大小及作用线 3 均未知。



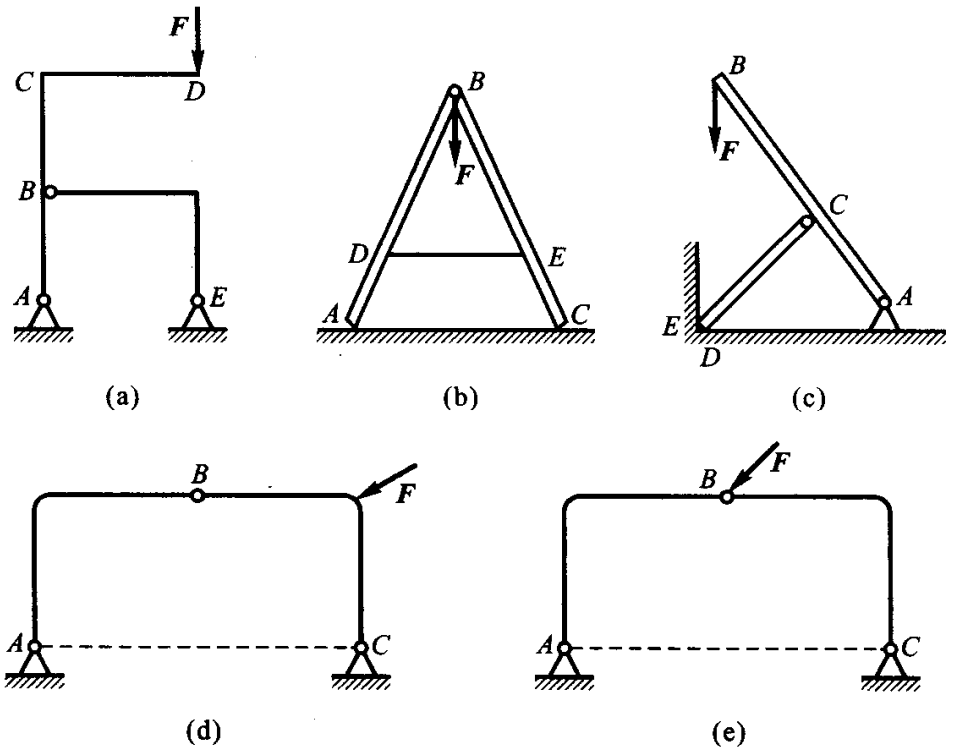
题 1－32 图

【1－33】 已知合力的大小、方向以及一个分力的大小和另一个分力的方向，有几种解？

【1－34】 已知合力的大小、方向以及两个分力的大小，有几种解？

【1－35】 已知一个分力的大小、方向，还知道合力的方向和另一个分力的大小，有几种解？

【1－36】 什么叫二力构件？分析二力构件受力时与二力构件的形状有关系吗？其约束力的作用线如何确定？图示哪些杆件是二力构件？

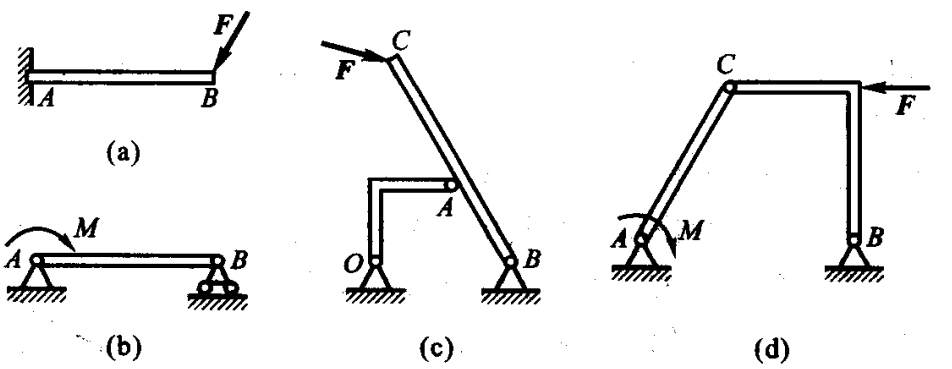


题 1－36 图

【1－37】 只在两点受力的构件是不是二力构件？为什么？

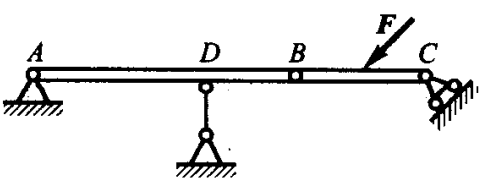
【1－38】 凡两端用铰链连接的构件都是二力构件吗？

【1－39】 图中哪些杆为二力杆(各杆自重不计)？



题 1－39 图

【1－40】 图中 A，B，C，D 处皆为铰链，杆重不计，问：

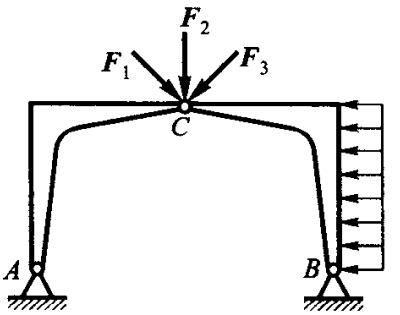


题 1－40 图

(1) AB 杆上无主动力作用，因此 AB 杆为二力杆，对吗？

(2) AD 段内无外力作用，因此 AD 段为二力杆，对吗？

【1－41】 图示三铰拱，各构件自重不计，系统受力如图。问构件 AC 是否为二力构件？



题 1－41 图

【1－42】 约束力的方向总是与被约束物体的运动方向一致，这种说法是否正确？

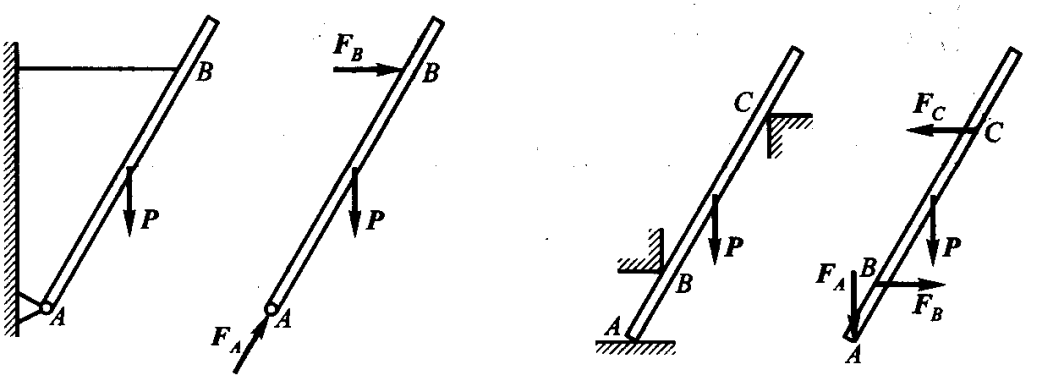
【1－43】 柔性体约束的约束力，其作用线沿柔性体的中心线，指向必定背离被约束物体，这种说法是否正确？

【1－44】 光滑圆柱形铰链约束的约束力，一般可以用两个相互垂直的分力表示，该两个分力是否一定沿水平和铅直方向？是否一定用两个相互垂直的分力表示？

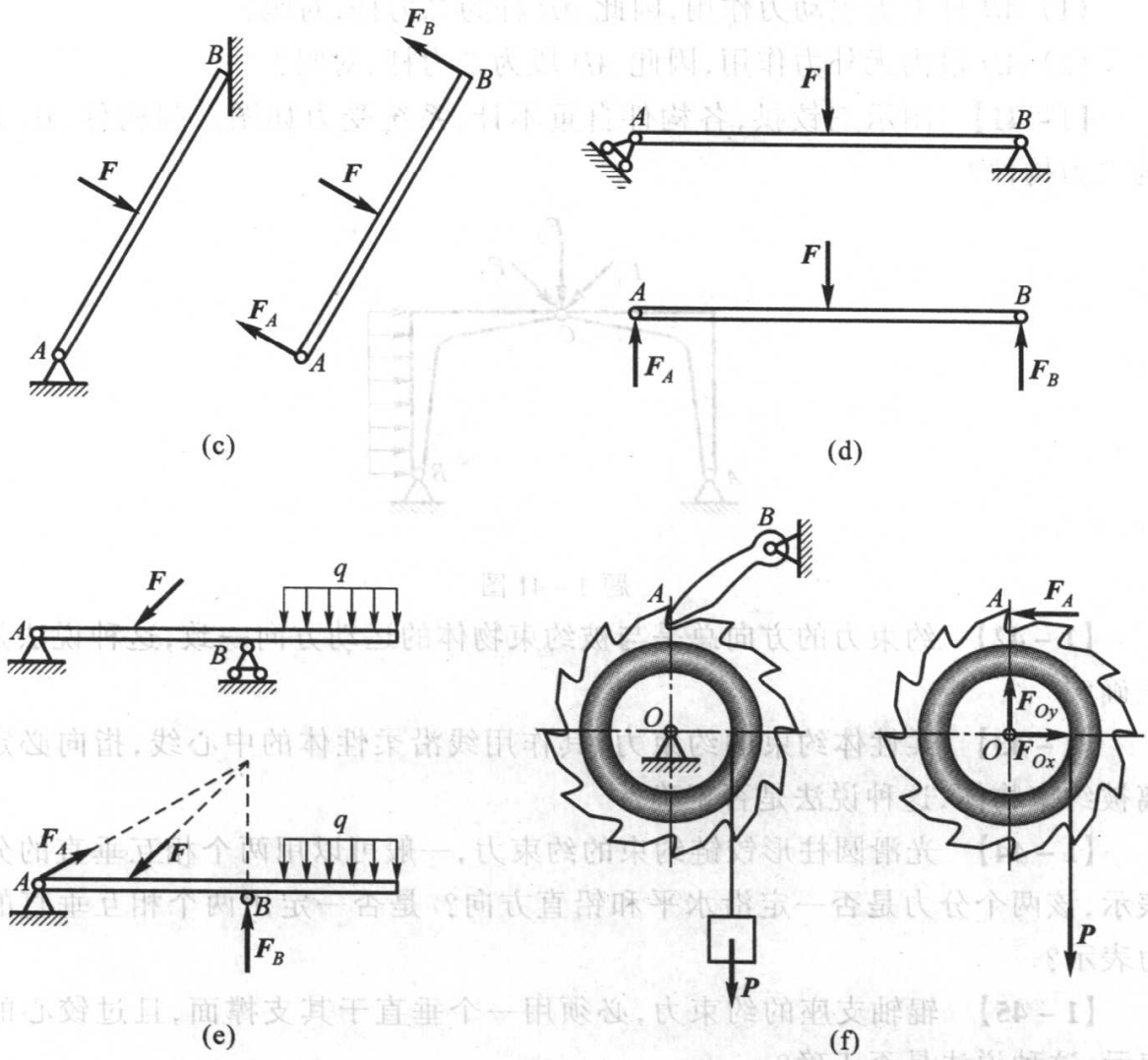
【1－45】 辊轴支座的约束力，必须用一个垂直于其支撑面，且过铰心的力表示，这种说法是否正确？

【1－46】 在平面约束中，由约束本身的性质就可以确定约束力方位的约束有哪些？可以确定约束力方向的约束有哪些？不能确定方向的约束有哪些？（各写出两种约束。）

【1－47】 图示各物体的受力图是否错误？如何改正？

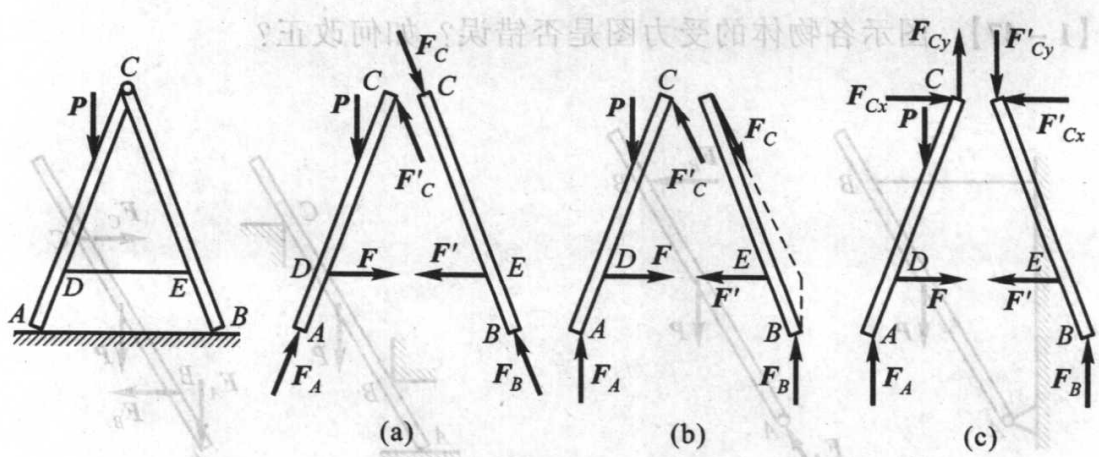


(a)　　(b)



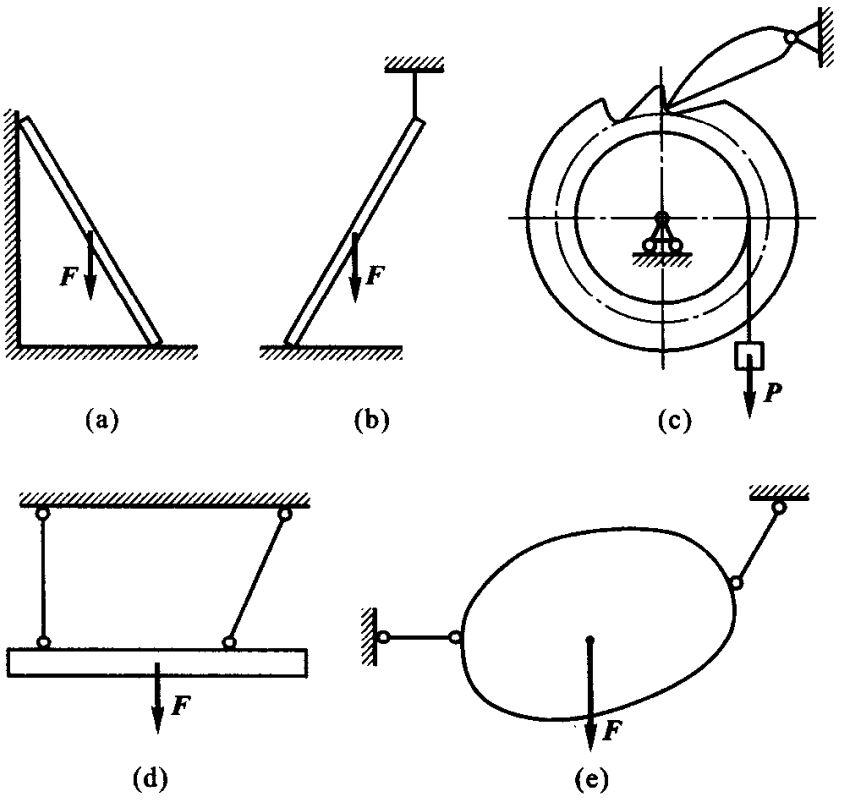
题 1-47 图

【1-48】 下列受力图哪些正确，哪些不正确。（不计摩擦，*DE* 为细绳。）



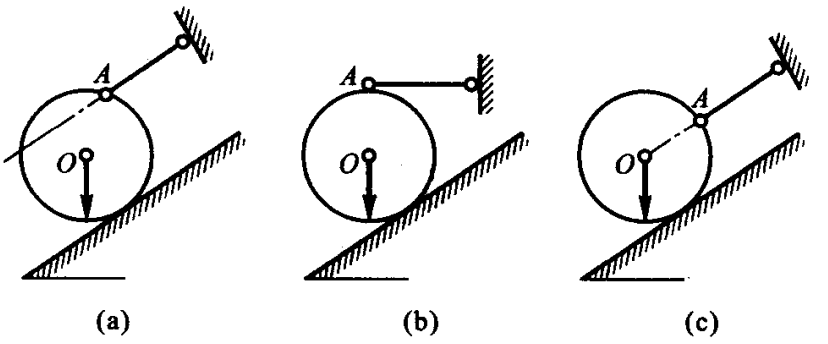
题 1-48 图

【1－49】 无摩擦情况下，图示物体是否平衡？



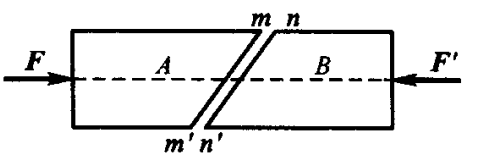
题 1－49 图

【1－50】 均质轮重 P，以绳系住 A 点，静止放在光滑斜面上，如图(a)，(b)，(c)所示，哪一种情况均质轮能处于平衡状态？为什么？



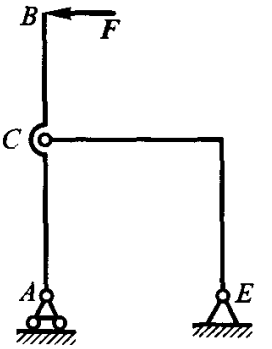
题 1－50 图

【1－51】 楔形块 A，B 置于光滑的水平面上，接触面 mm'，nn' 光滑。如图所示，若其上分别作用两个等值、反向、共线的力 F 和 F'，试问此两刚体是否平衡？为什么？



题 1－51 图

【1－52】 如图所示结构，若力 F 作用在 B 点，系统能否平衡？若力仍作用在 B 点，但可任意改变力 F 的方位(作用线)，系统能否平衡？



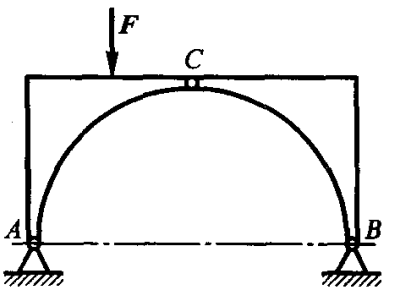
题 1－52 图

【1－53】 如将图中的载荷 F 作用于铰链 C 处。

(1) 试分别画出左、右两拱及销 C 的受力图。

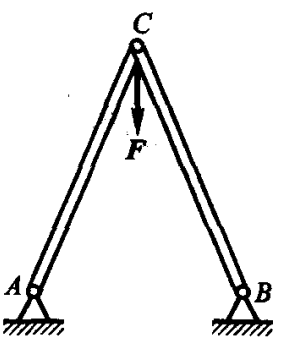
(2) 若销钉 C 属于 AC，分别画出左、右两拱的受力图。

(3) 若销钉 C 属于 BC，分别画出左、右两拱的受力图。



题 1－53 图

【1－54】 如图所示对称结构，力 F 作用于销钉 C 上，杆 AC 和 BC 自重不计。试问销钉 C 对杆 AC 和杆 BC 的作用力是否等值、反向、共线？



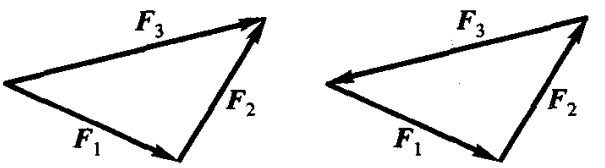
题 1－54 图

第二章　平面汇交力系与平面力偶系

【2-1】　合力是否一定比分力大?

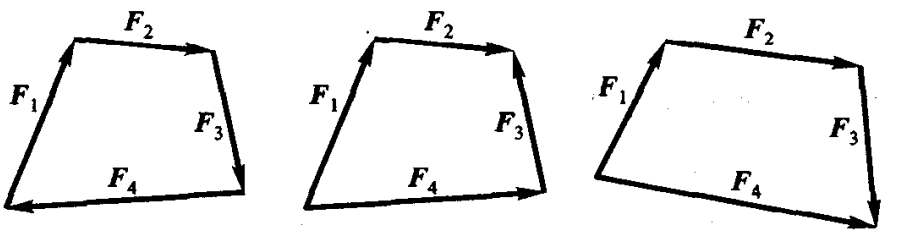
【2-2】　如果将一个合力分解为两个分力,能否得到确定的解?要想得到确定的解,需要哪些条件?

【2-3】　如图所示,两个力三角形中三个力的关系是否一样?



题 2-3 图

【2-4】　平面汇交力系合成与平衡时所画出的两种力多边形有何不同?若汇交的 4 个力的力矢符合图示的图形,问此 4 个力的关系如何?



题 2-4 图

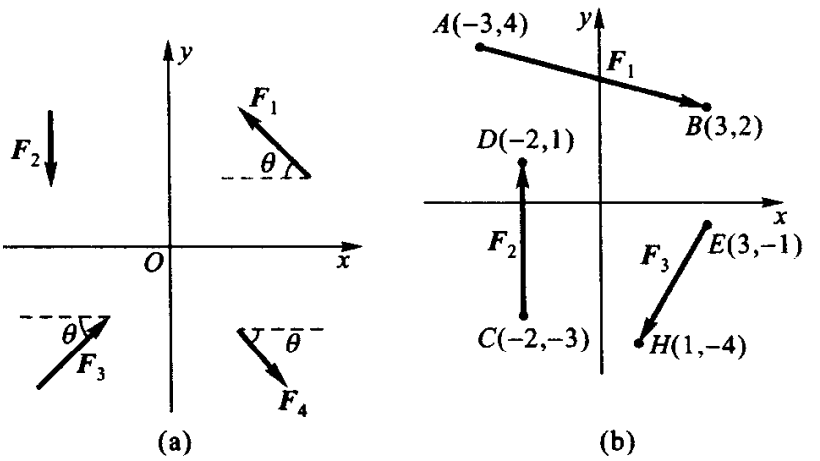
【2-5】　若作用于 A 点的两个大小不等的力 F_1,F_2,沿同一直线但方向相反,则其合力如何表示?

【2-6】　用解析法求平面汇交力系的合力时,若取不同的直角坐标轴,所求得的合力是否相同?

【2-7】　若两个力在同一轴上的投影相等,则这两个力是否一定相等?若两个力的大小相等,则它们在同一轴上的投影是否一定相等?

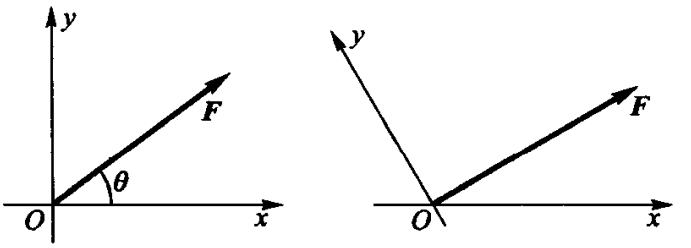
【2-8】　若力在某轴上的投影为零,则该力是否一定为零?

【2-9】 写出图中各力在坐标轴 x 和 y 上的投影，并由此归纳求力在坐标轴上的投影时如何确定投影的大小和正、负号。



题 2-9 图

【2-10】 力 F 沿轴 Ox，Oy 的分力与力在两轴上的投影有何区别？试以图示两种情况说明。



题 2-10 图

【2-11】 在何种情况下力在坐标轴上的投影和力沿坐标轴的分力大小相等？

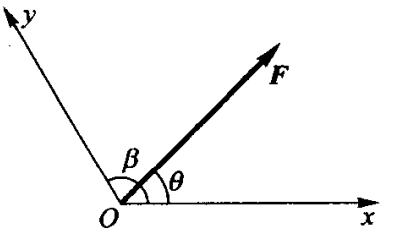
【2-12】 一个力在任意轴上的投影大小一定小于或等于该力的模，而沿该轴的分力的大小可能大于该力的模，这种说法是否正确？

【2-13】 若将力沿两个不互相垂直的轴分解，则分力的大小是否一定与投影不等？

【2-14】 设力 F 在 x 轴上的投影为 F，则该力在与 x 轴共面的任意轴上的投影能否为零？

【2-15】 已知力 F 沿直线 AB 作用，其中一个分力的作用线与 AB 成 30° 角，若欲使另一个分力的大小最小，则此二分力之间的夹角为多少度？

【2-16】 如图所示，欲使力 F 沿 x，y 分力的大小相等，则 θ 和 β 角分别等于多少？欲使力 F 在 x，y 轴上的投影相等，则 θ 和 β 角分别等于多少？



题 2 - 16 图

【2 - 17】 作用在刚体上仅有两个力，且有 $\boldsymbol{F}_A + \boldsymbol{F}_B = \boldsymbol{0}$，则此刚体是否一定平衡？

【2 - 18】 汇交于一点的三个平衡力，只要其中的两个力在同一直线上，则不共线的第三个力是否必定为零？

【2 - 19】 平面汇交力系有几个独立的平衡方程？可以求解几个未知量？

【2 - 20】 平面汇交力系平衡的几何条件是什么？平面汇交力系平衡的解析条件是什么？

【2 - 21】 用解析法求平面汇交力系的平衡问题时，x 与 y 两轴是否一定相互垂直？当 x 与 y 轴不相互垂直时，建立的平衡方程：

$$\sum F_x = 0, \sum F_y = 0$$

能满足力系的平衡条件吗？

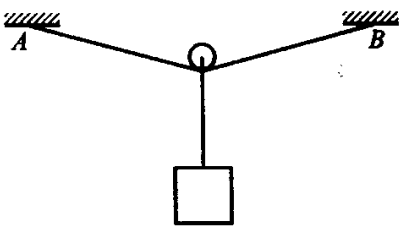
【2 - 22】 能否利用两个取矩方程 $\sum M_A(\boldsymbol{F}) = 0, \sum M_B(\boldsymbol{F}) = 0$，求解平面汇交力系的平衡问题？为确保合力 $\boldsymbol{F}_R = 0$，矩心 A，B 与汇交 O 点之间有何限制条件？

【2 - 23】 能否用一个投影方程 $\sum F_x = 0$ 及一个取矩方程 $\sum M_A(\boldsymbol{F}) = 0$，求解平面汇交力系的平衡问题？有什么限制条件？

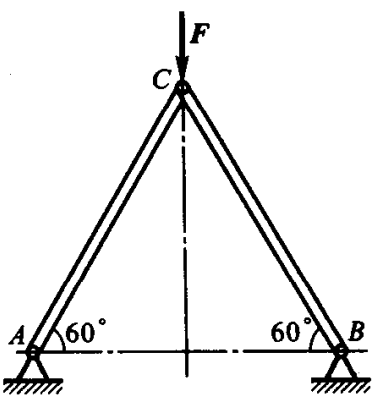
【2 - 24】 输电线跨度 l 相同，电线下垂量 h 越小，电线越易于拉断，为什么？

【2 - 25】 绳索 AB 两端固定在水平面上，绳上有一动滑轮，滑轮下悬挂重物。为什么滑轮只能在绳的中点平衡？

【2 - 26】 图示结构，各杆自重不计，受到力 $\boldsymbol{F}$ 作用，则支座 A 的约束力是多少？



题 2 - 25 图



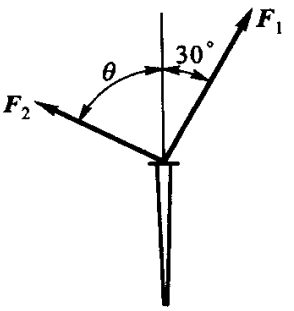
题 2 - 26 图

【2-27】 在拔桩时，桩上已经作用了一个与铅直方向夹角为30°的力 F_1。现欲加一个力 F_2，力 F_2 与铅直方向夹角为 θ，为使力 F_1 与力 F_2 的合力在铅直方向，下述说法是否正确：

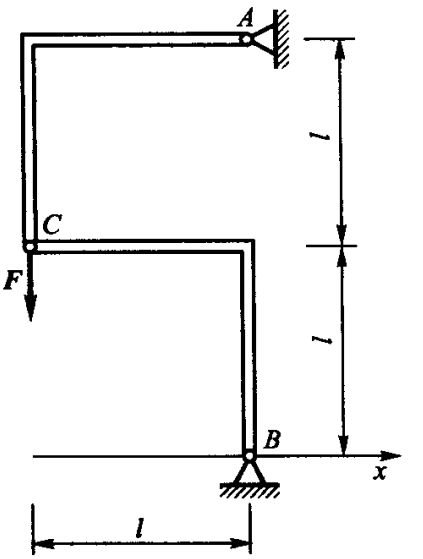
A. F_2 与铅直方向的夹角必等于30°。

B. 对于 $0° < \theta < 90°$ 内的任意角 θ，只要选择适当的 F_2 的大小，总可以使合力在铅直方向上。

C. 只要 F_2 和 F_1 大小相等，则合力必在铅直线上。



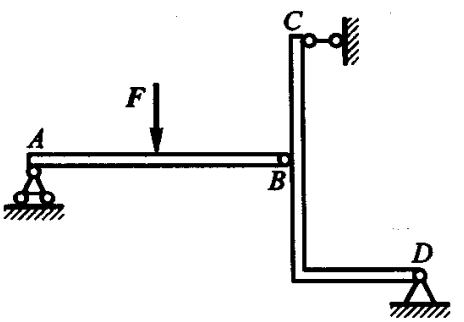
题2-27图



题2-28图

【2-28】 图示结构，各杆自重不计，在铰 C 处受力 F 作用，则 A，B 处约束力的方位如何？

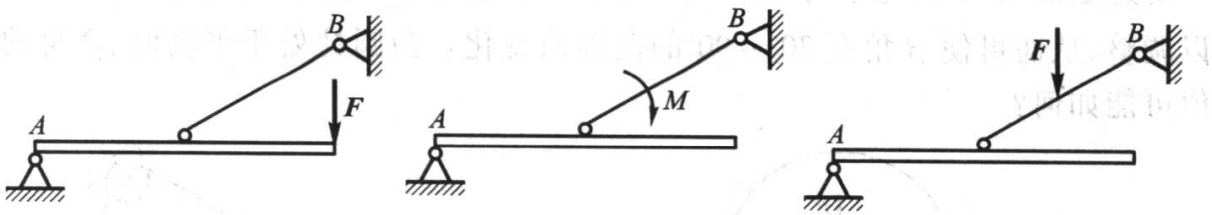
【2-29】 图示结构，各杆自重不计。若系统受力 F 作用，则 D 处约束力的方位如何？



题2-29图

【2-30】 画出图示各种情况 A，B 两处约束力的方位和指向。

【2-31】 图示系统无摩擦，球重 P，三角木块重量不计，挡块 G 高度为 h。



题 2 - 30 图

为使系统处于平衡，下述说法是否正确：

A. 能使系统平衡的 h 值是唯一的。

B. 任意的 h 值都能使系统平衡。

C. 无论 h 值取为何值，系统都不能平衡。

D. 只要 h 值在某一范围内，系统就能平衡。

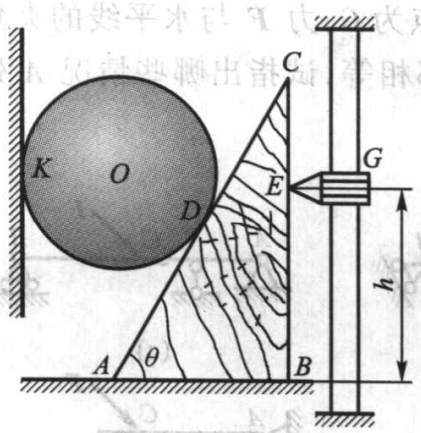
【2 - 32】 图示系统，AB 杆与铅直线交角为 θ，AB 杆为均质杆，圆销 C 是固定的，无摩擦，下述说法是否正确：

A. 能使 AB 杆平衡的 θ 角是唯一的。

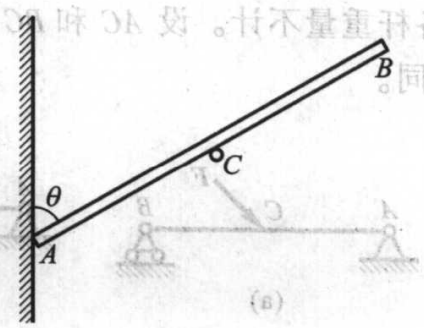
B. 能使 AB 杆平衡的 θ 角不是唯一的，而是在某一个范围内。

C. 任何 θ 角都不能使 AB 杆平衡。

D. 只要 AB 杆的重心在销子的外侧(即在 BC 之间)，则任意小于 90°的 θ 值都能使 AB 杆平衡。



题 2 - 31 图

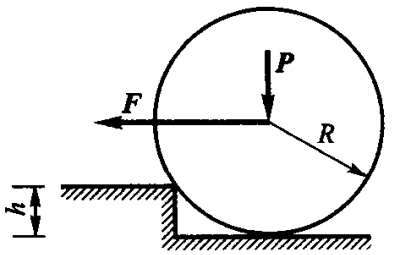


题 2 - 32 图

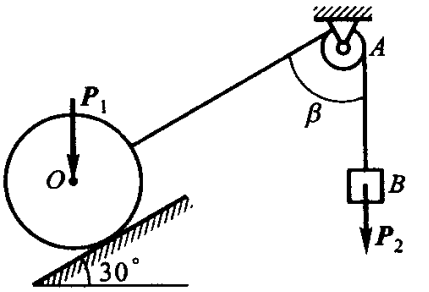
【2 - 33】 如图所示，滚子的重量 $P = 800$ N，其半径 $R = 400$ mm。现有一人用固联于滚子中心的绳索要将它拉过 $h = 80$ mm 的石坎，此人最大的拉力 $F = 480$ N。试问此人沿水平方向拉能否把滚子拉过石坎？

【2 - 34】 均质圆柱的重量 $P_1 = 400$ N，放在倾角为 30°的光滑斜面上，并用

一绕过定滑轮 A 的绳索与重量 $P_2 = 200$ N 的重物 B 相连。定滑轮 A 的位置可以调整，从而可使 β 角在 30° ~ 90°的范围内变化。当圆柱处于平衡时，β 角的取值可能如何？

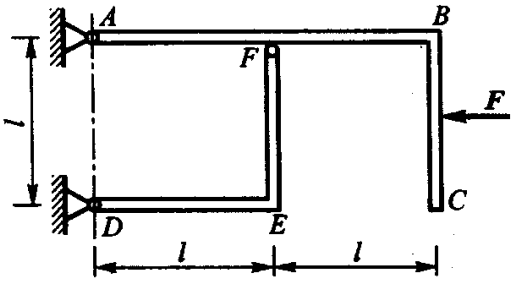


题 2 - 33 图



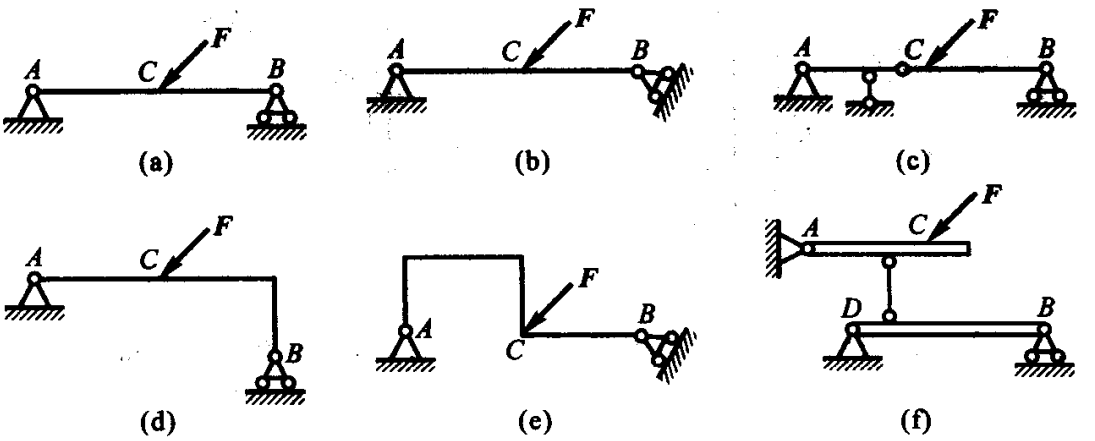
题 2 - 34 图

【2 - 35】 图示结构，两直角刚杆 ABC，DEF 在 F 处铰接。若各杆自重不计，则垂直 BC 的力 F 由 B 点移到 C 点的过程中，D 处约束力的变化范围如何？



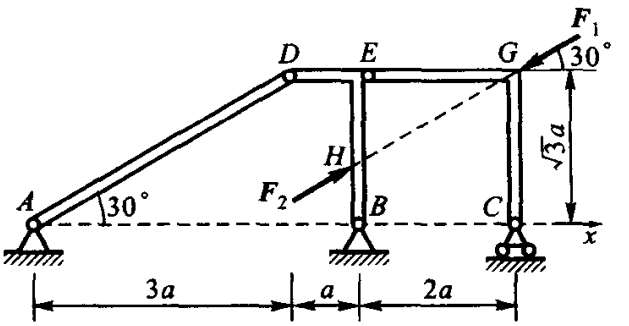
题 2 - 35 图

【2 - 36】 图示各种情况下，力 F 的作用点为 C，力 F 与水平线的夹角都相等，各杆重量不计。设 AC 和 BC 的水平距离都相等，试指出哪些情况 A 处约束力相同。



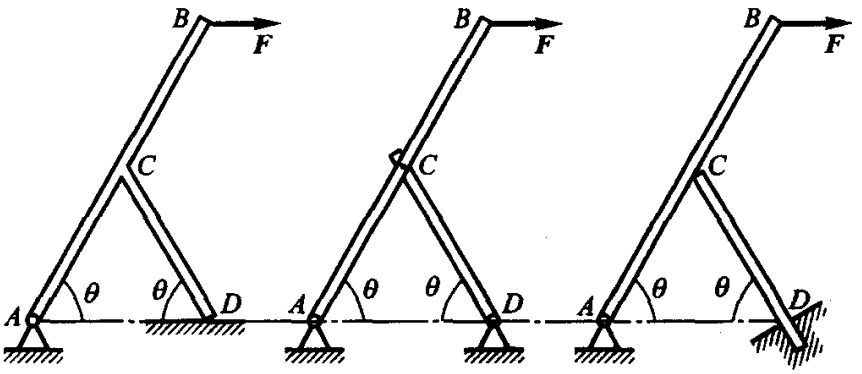
题 2 - 36 图

【2－37】 图示结构中，各构件的自重不计，其上受两个等值、反向、共线的力 F_1 和 F_2 作用，则支座 B 处的约束力方位如何？



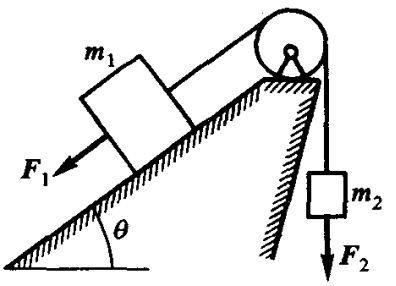
题 2－37 图

【2－38】 图示三种结构，构件自重不计，忽略摩擦，$\theta = 60°$。如 B 处作用相同的作用力 F，问铰链 A 处的约束力是否相同？

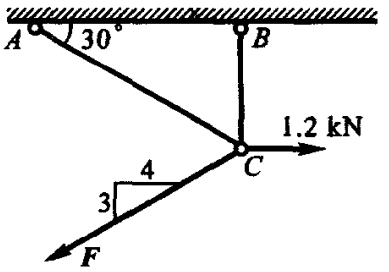


题 2－38 图

【2－39】 图示系统中，质量分别是 m_1 和 m_2 的重物由绳索绕过定滑轮连接起来，图中两个物块恰好处于平衡状态。若在 m_1 上加上力 F_1，在 m_2 上加上力 F_2，方向如图。不计摩擦，问为使物块仍然处于平衡状态，应满足何种条件？



题 2－39 图



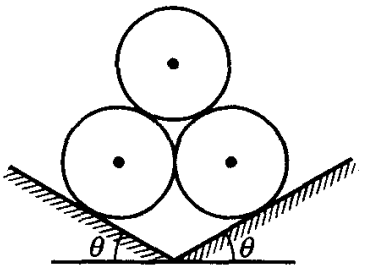
题 2－40 图

【2－40】 图示结构，杆 AC 与 BC 铰接于 C 点，其自重不计，杆 BC 铅直，杆 AC 与水平线夹角为 30°。在 C 点作用有 1.2 kN 的力和另一力 F。若使杆 AC 与 BC 不承受压力，则力 F 的大小是否可以大于 1.5 kN？

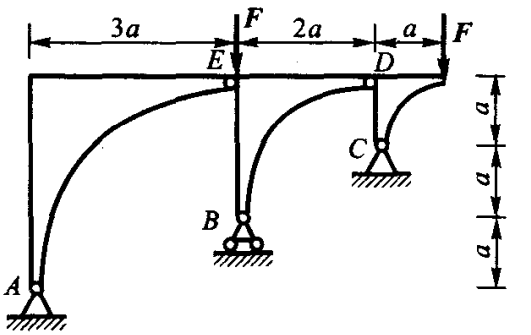
【2－41】 如图所示，三个等同的圆柱堆放在倾角为 θ 的斜面之间，忽略各

接触面的摩擦，若 $\theta < 10°$，圆柱能否处于平衡？

【2－42】 图示结构，不计三个铰接的半拱的自重，试问支座 B 处的约束力的大小是多少？



题 2－41 图



题 2－42 图

【2－43】 试比较力矩和力偶矩二者的异同。

【2－44】 力偶对物体产生的运动效应是什么？

【2－45】 下述说法是否正确：

A. 凡是力偶都不能用一个力来平衡。

B. 凡是力偶都能用一个力来平衡。

C. 凡是力偶有时能用一个力来平衡。

【2－46】 平面内任意两个力偶都可以合成为一个力偶吗？

【2－47】 平面内任意两个力都可以合成一个力吗？

【2－48】 同一平面内任意一个力与一个力偶一定可以合成一个力吗？

【2－49】 一个力偶能否进行简化？平面力偶系能否进行简化？简化结果如何？

【2－50】 力偶系中的各力在任意轴上投影的代数和都等于零，这种说法是否正确？

【2－51】 力偶对其作用面内任意点之矩都等于力偶矩，这种说法是否正确？

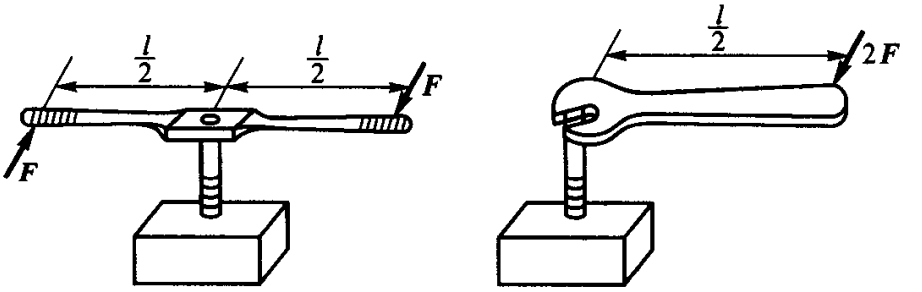
【2－52】 已知力 $\boldsymbol{F}$ 的大小及其与 x 轴的夹角，试问：

A. 能否确定力 $\boldsymbol{F}$ 在 x 轴的投影。

B. 能否确定力 $\boldsymbol{F}$ 在 x 轴方向的分力。

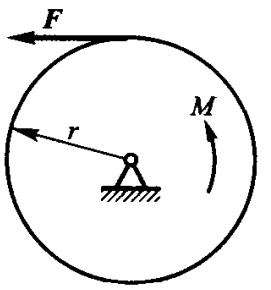
C. 能否确定力 $\boldsymbol{F}$ 对坐标系原点的矩。

【2－53】 钳工用丝锥攻螺纹时，为什么使用铰杆[如图(a)所示]而不用扳手[如图(b)所示]？如用扳手需要用另一只手的大拇指顶着丝锥，这是为什么？

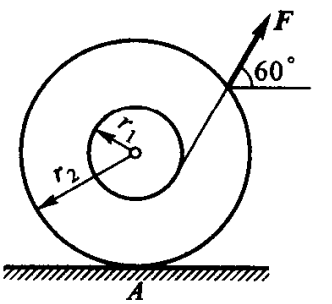


题 2 - 53 图

【2 - 54】 力和力偶都能使物体产生转动效应，如图所示，力 F 与力偶 M 对圆盘的转动效应是否一致？



题 2 - 54 图



题 2 - 56 图

【2 - 55】 大小相等的两个力 F_A 和 F_B，其作用点分别是 A，B。若 A 点到矩心 O 的距离 OA 大于 B 点到矩心 O 的距离 OB，那么是否一定有 $M_O(F_A) > M_O(F_B)$？

【2 - 56】 如图所示，已知绕在鼓轮上的绳索的力 $F = 0.2$ kN，其作用线的倾角为 60°，鼓轮的半径为 $r_1 = 200$ mm，$r_2 = 500$ mm，则力 F 对接触点 A 的矩为多少？如何计算比较方便？

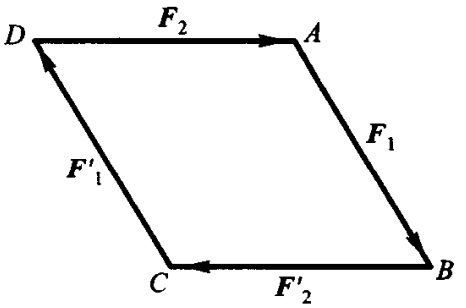
【2 - 57】 作用在刚体上仅有两个力偶，力偶矩分别为 M_A，M_B，且有 $M_A + M_B = 0$，则此刚体是否一定平衡？

【2 - 58】 若已知两平面力偶 (F_1, F_1') 和 (F_2, F_2') 中的力 $F_1 = 100$ N，$F_2 = 150$ N。能否说明力偶 (F_2, F_2') 的转动效应大于 (F_1, F_1') 的转动效应，为什么？

【2 - 59】 刚体上 A，B，C，D 四点组成一个平行四边形，如在其四个顶点作用有四个力，此四个力沿四个边恰好组成封闭的力多边形，如图所示。此刚体是否平衡？若 F_1 和 F_1' 都改为相反方向，此刚体是否平衡？

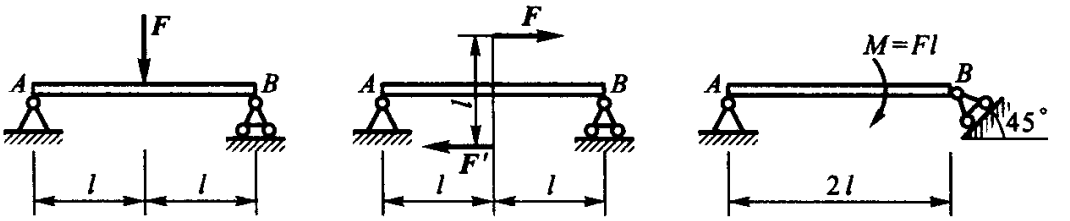
【2 - 60】 如图所示，为使矩形钢板转动，在其上加两个力 F 和 F'。问如何加力可使所费的力最小？

【2 - 61】 如图所示，力或力偶对点 A 的矩都相等，它们引起的支座约束力是否相等？



题 2－59 图

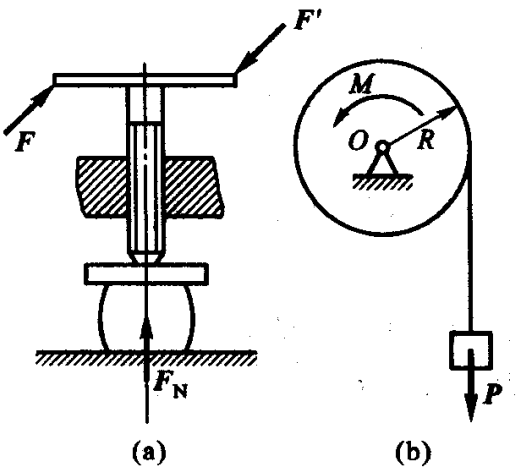
题 2－60 图



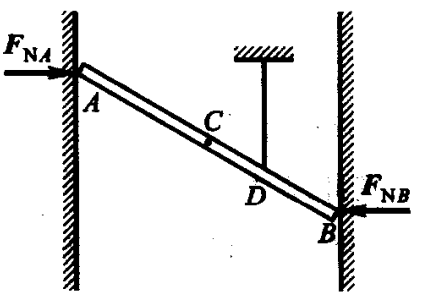
题 2－61 图

【2－62】 从力偶理论知道，一力不能与力偶平衡。但是为什么螺旋压榨机上，力偶似乎可以用被压榨物体的反抗力 F_N 来平衡(如图所示)？为什么如图所示的轮子上的力偶 M 似乎与重物的力 P 相平衡？这种说法错在哪里？

【2－63】 如图所示均质杆 AB 重量为 P，用绳索吊于 D 点，A，B 两端与光滑铅直面接触。试问 A，B 两点的约束力是否相等？为什么？



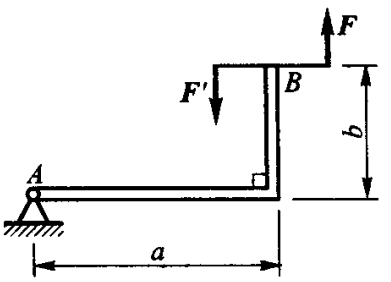
题 2－62 图



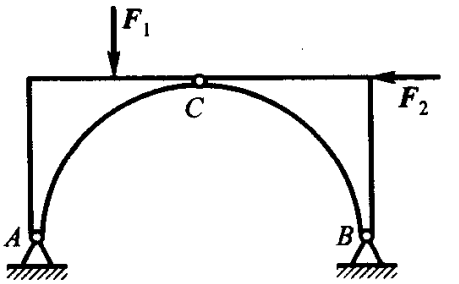
题 2－63 图

【2－64】 如图所示，作用在直角弯杆 B 端的力偶(F，F')的力偶矩为 M，试确定该力偶对 A 点的矩。

【2－65】 图示三角拱受主动力 F_1 和 F_2 作用，要求用几何法求各铰链的约束力，如何求？

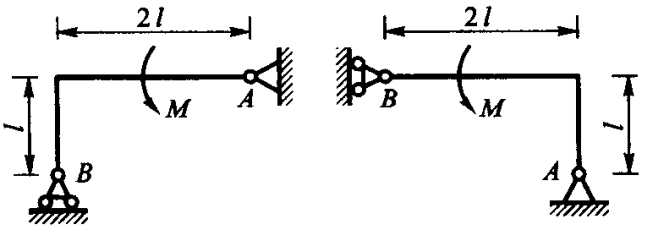


题 2 - 64 图



题 2 - 65 图

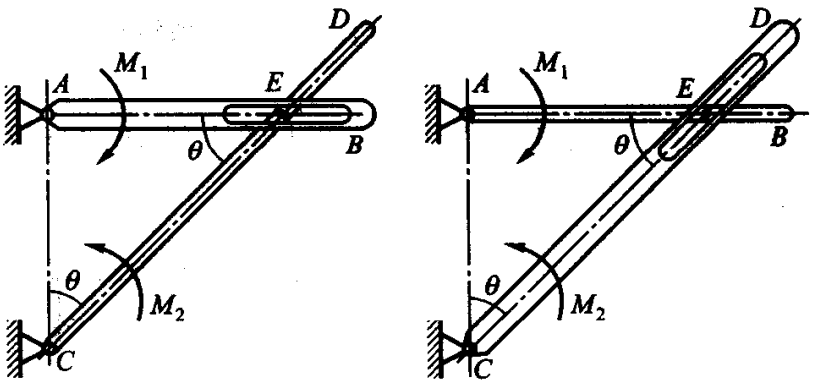
【2 - 66】 图示(a),(b)两种情况,曲杆自重不计,其上作用一力偶矩为 M 的力偶,比较两种情况下 B 处的约束力。



(a) (b)

题 2 - 66 图

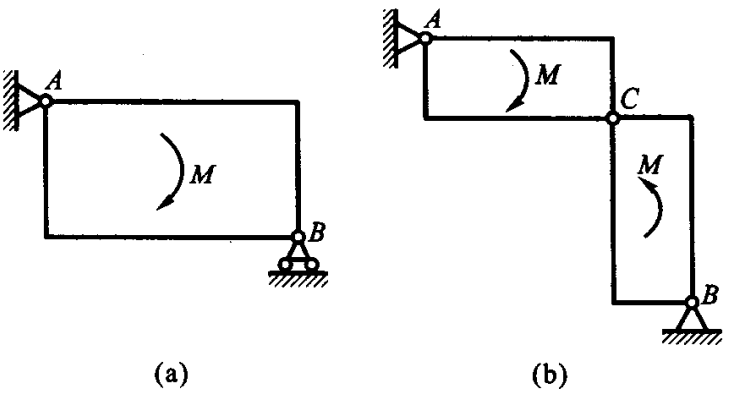
【2 - 67】 图示两种机构,图(a)中销钉 E 固结于杆 CD 而插在杆 AB 的滑槽中;图(b)中销钉 E 固结于杆 AB 而插在杆 CD 的滑槽中。不计构件的自重和摩擦,$\theta = 45°$,如在杆 AB 上作用有矩为 M_1 的力偶,在上述两种情况下平衡时,A,C 处的约束力和杆 CD 上作用的力偶是否相等?



(a) (b)

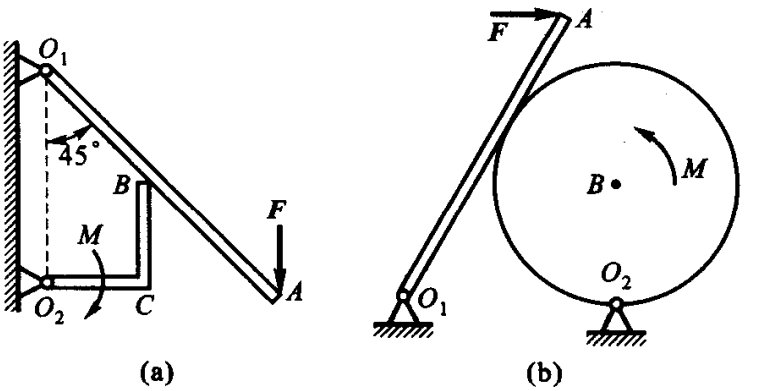
题 2 - 67 图

【2 - 68】 如图所示,各物块自重及摩擦不计,物块受力偶作用,其力偶矩的大小皆为 M,方向如图。试确定 A,B 两点的约束力方向。



题 2 - 68 图

【2 - 69】 图中各物体间均不存在摩擦，已知 O_2B 上作用力偶 M，问能否在 A 点加一适当大小的力使系统在此位置平衡。图(a)中 $O_2C = BC$，O_2C 水平，BC 铅直。



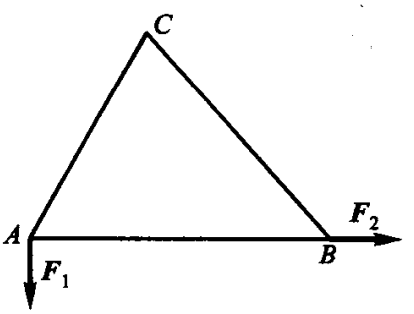
题 2 - 69 图

【2 - 70】 图中 F_1 和 F_2 分别作用于 A，B 两点，且 F_1，F_2 与 C 点共面，试问：

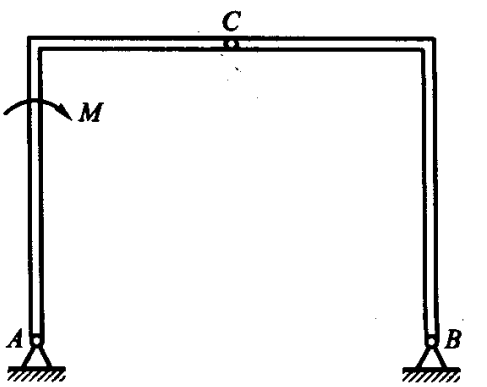
(1) 在 A，B，C 三点中哪一点加一适当的力可使系统平衡？

(2) 一适当的力偶能使系统平衡吗？

【2 - 71】 图示结构中，如果将作用于 AC 上的力偶 M 移到 BC 上，则 A，B，C 三处的约束力是否变化？



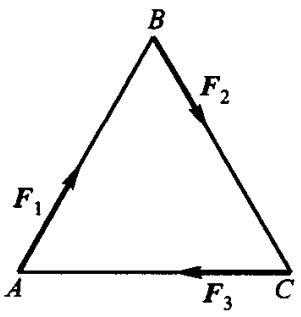
题 2 - 70 图



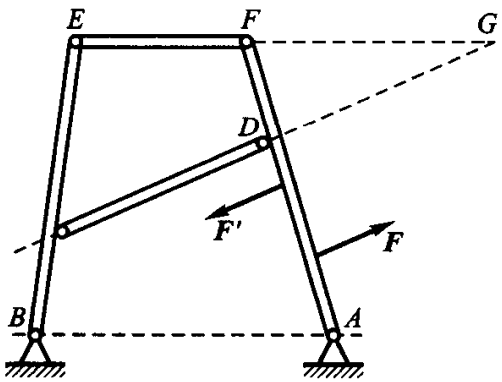
题 2 - 71 图

【2-72】 如图所示，一个等边三角形薄板置于水平光滑面上，开始处于静止状态，当沿其三条边分别作用有大小相等的力 F_1，F_2，F_3 后，薄板将如何运动？

【2-73】 图示结构，在杆 AF 上作用力偶（F，F'），若不计各杆自重，支座 A 处约束力的作用线的方位如何？



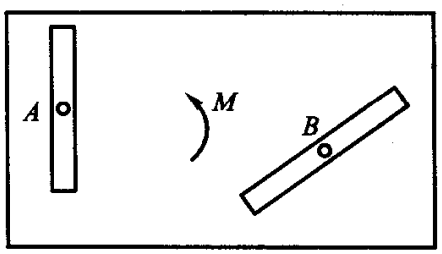
题 2-72 图



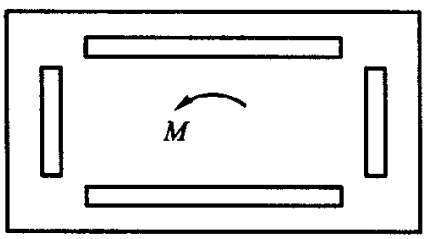
题 2-73 图

【2-74】 带有不平行二槽的矩形平板上作用有一力偶 M。现在槽内插入两个固定于地面的销钉，如果不考虑摩擦，平板是否能保持平衡？

【2-75】 有一带有四个光滑槽的正方形平板，其上作用一个力偶矩为 M 的力偶。欲使平板保持平衡，可用两个固定销钉插入槽内，应插入哪两个槽内？

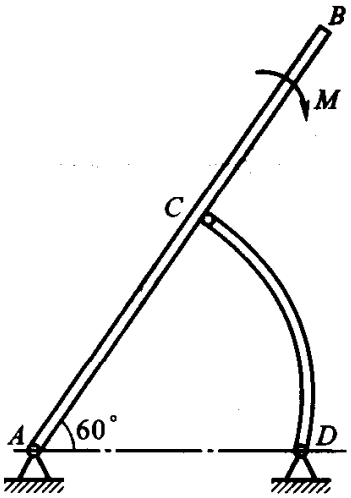


题 2-74 图

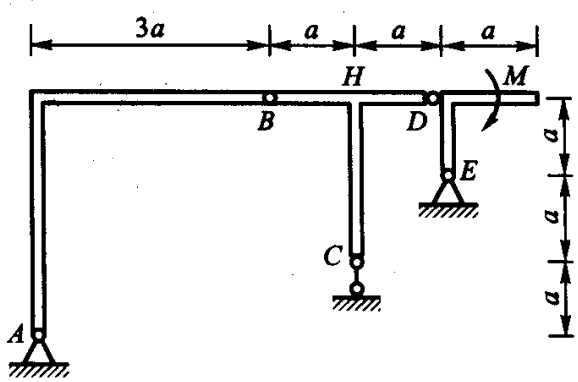


题 2-75 图

【2-76】 图示结构，杆 AB 长为 l，受到力偶 M 的作用，在其中点由曲杆 CD 支撑，若 $AD = AC$，不计各杆自重和摩擦，试给出支座 A 的约束力。



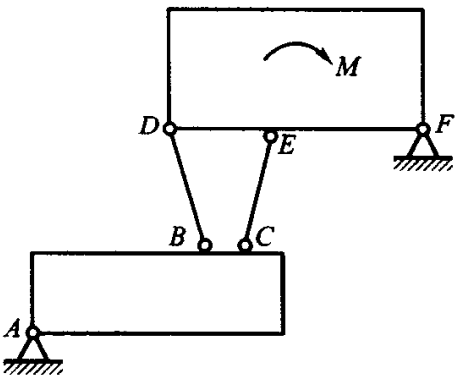
题 2-76 图



题 2-77 图

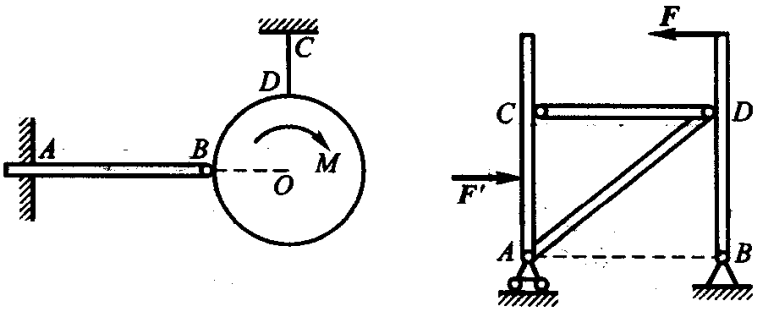
【2-77】 图示结构，各杆自重不计，受力偶 M 的作用，试给出支座 E 的约束力。

【2-78】 图示结构，不计各构件自重，受力偶 M 作用，试确定支座 A，F 的约束力的方位与指向。



题 2-78 图

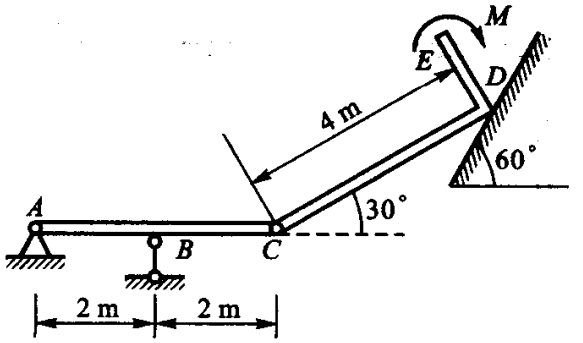
【2-79】 图示两种情况，各构件自重不计，已知作用于构件上的力偶矩为 M 或力 F，F'。试确定 A，B 两点约束力的方向。



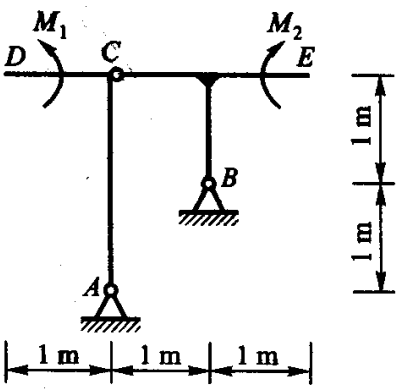
题 2-79 图

【2-80】 图示结构，水平梁 ABC 与构件 CDE 铰接于 C，在 E 处作用一力偶，力偶矩大小为 M，若不计自重与摩擦，确定支座 A 的约束力的方向。

【2-81】 图示结构，在构件 AD 和 BCE 上各有一个力偶作用，其力偶矩大小都为 M，转向相反。若支架的自重不计，确定支座 B 处的约束力的方向。

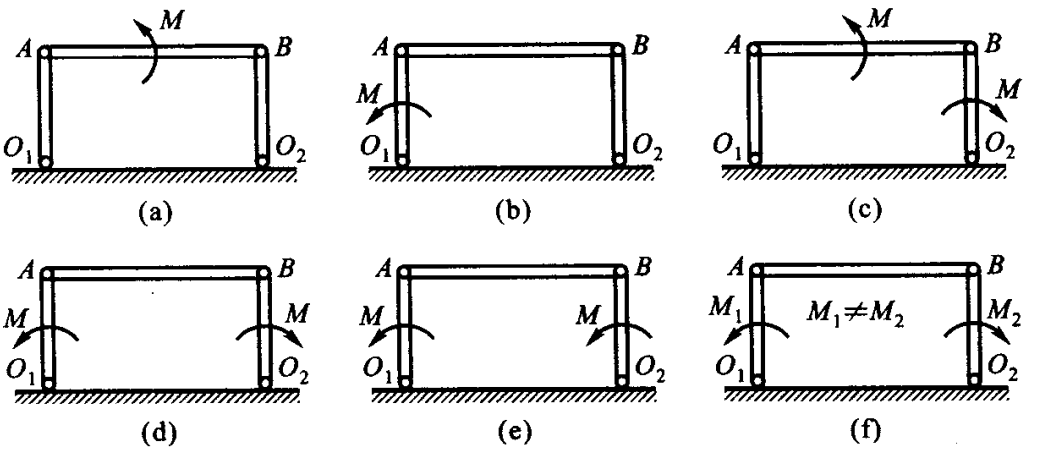


题 2-80 图



题 2-81 图

【2－82】 图示机构中，O_1A 平行于 O_2B，且 $O_1A = O_2B$，不计各构件自重，所受载荷如图，哪些机构是平衡的？哪些机构是不平衡的？



题 2－82 图

第三章　平面任意力系

【3-1】 平面汇交力系向汇交点以外一点简化，其结果可能是一个力吗？可能是一个力偶吗？可能是一个力和一个力偶吗？

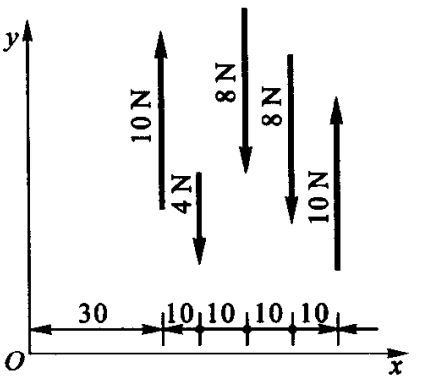
【3-2】 平面力偶系向作用面内任一点简化的结果可能是什么？

【3-3】 平面任意力系向作用面内任一点简化的结果可能是什么？

【3-4】 平面平行力系向作用面内任一点简化的结果可能是什么？

【3-5】 平面任意力系向作用面内任意点简化，一般情况下，主矢和主矩是否与简化中心的选择有关？

【3-6】 某平面平行力系各力的大小、方向及作用线如图所示，问此力系简化的结果与简化中心的位置是否有关？为什么？



题 3-6 图

【3-7】 平面力偶对面内任一点的矩都等于力偶矩，力偶可在其面内任意转移，但为什么主矩与简化中心有关？这是否有矛盾？

【3-8】 已知平面任意力系向某点简化得到一合力，试问能否适当另选一简化中心，把力系简化为一力偶？反之，如已知平面任意力系向某点简化得到一力偶，试问能否适当另选一简化中心，把力系简化为一合力，为什么？

【3-9】 某一平面力系，向 A，B 两点简化结果有可能相同，而且主矢与主矩皆不为零，是否有这种可能？

【3-10】 某平面任意力系向 A，B 两点简化的主矩皆为零，即 $M_A = M_B = 0$，此力系最终的简化结果为：(　　)

A. 可能简化为一个力

B. 可能简化为一个力偶

C. 可能平衡

【3-11】 某平面任意力系向 A 点简化的主矢为零，而向另一点 B 简化的主矩为零。判断下述说法是否正确：

A. 此力系一定是平衡力系。

B. 此力系不一定是平衡力系。

【3-12】 平面任意力系一定存在合力吗？

【3-13】 力系的主矢和合力有何异同？

【3-14】 已知平面汇交力系的汇交点为 A，且满足方程 $\sum M_B(\boldsymbol{F}) = 0$（$B$ 为力系平面内的另一点），若此力系不平衡，则可以简化为什么？

【3-15】 若平面力系对一点的主矩为零，则此力系不可能合成为一个力，对否？

【3-16】 若平面力系不平衡，则一定可以合成为一个力，这种说法是否正确？

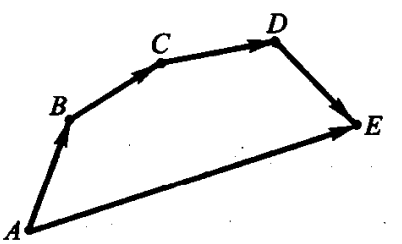
【3-17】 某一平面力系，如其力多边形不封闭，则该力系一定有合力，合力作用线与简化中心的位置无关，这种说法是否正确？

【3-18】 某一平面力系，如果对该平面内任一点主矩都等于零，则该平面力系可否合成为一个力偶？

【3-19】 平面任意力系简化的最终结果有几种可能？每种可能结果对原力系说明了什么？

【3-20】 作用于刚体的平面任意力系的主矢是自由矢量，而该力系的合力是滑动矢量，这种说法是否正确？

【3-21】 如图所示 A，B，C，D，E 五点在同一刚体的一个平面上，作用在 A，B，C，D 四点上的力用矢量 $\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{BC}$，$\overrightarrow{CD}$，$\overrightarrow{DE}$ 表示，那么矢量 $\overrightarrow{AE}$ 是否是该力系的合力？



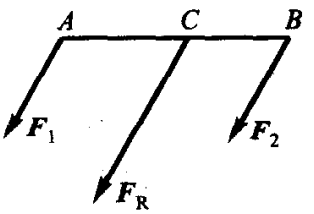
题 3-21 图

【3-22】 某平面力系向平面内任意一点简化的结果都相同，此力系简化的最终结果可能是什么？

【3-23】 用力系向一点简化的分析方法，证明如图所示的二同向平行力简化的最终结果为一合力 $\boldsymbol{F}_R$。且有：

$$F_R = F_1 + F_2, \frac{F_1}{F_2} = \frac{CB}{AC}$$

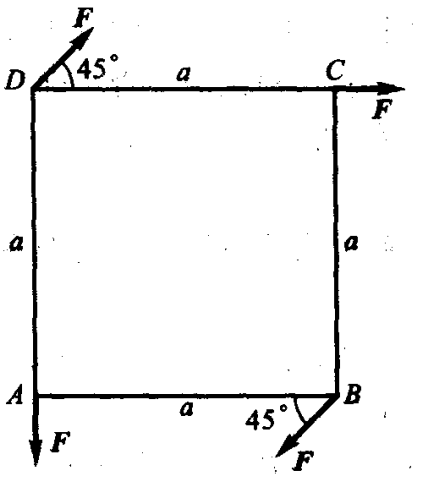
若 $F_1 > F_2$，且二者方向相反，简化结果又如何？



题 3-23 图

【3-24】 已知一平面力系向力系所在平面内 A，B 两点简化的主矩为 $M_A \neq 0$，$M_B \neq 0$，则该力系简化的最终结果可能是什么？

【3-25】 如图所示，在正方形 $ABCD$ 四个顶点上各作用一个大小均为 F 的力，试确定最终的简化结果。



题 3-25 图

【3-26】 已知某平面任意力系对平面内三点：$A(2,4)$，$B(1,2)$，$C(3,1)$ 的主矩分别为：M_A，M_B，M_C。若 $M_A = M_B = 0$，而 M_C 不为零，转向为顺时针，则该力系简化的最终结果是什么？

【3-27】 一平面任意力系的主矢在 x 轴上的投影 $F_{Rx} = -1$ N，该力系对点 $A(2,1)$ 的主矩为 $M_A = 2$ N·m，对点 $B(3,3)$ 的主矩为 $M_B = 1$ N·m。求该力系合力的大小、方向及作用线。

【3-28】 已知某平面力系简化的最终结果是一合力，现将此平面力系向其

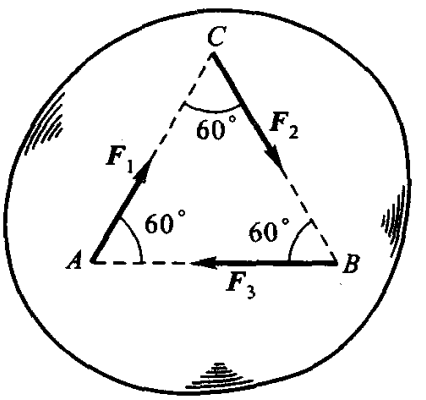
作用面内任一点简化，则主矢、主矩可能如何？

【3－29】 不平衡的平面力系，已知该力系在 x 轴上的投影的代数和为零，且对平面内某一点之矩的代数和为零。试问该力系最终简化结果是什么？

【3－30】 若某平面任意力系向其作用面内任一点简化，如果主矩恒等于零，则力系是否一定平衡？

【3－31】 对于任何一个平面力系总可以用一个力和一个力偶来平衡，这种说法是否正确？

【3－32】 在刚体上 A，B，C 三点分别作用三个力 $\boldsymbol{F}_1$，$\boldsymbol{F}_2$，$\boldsymbol{F}_3$，各力的方向如图所示，大小恰好与三角形 ABC 的边长成比例。问该力系是否平衡？为什么？

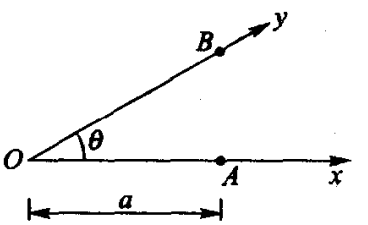


题 3－32 图

【3－33】 某力系在任意轴上的投影都等于零，则该力系是否一定是平衡力系？

【3－34】 某一平面力系向一点简化的结果与简化中心的选择无关，则该力系是否一定是平衡力系？

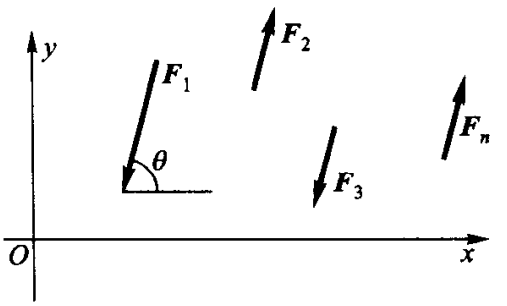
【3－35】 如图所示，坐标系的 x 轴和 y 轴的夹角为 θ。设在 Oxy 面内有一平衡力系，该力系对 x 轴和 y 轴上的点 A，B 的力矩为 $\sum M_A(\boldsymbol{F})=0$，$\sum M_B(\boldsymbol{F})=0$，在 x 轴上投影为 $\sum F_x=0$。已知 $OA=a$，求 OB 等于多少？



题 3－35 图

【3－36】 在推导平面平行力系平衡方程时，设 x 轴垂直于各平行力。现若取 x 轴和 y 轴都不与各力平行或垂直，如图所示，则其独立的平衡方程有几个？

【3－37】 对于平面任意力系的平衡方程，为什么说任何第四个方程只是前



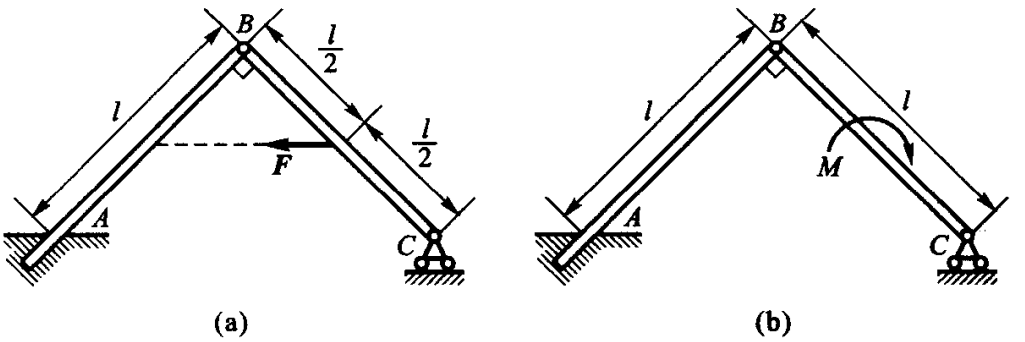
题 3－36 图

三个方程的线性组合？

【3－38】 试从平面任意力系的平衡方程推导出平面汇交力系、平面平行力系和平面力偶系的平衡方程。

【3－39】 为什么写平衡方程时不考虑内力？欲求内力应如何处理？

【3－40】 在如图所示的结构中，已知 BC 杆上作用有力 $\boldsymbol{F}$ 或力偶 M，如何用简便方法求出 A 处的约束力？能把 $\boldsymbol{F}$ 或 M 移到 AB 杆上计算 A 处的约束力吗？



题 3－40 图

【3－41】 推导平面平行力系的平衡方程时，如果取 x 轴和 y 轴都不与各平行力垂直或平行，平衡方程是否可以写成 $\sum F_x = 0, \sum F_y = 0$？

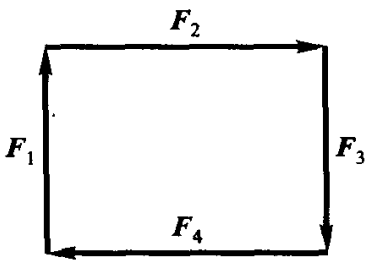
【3－42】 在刚体的同一平面内作用有四个力 $\boldsymbol{F}_1, \boldsymbol{F}_2, \boldsymbol{F}_3, \boldsymbol{F}_4$，此外无其他力作用。这四个力的力多边形封闭，如图所示。判断下述说法的正误：

A. 由于力多边形封闭，因此刚体一定平衡。

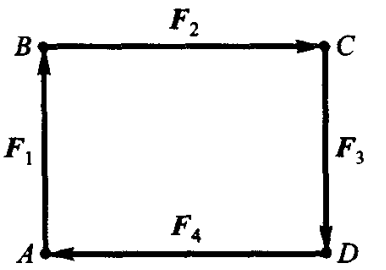
B. 由于力多边形中各力矢沿顺时针方向连成一周，因此必合成为一顺时针的力偶，故刚体一定不平衡。

C. 仅由此力多边形无法判断刚体是否平衡。

【3－43】 仅在刚体 A, B, C, D 四点作用有四个力，如图所示，其力多边形封闭。问刚体是否平衡？为什么？



题 3－42 图



题 3－43 图

【3－44】 平面任意力系向某点简化，其主矢、主矩皆不为零，问下述说法是否正确：

A. 该力系可用一个力来平衡。

B. 该力系可用一个力偶来平衡。

【3－45】 平面任意力系向某点简化，其主矢为零，主矩不为零，问下述说法是否正确：

A. 该力系可用一个力来平衡。

B. 该力系可用一个力偶来平衡。

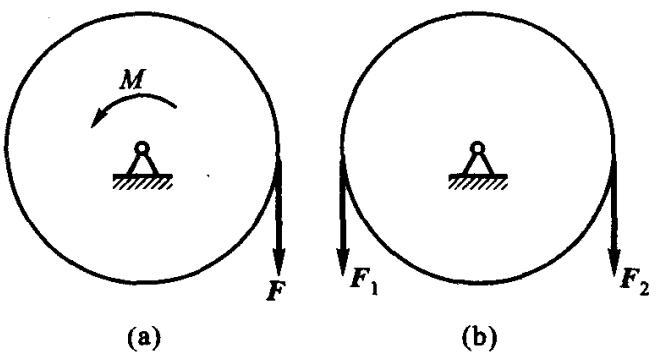
【3－46】 图中两个圆盘均处于平衡状态，问：

(1) 在图(a)中，能否说力偶 M 与力 F 组成平衡力系？

(2) 在图(a)中，能否说力偶 M 与力 F 等效？

(3) 在图(b)中，能否说力 F_1 由力 F_2 平衡？

(4) 在图(b)中，能否说力 F_1 与力 F_2 等效？



题 3－46 图

【3－47】 平面汇交力系对面内某两点的矩皆为零，且在 x 轴上的投影的代数和也为零，问此力系是否一定为平衡力系？为什么？

【3－48】 平面平行力系对面内某两点的矩皆为零，且在 x 轴上的投影的代数和也为零，问此力系是否一定为平衡力系？为什么？

【3－49】 平面任意力系向某三点简化的主矩皆为零，其在 x 轴上的投影的代数和也为零，问此力系是否一定为平衡力系？为什么？

【3－50】 平面任意力系在平面上任选的三根轴上的投影的代数和皆为零，

问此力系是否一定为平衡力系？为什么？

【3－51】 平面任意力系平衡方程中的 x 轴和 y 轴是否一定要互相垂直？两轴平行可以吗？矩心选择任意点都可以吗？

【3－52】 力系的力多边形自行封闭是平面汇交力系平衡的充分必要条件，那么是平面任意力系的什么条件？

【3－53】 某平面上作用有平面平行力系，A，B 是该平面上两点，且 A，B 连线不与力作用线平行，问下述情况是否可能：

(1) 向 A，B 两点简化都得到一合力。

(2) 向 A，B 两点简化都得到一力偶。

(3) 向 A 点简化得一合力，向 B 点简化得一力偶。

(4) 向 A，B 两点简化所得主矢和主矩都相等，且都不为零。

【3－54】 某平面任意力系向 A 点简化得一个力 $\boldsymbol{F}'_{RA}$（$F'_{RA}\neq 0$）及一个矩为 M_A（$M_A\neq 0$）的力偶，B 为平面内另一点，问：

(1) 向 B 点简化仅得一力偶，是否可能？

(2) 向 B 点简化仅得一力，是否可能？

(3) 向 B 点简化得 $\boldsymbol{F}'_{RA}=\boldsymbol{F}'_{RB}$，$M_A\neq M_B$，是否可能？

(4) 向 B 点简化得 $\boldsymbol{F}'_{RA}=\boldsymbol{F}'_{RB}$，$M_A=M_B$，是否可能？

(5) 向 B 点简化得 $\boldsymbol{F}'_{RA}\neq\boldsymbol{F}'_{RB}$，$M_A=M_B$，是否可能？

(6) 向 B 点简化得 $\boldsymbol{F}'_{RA}\neq\boldsymbol{F}'_{RB}$，$M_A\neq M_B$，是否可能？

【3－55】 某平面任意力系向某点简化，其主矢及主矩都不为零，若适当选择简化中心，问能否使：

(1) 主矢为零。

(2) 主矩为零。

(3) 主矢不变而主矩增大。

(4) 主矩改变，主矢也改变。

(5) 主矢不变，主矩也不变。

【3－56】 平面上作用有三个皆不为零的力，它们既不汇交于一点，又不互相平行。将此力系向面内某一点简化，能否有下述可能：

(1) 主矩为零，主矢不为零。

(2) 主矢为零，主矩不为零。

(3) 主矢、主矩皆为零。

【3－57】 某平面任意力系向面内某两条相交直线上的各点简化结果都相同，问此力系向面内这两条直线外的任意一点简化，其结果可能是什么？

【3－58】 判断下述说法的正误：

A. 对于任意平面力偶系，一定存在某平面平行力系与之等效。

B. 对于任意平面平行力系，一定存在某平面力偶系与之等效。

C. 对于任意平面任意力系，一定存在某平面平行力系与之等效。

D. 对于任意平面平行力系，一定存在某平面汇交力系与之等效。

E. 对于任意平面汇交力系，一定存在某平面平行力系与之等效。

F. 对于任意平面汇交力系，一定存在某平面力偶系与之等效。

【3-59】 对于任一平面任意力系，是否一定可以用两个平面汇交力系来与之等效？

【3-60】 已知某平面任意力系与一力等效，则此平面任意力系向面内任一点简化，结果如何？

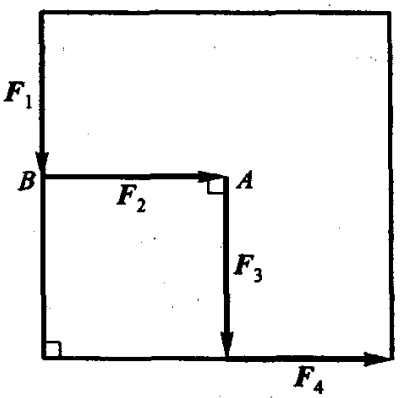
【3-61】 已知某平面任意力系与某平面汇交力系等效，则此平面任意力系向面内任意点简化的结果如何？

【3-62】 已知某平面任意力系与某平面力偶系等效，则此平面任意力系向面内任意点简化的结果如何？

【3-63】 已知某平面任意力系与某平面汇交力系等效，又与某平面力偶系等效，则此平面任意力系向面内任意点简化的结果如何？

【3-64】 已知某平面任意力系与某平面平行力系等效，又与某平面力偶系等效，则此平面任意力系向面内任意点简化的结果如何？

【3-65】 力系如图所示，且 $F_1 = F_2 = F_3 = F_4$。问力系向点 A 和 B 简化的主矢、主矩是否相等，结果是否等效？

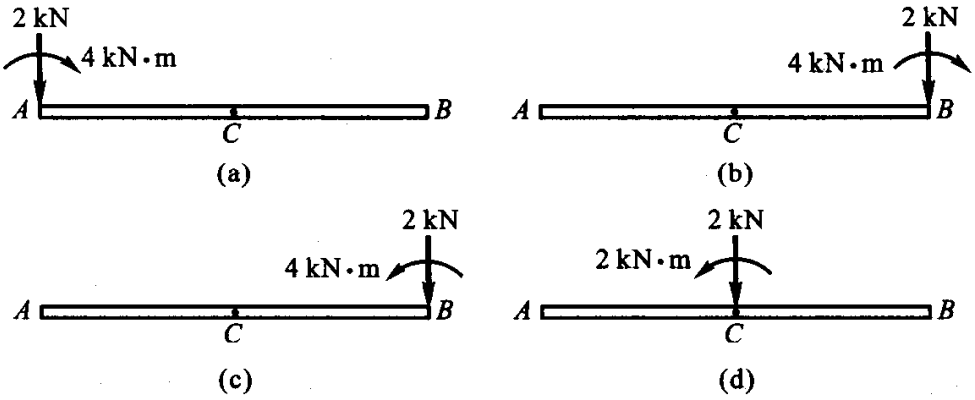


题 3-65 图

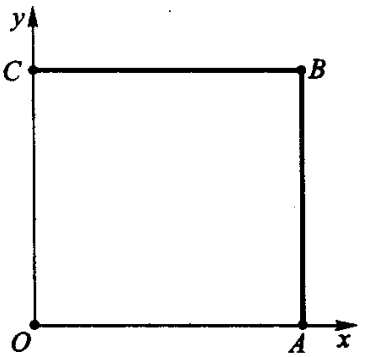
【3-66】 已知杆 AB 长为 2 m，点 C 是其中点。如图所示分别受四种力系作用，指出哪几个图中的力系是等效的。

【3-67】 图中 $OABC$ 为正方形，边长为 a。已知某平面任意力系向 A 点简化得一主矢（大小为 F'_{RA}）及一主矩（大小、方向均未知）。又已知该力系向 B 点简化得一合力，合力指向 O 点。给出该力系向 C 点简化的主矢（大小、方向）及主矩（大小、转向）。

【3-68】 在题 3-67 图中，若某平面任意力系向 A 点简化得一合力，向 C



题 3 - 66 图



题 3 - 67 图

点简化也得一合力，向 O 点简化得一主矢和主矩（主矩大小为 M_O，转向为逆时针）。给出该力系向 B 点简化的主矢（大小、方向）及主矩（大小、转向）。

【3 - 69】 在题 3 - 67 图中，若某平面任意力系满足 $\sum F_x = 0$，$\sum M_A = 0$，且该力系向 C 点简化的主矩大小为 M_C，方向为逆时针（主矢未知），求该力系向 B 点简化的结果（大小、方向）。

【3 - 70】 在题 3 - 67 图中，若某平面任意力系满足 $\sum M_A = 0$，$\sum M_O = 0$，且该力系向 C 点简化的主矢为 $\boldsymbol{F}'_{RC}$，主矩为逆时针方向。求该力系向 B 点简化的主矢（大小、方向）及主矩（大小、转向）。

【3 - 71】 在题 3 - 67 图中，若某平面任意力系满足 $\sum F_x = 0$，$\sum F_y = 0$，且该力系向 C 点简化的主矩为 M_C，求该力系向 B 点简化的结果。

【3 - 72】 在题 3 - 67 图中，若某平面任意力系满足 $\sum F_x = 0$，$\sum M_O = 0$，$\sum M_C = 0$，则把该力系向 B 点简化（判断正误）：

A. 一定有 $\boldsymbol{F}'_{RB} = \boldsymbol{0}$，$M_B = 0$。

B. 可能有 $\boldsymbol{F}'_{RB} = \boldsymbol{0}$，$M_B = 0$。

C. 可能有 $\boldsymbol{F}'_{RB} = \boldsymbol{0}$，$M_B \neq 0$。

D. 可能有 $\boldsymbol{F}'_{RB} \neq \boldsymbol{0}$，$M_B \neq 0$。

【3-73】 在题 3-67 图中，若某平面任意力系满足 $\sum F_x = 0, \sum M_A = 0, \sum M_B = 0$，则把该力系向 B 点简化(判断正误)：

A. 一定有 $\boldsymbol{F}'_{RB} = \boldsymbol{0}, M_B = 0$。

B. 可能有 $F'_{RB} \neq \boldsymbol{0}, M_B = 0$。

【3-74】 在题 3-67 图中，若某平面任意力系满足 $\sum F_y = 0, \sum M_C = 0$，则把该力系向 B 点简化(判断正误)：

A. 可能有 $\boldsymbol{F}'_{RB} = \boldsymbol{0}, M_B \neq 0$。

B. 可能有 $\boldsymbol{F}'_{RB} \neq \boldsymbol{0}, M_B = 0$。

C. 可能有 $\boldsymbol{F}'_{RB} \neq \boldsymbol{0}, M_B \neq 0$。

【3-75】 在题 3-67 图中，若某平面任意力系满足 $\sum M_A = 0, \sum M_B = 0$，则(判断正误)：

A. 必有 $\sum F_x = 0$。

B. 必有 $\sum F_y = 0$。

C. 必有 $\sum M_O = 0$。

D. 可能有 $\sum F_y = 0, \sum M_O \neq 0$。

E. 可能有 $\sum F_y \neq 0, \sum M_O = 0$。

【3-76】 在题 3-67 图中，若某平面任意力系满足 $\sum F_y = 0, \sum M_B = 0$，则(判断正误)：

A. 必有 $\sum M_A = 0$。

B. 必有 $\sum M_C = 0$。

C. 可能有 $\sum F_x = 0, \sum M_O \neq 0$。

D. 可能有 $\sum F_x \neq 0, \sum M_O = 0$。

【3-77】 在题 3-67 图中，若某平面汇交力系(O 为汇交点)满足 $\sum F_x = 0$，则(判断正误)：

A. 必有 $\sum M_A = 0$。

B. 必有 $\sum M_C = 0$。

C. 可能有 $\sum M_A = 0, \sum M_B \neq 0$。

【3-78】 在题 3-67 图中，若某平面汇交力系(O 为汇交点)满足 $\sum M_A = 0$，则(判断正误)：

A. 必有 $\sum M_C = 0$。

B. 可能有 $\sum F_x = 0, \sum M_C \neq 0$。

C. 必有 $\sum F_y = 0$。

【3-79】 在题 3-67 图中，若某平面平行力系满足 $\sum M_B = 0, \sum M_O = 0$，则

(判断正误):

A. 必有 $\sum M_A = 0$。

B. 可能有 $\sum F_x = 0, \sum M_A \neq 0$。

C. 可能有 $\sum F_x \neq 0, \sum F_y = 0$。

D. 可能有 $\sum M_A = 0, \sum M_C \neq 0$。

E. 可能有 $\sum F_x \neq 0, \sum F_y \neq 0, \sum M_A \neq 0, \sum M_C \neq 0$。

【3-80】 A, B 为某平面力系作用面内任意两点,该力系向 A 点简化的结果是 F'_{RA} 和 M_A,向 B 点简化的主矩为 M_B,则下述哪种结论是正确的:(　　)

A. 当 $\boldsymbol{F}'_{RA} = \boldsymbol{0}$ 时,必有 $M_A = M_B$

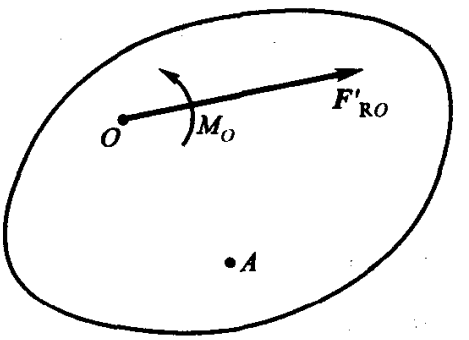
B. 当 $\boldsymbol{F}'_{RA} = \boldsymbol{0}$ 时,可能有 $M_A \neq M_B$

C. 当 $\boldsymbol{F}'_{RA} \neq \boldsymbol{0}$ 时,可能有 $M_A = M_B$

D. 当 $\boldsymbol{F}'_{RA} \neq \boldsymbol{0}$ 时,必有 $M_A \neq M_B$

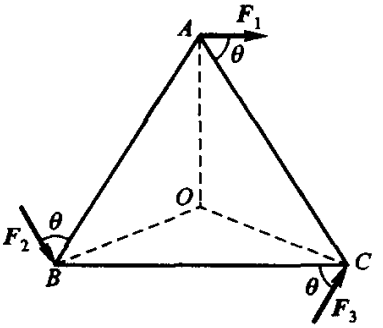
【3-81】 A, B 为某平面力系作用面内任意两点,试问在何种情况下,该力系向两点简化结果相等?

【3-82】 同一力系对不同点的主矢和主矩有何关系? 如图所示,已知力系向 O 点简化的主矢 $\boldsymbol{F}'_{RO}$ 及主矩 M_O,给出向平面内另一点 A 简化的结果。

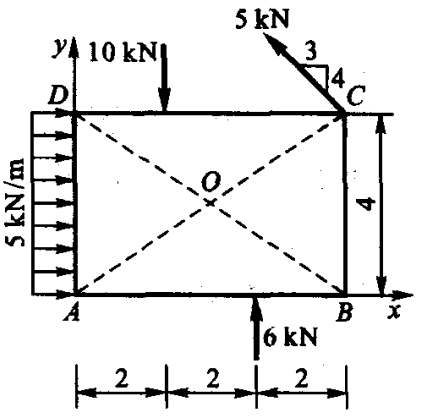


题 3-82 图

【3-83】 已知作用在等边三角形 ABC 顶点的三个力,其大小均为 F,$\theta = 60°$,三角形的各边长为 l。则该力系向三角形中心 O 点的简化结果是什么?



题 3-83 图

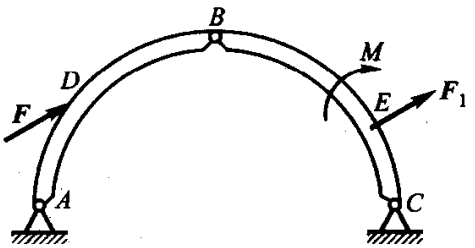


(尺寸单位:m)

题 3-84 图

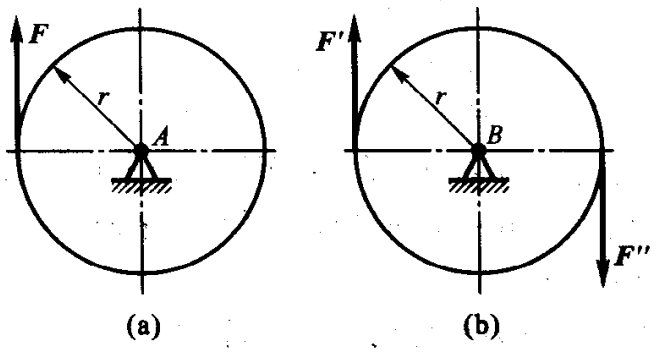
【3-84】 一均质矩形薄板放置于光滑的水平面上，开始处于静止状态。当作用有如图所示的平面力系后，薄板将如何运动？

【3-85】 图示结构，在 D 点作用一个力 $\boldsymbol{F}$，现根据力的平移定理，将作用于 D 点的力 $\boldsymbol{F}$ 平移到图中 E 点，得一力 $\boldsymbol{F}_1$ 与一力偶，这样做对 A，B，C 处的约束力是否有影响？



题 3-85 图

【3-86】 如图所示，力 $\boldsymbol{F}$ 和力偶（$\boldsymbol{F}'$，$\boldsymbol{F}''$）对轮的作用有何不同？设两轮的半径均为 r，且 $F' = \frac{F}{2}$。



题 3-86 图

【3-87】 某刚体上作用一平面任意力系，此力系由分别汇交于 A，B 两点的两个汇交力系组成。

(1) 若力系向 A 点简化仅得一合力，问下述说法是否正确：

A. 汇交于 B 点的力的矢量和必为零。

B. 汇交于 B 点的力对 A 点的矩的代数和一定为零。

C. 汇交于 B 点的力的矢量和不一定为零，汇交于 B 点的力对 A 点的矩的代数和也不一定为零。

(2) 若力系向 A 点简化仅得一不为零的力偶，问下述说法是否正确：

A. 汇交于 A 点的力的合力一定为零。

B. 汇交于 A 点的力的合力可能为零。

C. 汇交于 A 点的力的合力一定不为零。

【3-88】 一平面力系由两组平面平行力系组成（这两组平面平行力系之间互不平行），判断下述说法是否正确：

(1) 若力系向某点 A 简化结果为一力偶，则

A. 这两组平面平行力系必然都各自简化为一个力偶(也可能某个力偶矩为零)。

B. 这两组平面平行力系都各自简化为一合力。

C. 可能一组平面平行力系向 A 点简化得到一个力和一个力偶，而另一组平面平行力系向 A 点简化得到一合力。

D. 可能这两组平面平行力系都各自向 A 点简化得到一个力和一个力偶。

(2) 若力系向某 A 点简化结果为一合力，则

A. 这两组平面平行力系必然都各自向 A 点简化为一合力。

B. 这两组平面平行力系可能都各自简化为一力偶。

C. 可能一组平面平行力系向 A 点简化得到一个力和一个力偶，而另一组平面平行力系向 A 点简化得到一合力。

D. 可能这两组平面平行力系都各自向 A 点简化得到一个力和一个力偶。

(3) 若力系向某 A 点简化，其主矢、主矩都为零，则

A. 这两组平面平行力系必然都是平衡力系。

B. 这两组平面平行力系都各自简化为一合力。

C. 这两组平面平行力系都各自简化为一力偶。

D. 可能一组平行力系简化为一合力，而另一组平行力系简化为一力偶。

【3-89】 某平面力系由一平面平行力系与一平面汇交力系组成(汇交点为 A)，判断下述说法是否正确：

(1) 若其中的平面平行力系简化为一力偶，则：

A. 若力系向 A 点简化，必有 $M_A \neq 0$。

B. 若力系向另一 B 点简化，必有 $M_B \neq 0$。

C. 此力系可能是平衡力系。

D. 若汇交力系的合力不为零，则此力系最终的简化结果一定是一个力。

(2) 若其中的平面平行力系简化为一个合力，且此合力作用线不通过 A 点，则：

A. 该力系一定不是平衡力系。

B. 该力系主矢可能为零。

C. 该力系向某点简化的主矩可能为零。

【3-90】 某平面力系由三个力组成，判断下述说法是否正确(设这三个力互不平行)：

A. 若力系向某点简化，主矩为零，则此三个力必然汇交于一点。

B. 若主矢为零，则此三个力必然汇交于一点。

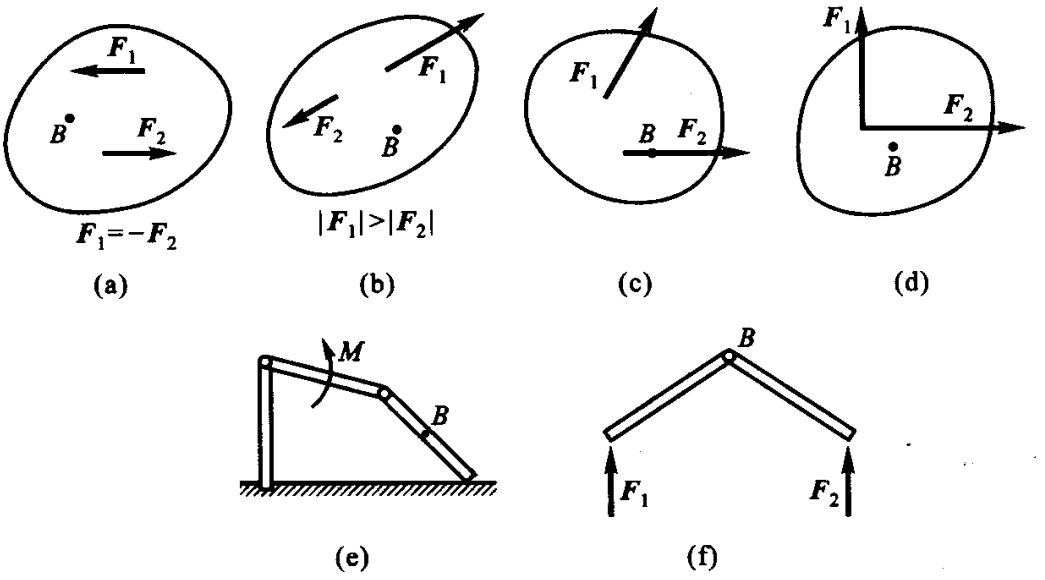
C. 此力系绝不能简化为一合力偶。

D. 若三个力不汇交于一点，则此力系一定不平衡。

【3-91】 图中各刚体重量不计，其受力如图所示，问：

(1) 哪些物体能在 B 点加一个力使之平衡？

(2) 哪些物体能在 B 处加一力偶使之平衡？

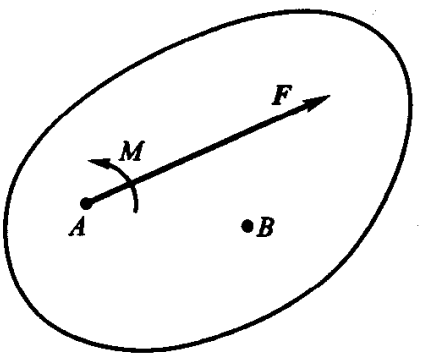


题 3-91 图

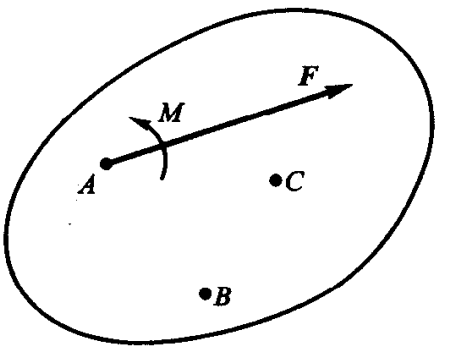
【3-92】 如图所示，在 A 处作用一个力和一个任意大小的力偶，B 为力作用线外一点，问下述说法是否正确：

A. 在 B 点加一适当大小的力一定能使刚体平衡。

B. 在 B 点加一适当大小的力偶一定能使刚体平衡。



题 3-92 图



题 3-93 图

【3-93】 在刚体某平面上 A 点作用一个力及一个力偶，现无其他力及力偶作用，如图所示，下列说法是否正确：

A. 在 B，C 两点各加一个适当的力，一定能使刚体平衡。

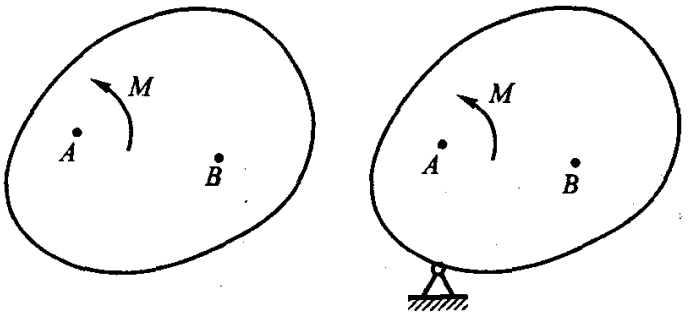
B. 在 B，C 两处各加一个适当的力偶，一定能使刚体平衡。

C. 在 B 处加一个适当的力，在 C 处加一适当的力偶，一定能使刚体平衡。

【3-94】 分别就图中的两个刚体，判断下述说法的正误：

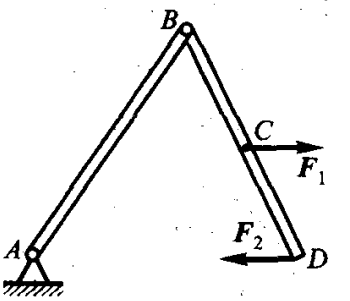
A. 在 B 点加一个适当的力，一定能使刚体平衡。

B. 在 B 点加一个适当的力偶，一定能使刚体平衡。



(a) (b)

题 3－94 图



题 3－95 图

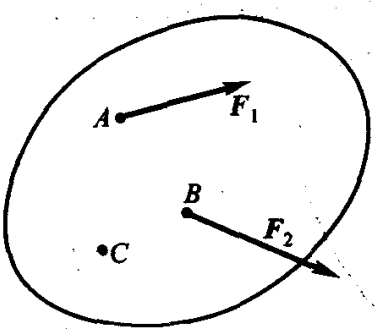
【3－95】 图示机构杆重不计，无摩擦，在 BD 杆上 C，D 两点分别作用力 $\boldsymbol{F}_1$，$\boldsymbol{F}_2$，$\boldsymbol{F}_1$ 与 $\boldsymbol{F}_2$ 作用线平行，方向如图所示，两力均不为零。若适当选择 $\boldsymbol{F}_1$ 及 $\boldsymbol{F}_2$ 的大小，能否使系统处于平衡？

【3－96】 就题 3－95 图回答下述问题：

(1) 若 $\boldsymbol{F}_1$ 与 $\boldsymbol{F}_2$ 组成力偶，AB 杆能否平衡？

(2) 若 $\boldsymbol{F}_1$ 与 $\boldsymbol{F}_2$ 的大小和方向可以任意选择(但 $\boldsymbol{F}_1$，$\boldsymbol{F}_2$ 不为零且不得共线)，能否使系统平衡？

【3－97】 图示同一平面上的两个力 $\boldsymbol{F}_1$，$\boldsymbol{F}_2$ 分别作用于 A，B 两点，$\boldsymbol{F}_1$，$\boldsymbol{F}_2$ 对平面内任一点 C 的矩的代数和为 M_C。面内是否存在其他点，使 $\boldsymbol{F}_1$，$\boldsymbol{F}_2$ 对该点的矩的代数和也等于 M_C？若有，指出这些点的集合；若无，说明其原因。



题 3－97 图

【3－98】 解平面任意力系平衡问题时，为了避免解联立方程，在选择坐标轴及力矩中心位置时，应注意些什么？

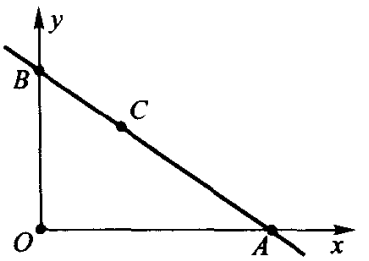
【3－99】 图示某平面平衡力系作用在平面 Oxy 内，问下述哪组方程是该力系的独立平衡方程：(　　)

A. $\sum M_A(\boldsymbol{F})=0, \sum M_B(\boldsymbol{F})=0, \sum M_C(\boldsymbol{F})=0$

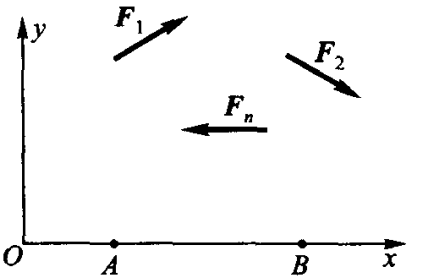
B. $\sum M_A(\boldsymbol{F})=0, \sum M_O(\boldsymbol{F})=0, \sum F_x=0$

C. $\sum M_A(\boldsymbol{F})=0, \sum M_B(\boldsymbol{F})=0, \sum M_O(\boldsymbol{F})=0$

D. $\sum F_x = 0, \sum F_y = 0, \sum F_{AB} = 0$



题 3-99 图



题 3-100 图

【3-100】 图示一平衡的平面任意力系 $F_1, F_2, \cdots, F_n$ 作用在平面 Oxy 内，则在平衡方程 $\sum M_A(F) = 0, \sum M_B(F) = 0, \sum F_y = 0$ 中有几个独立的平衡方程。

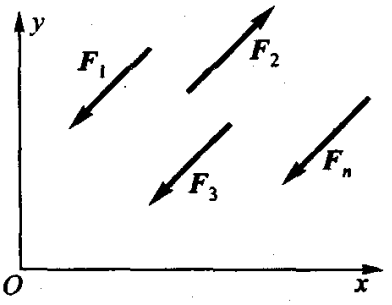
【3-101】 图示一平面平行力系为一平衡力系，则其独立的平衡方程可写成如下哪种：(　　)

A. $\sum F_x = 0, \sum F_y = 0$

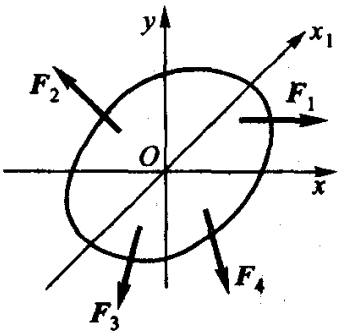
B. $\sum F_x = 0, \sum M_O(F) = 0$ 或 $\sum F_y = 0, \sum M_O(F) = 0$

C. $\sum F_x = 0, \sum F_y = 0, \sum M_O(F) = 0$

【3-102】 如图所示，在某平面任意力系的作用面取两正交轴 x, y 和另一轴 x_1，当该力系为平衡力系时，试给出该力系独立的 2 个投影式、一个力矩式形式的平衡方程。



题 3-101 图



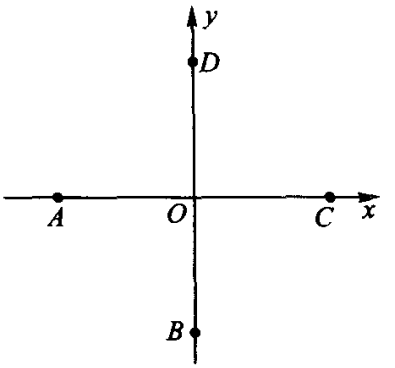
题 3-102 图

【3-103】 坐标轴如图所示，问满足下述哪组方程的平面任意力系一定是平衡力系：(　　)

A. $\begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum M_A = 0 \\ \sum M_C = 0 \end{cases}$　B. $\begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum M_B = 0 \\ \sum M_D = 0 \end{cases}$　C. $\begin{cases} \sum M_A = 0 \\ \sum M_O = 0 \\ \sum M_C = 0 \end{cases}$　D. $\begin{cases} \sum M_A = 0 \\ \sum M_B = 0 \\ \sum M_C = 0 \end{cases}$

【3-104】 在题 3-103 图中，满足下述哪组方程的平面汇交力系（O 为汇交点）一定是平衡力系：(　　)

A. $\begin{cases} \sum M_A = 0 \\ \sum M_C = 0 \end{cases}$　B. $\begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum M_O = 0 \end{cases}$　C. $\begin{cases} \sum M_B = 0 \\ \sum M_C = 0 \end{cases}$　D. $\begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum M_A = 0 \end{cases}$



题 3 - 103 图

E. $\begin{cases}\sum F_x = 0 \\ \sum M_D = 0\end{cases}$　F. $\begin{cases}\sum F_y = 0 \\ \sum M_A = 0\end{cases}$

【3 - 105】 在题 3 - 103 图中，某平面平行力系各力作用线平行于 x 轴，满足下述哪组方程的该平面平行力系一定是平衡力系：(　　)

A. $\begin{cases}\sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0\end{cases}$　B. $\begin{cases}\sum M_A = 0 \\ \sum M_B = 0\end{cases}$　C. $\begin{cases}\sum F_x = 0 \\ \sum M_O = 0\end{cases}$　D. $\begin{cases}\sum F_x = 0 \\ \sum M_B = 0\end{cases}$

【3 - 106】 在题 3 - 103 图中，某平面平行力系各力作用线平行于 y 轴。满足下述哪组方程的该平面平行力系一定是平衡力系：(　　)

A. $\begin{cases}\sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0\end{cases}$　B. $\begin{cases}\sum M_A = 0 \\ \sum M_B = 0\end{cases}$　C. $\begin{cases}\sum F_x = 0 \\ \sum M_O = 0\end{cases}$　D. $\begin{cases}\sum F_x = 0 \\ \sum M_B = 0\end{cases}$

【3 - 107】 在题 3 - 103 图中，某平面平行力系各力作用线与 x 轴夹角为 60°。满足下述哪组方程的该平面平行力系一定是平衡力系：(　　)

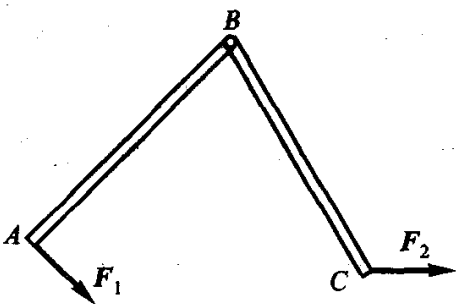
A. $\begin{cases}\sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0\end{cases}$　B. $\begin{cases}\sum M_A = 0 \\ \sum M_B = 0\end{cases}$　C. $\begin{cases}\sum F_x = 0 \\ \sum M_O = 0\end{cases}$　D. $\begin{cases}\sum F_x = 0 \\ \sum M_B = 0\end{cases}$

【3 - 108】 如图所示，AB，BC 两杆在 B 点铰接，置于光滑水平面上，在 A，C 两点各作用一个力，问：

(1) 能否在 AB，BC 杆上各加一个力使之平衡？

(2) 能否在 AB，BC 杆上各加一个力偶使之平衡？

(3) 能否在 AB 杆上加一个力，在 BC 杆上加一个力偶使之平衡？



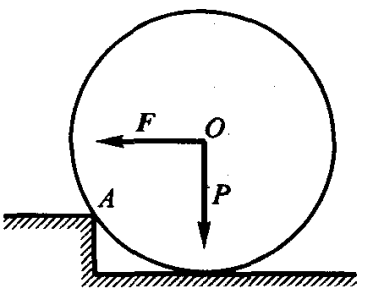
题 3 - 108 图

【3-109】 平面任意力系用三个力矩形式的平衡方程时，设(x_1, y_1)，(x_2, y_2)，(x_3, y_3)分别为三个矩心，说明这三个平衡方程互相独立的条件可写为：

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{vmatrix} \neq 0$$

【3-110】 如图所示，以滚子为研究对象，不计摩擦，如下各方程组中的方程是否相互独立？

A. $\begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \\ \sum M_A = 0 \end{cases}$　B. $\begin{cases} \sum F_y = 0 \\ \sum M_A = 0 \end{cases}$　C. $\begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \end{cases}$



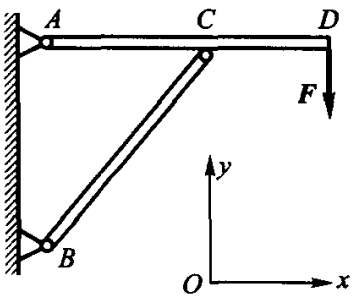
题 3-110 图

【3-111】 如图所示，以整体为研究对象，如下各方程组中的方程是否相互独立？

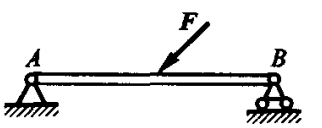
A. $\begin{cases} \sum M_A = 0 \\ \sum M_C = 0 \\ \sum M_D = 0 \end{cases}$　B. $\begin{cases} \sum M_A = 0 \\ \sum M_B = 0 \\ \sum M_D = 0 \end{cases}$　C. $\begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum M_A = 0 \\ \sum M_B = 0 \end{cases}$

【3-112】 如图所示，以 *AB* 为研究对象，如下各方程组中的方程是否相互独立？

A. $\begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \\ \sum M_A = 0 \end{cases}$　B. $\begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum M_A = 0 \\ \sum M_B = 0 \end{cases}$　C. $\begin{cases} \sum F_y = 0 \\ \sum M_A = 0 \\ \sum M_B = 0 \end{cases}$

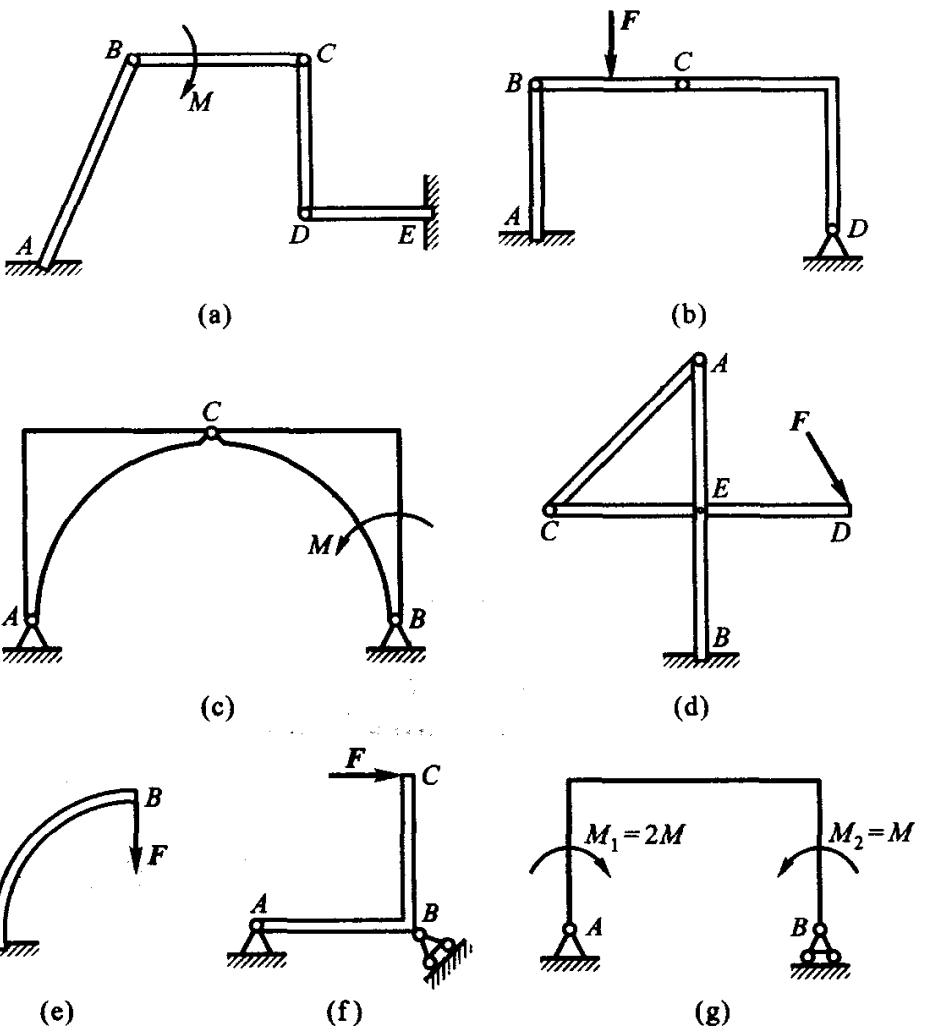


题 3-111 图



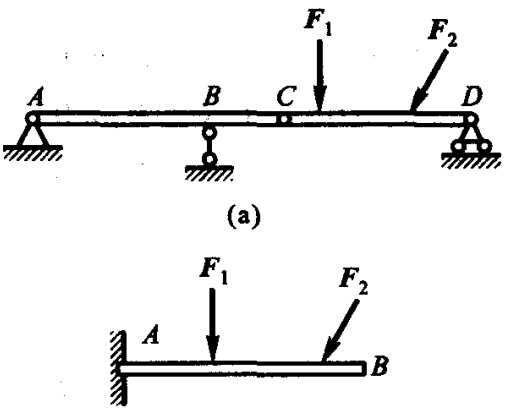
题 3-112 图

【3-113】 画出下列结构中各构件的受力图。各构件自重不计，无摩擦。铰和固定端的约束力均不得用两分力表示(要画出约束力方向)。



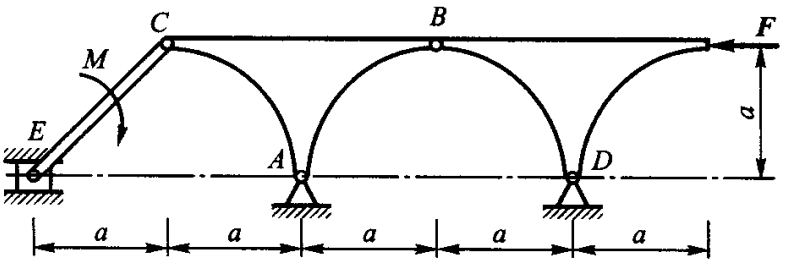
题 3-113 图

【3-114】 结构受力如图所示，试画出其受力图。图中各铰链及固定端均需画出约束力的确切方向，不得以两个分力表示。

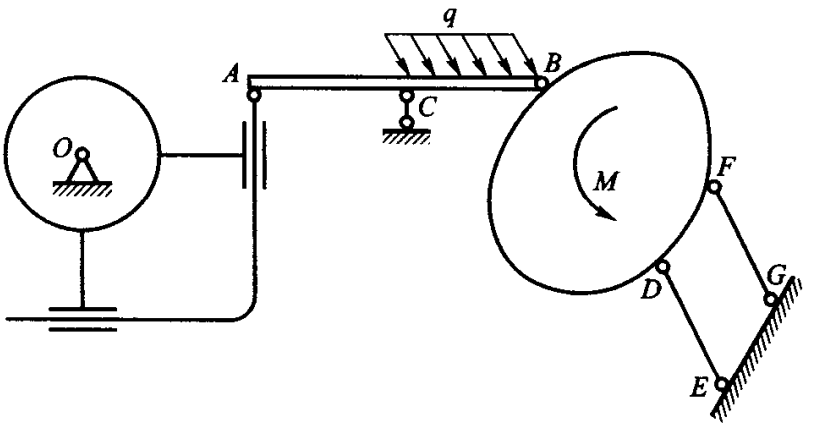


题 3-114 图

【3-115】 不计图示各构件自重，忽略摩擦。画出刚体 ABC 的受力图，各铰链均需画出确切的约束力方向，不得以两个分力代替。图(a)中力偶矩 $M=Fa$，图(b)中 $DE /\!/ FG$。



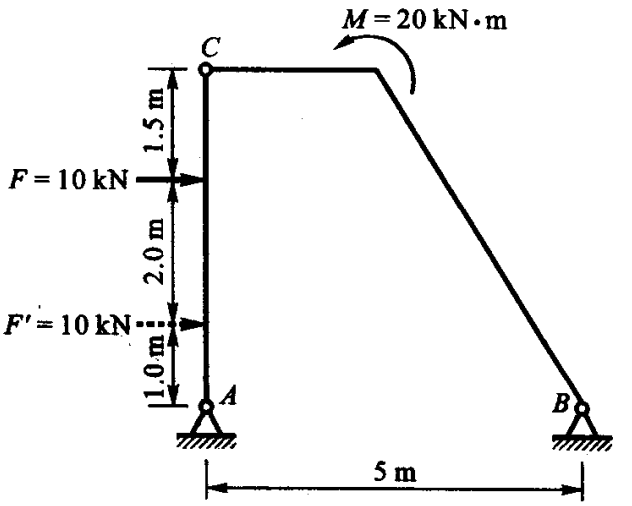
(a)



(b)

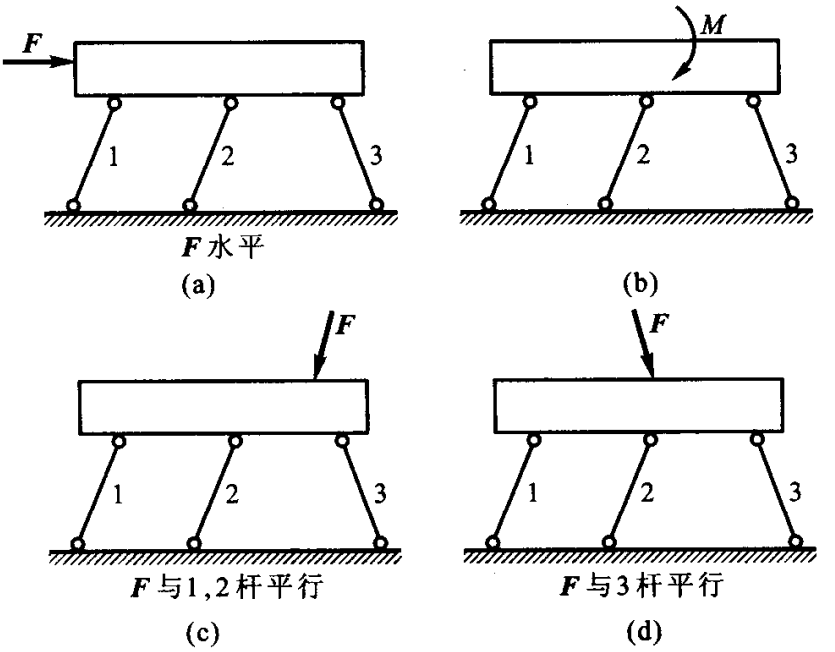
题 3-115 图

【3-116】 图示结构，为求 A，B 处的约束力，可以将力 $\boldsymbol{F}$ 与矩为 M 的力偶先合成为虚线所示的力 $\boldsymbol{F}'$ 以简化计算，对吗？为什么？



题 3-116 图

【3-117】 图中物块及各杆重量不计，无摩擦，各图中 1，2 两杆平行，判断各图中 1，2，3 杆是受拉还是受压。



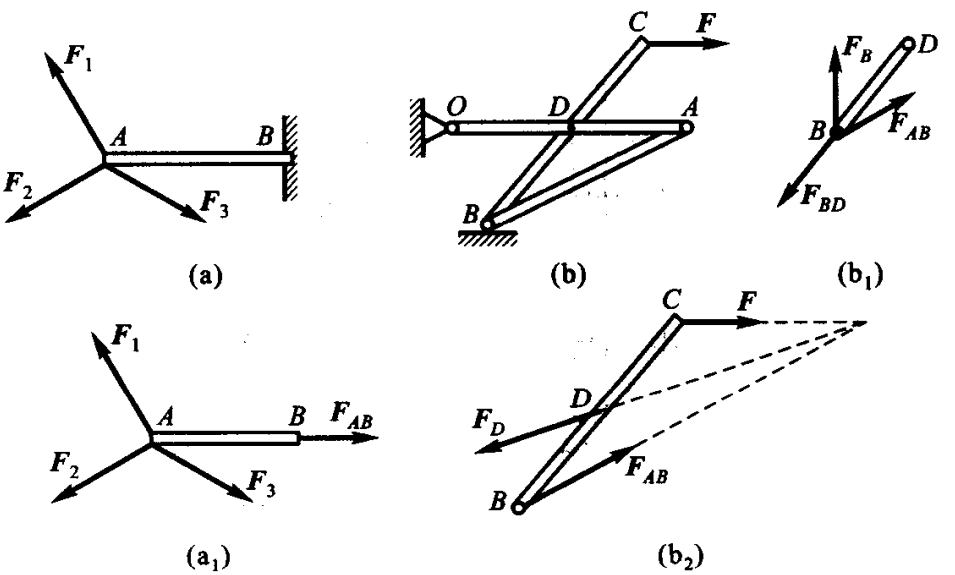
题 3 - 117 图

【3 - 118】 说明如下的受力分析是否正确，并说明为什么。（图中各杆重量不计。）

(1) 图(a)中以 *AB* 杆为研究对象，其受力分析如图(a_1)。

(2) 图(b)中因为 *B* 点及 *D* 点皆为铰链，且 *B*，*D* 两点之间无外力作用，杆重不计，故 *AB*，*BD* 皆为二力杆，*BD* 杆受力如图(b_1)所示。

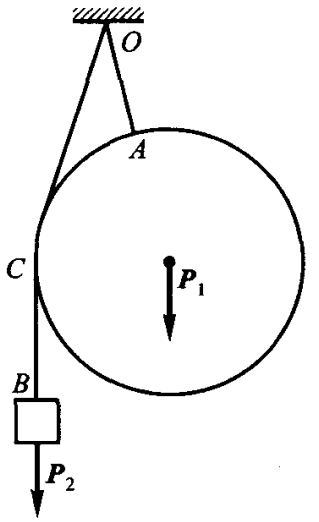
(3) 图(b)中以 *BC* 为研究对象，由于 *AB* 为二力杆，因此由三力平衡汇交定理得 *D* 点约束力如图(b_2)所示。



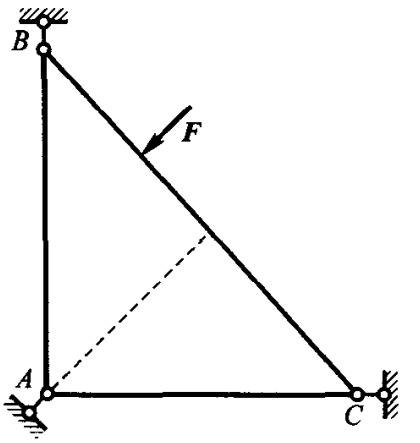
题 3 - 118 图

【3 - 119】 如图所示，图中 *OA*，*OCB* 为绳索，绳重不计，无摩擦。重量 P_1，

P_2，绳长 OA，圆盘半径 R 皆为已知，能否用静力学方法求出系统的平衡位置。



题 3－119 图

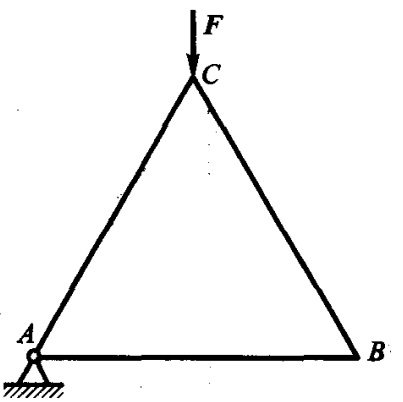


题 3－120 图

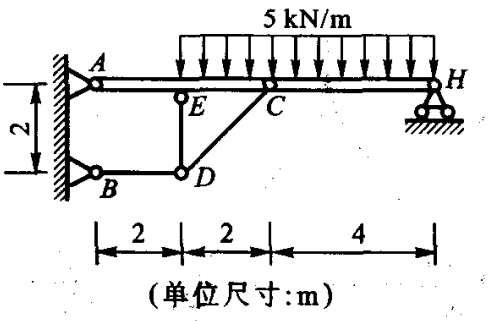
【3－120】 不计重量的直角三角形板 ABC 用三根链杆支撑，其中 B，C 两处链杆分别沿直角边设置，若系统受垂直 BC 边的力 F 作用，系统能否平衡，并简述理由。

【3－121】 不计自重的等边三角形板 ABC 放在铅垂面内，在顶端 C 处作用一铅垂向下的力 F，在 A 端设置固定铰支座，今欲使底边 AB 水平放置，且支座 A 的约束力通过三角形中心，试在 B 处设置一种约束，使该结构成为静定结构，并计算 B 处约束力的大小。

【3－122】 图示结构中各杆件的自重不计，欲求链杆 CD 所受力的大小，最多需要几个方程？



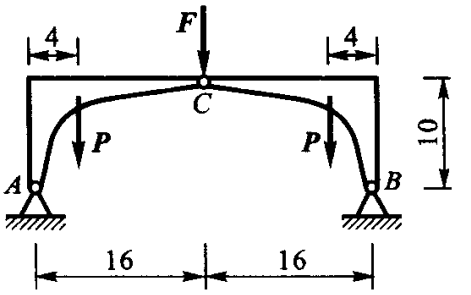
题 3－121 图



题 3－122 图

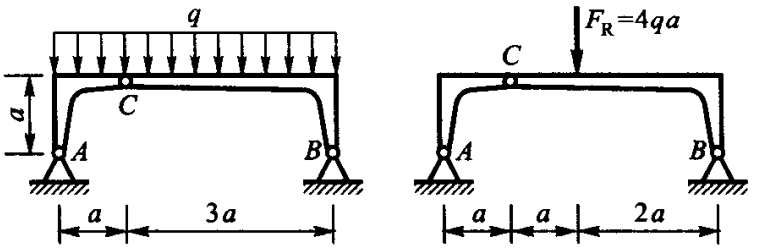
【3－123】 图示三铰拱的每半拱的重量为 P，在铰链 C 处作用一铅直向下的力 F。在求支座 A，B 及铰链 C 处的约束力时，将力 F 分别视为作用在左半拱和右半拱上，对计算结果是否有影响？

【3－124】 图示三铰拱，如果将作用在三角拱上的均布力简化为一合力 F_R，所求得的支座 A，B 及铰链 C 处的约束力是否有变化？



(单位尺寸:m)

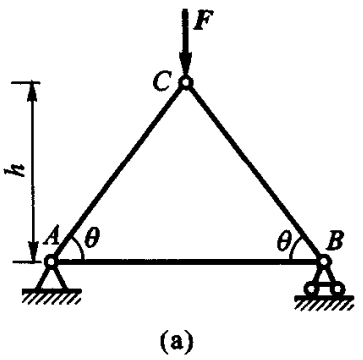
题 3 - 123 图

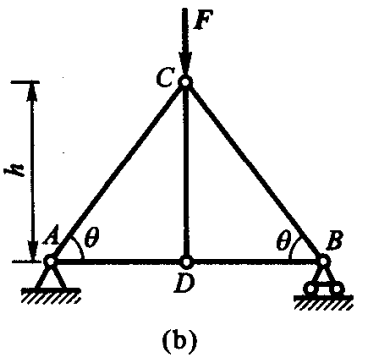


题 3 - 124 图

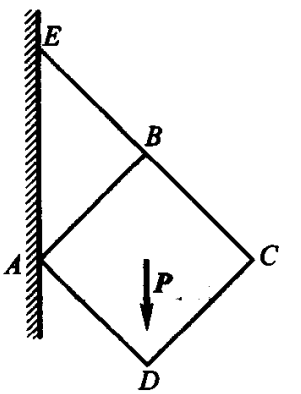
【3 - 125】 图示两种结构受相同的载荷作用,若不计各杆自重,试比较两种结构支座 A,B 的约束力及杆 AC,BC 的内力是否相同?

【3 - 126】 如图所示重量为 P 的正方形均质板用绳索悬挂,其顶点 A 靠在固定光滑的垂直墙上,如果 $AB = BE = a$,当板处于平衡时,试确定绳的约束力 F_T 和墙的约束力 F_N 的大小关系。





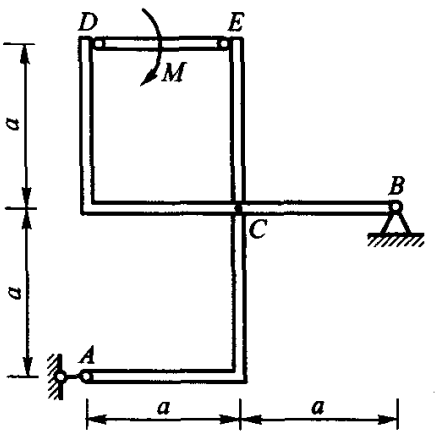
题 3 - 125 图



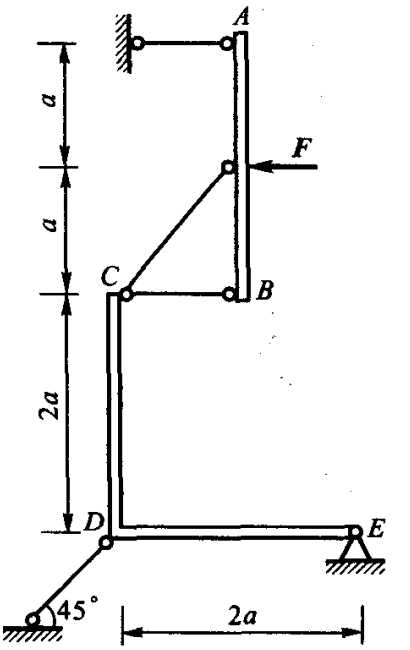
题 3 - 126 图

【3 - 127】 图示结构中,两直角曲杆 ACE 和 BCD 在 C 处铰接。受矩为 M 的平面力偶作用,如不计各杆重量,以最简便方法求铰 E 对 DE 杆的铅直和水平方向的约束力大小。

【3－128】 图示结构，不计各构件自重，受载荷 F 作用，以最简便方法求支座 E 处约束力的大小。

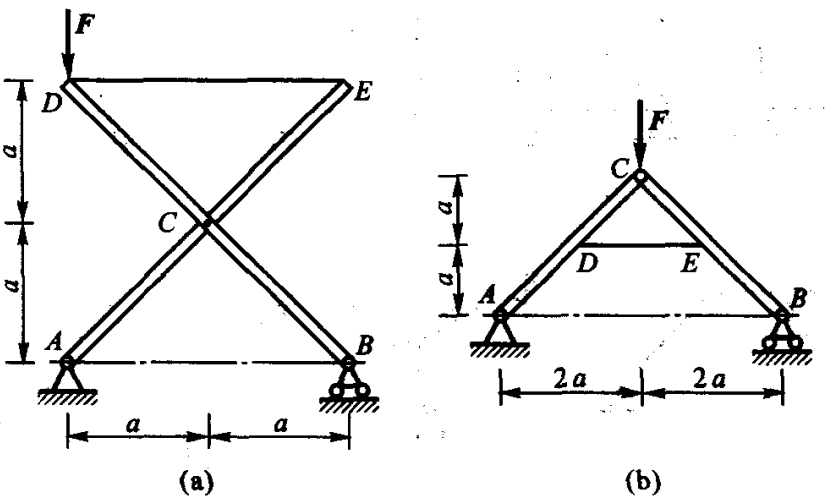


题 3－127 图



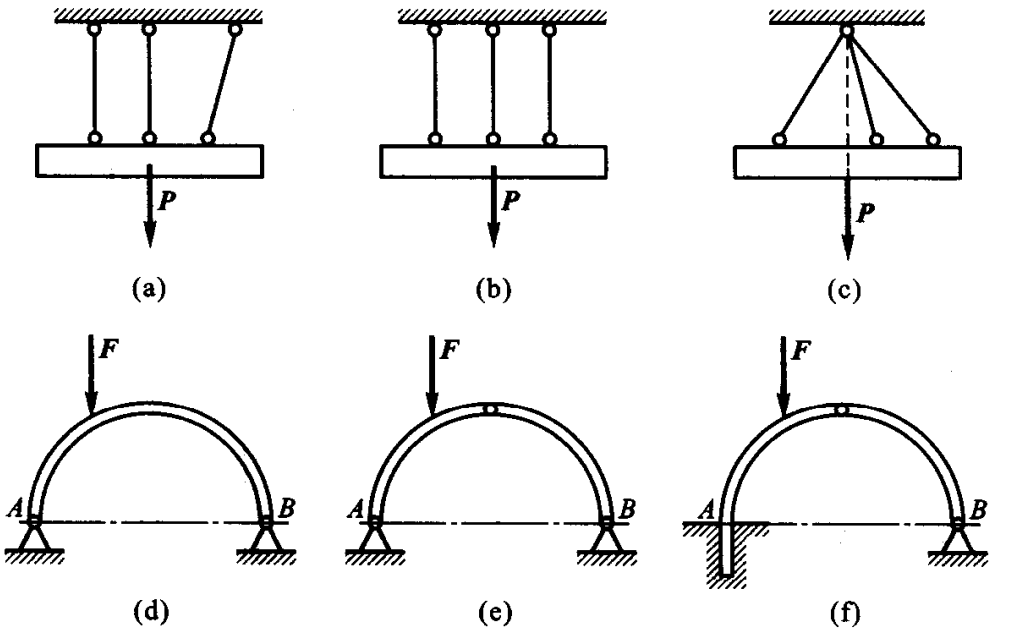
题 3－128 图

【3－129】 图示系统，不计各构件自重，若水平细绳的最大承载能力为 5 kN，以最简便方法计算力 F 的最大值。



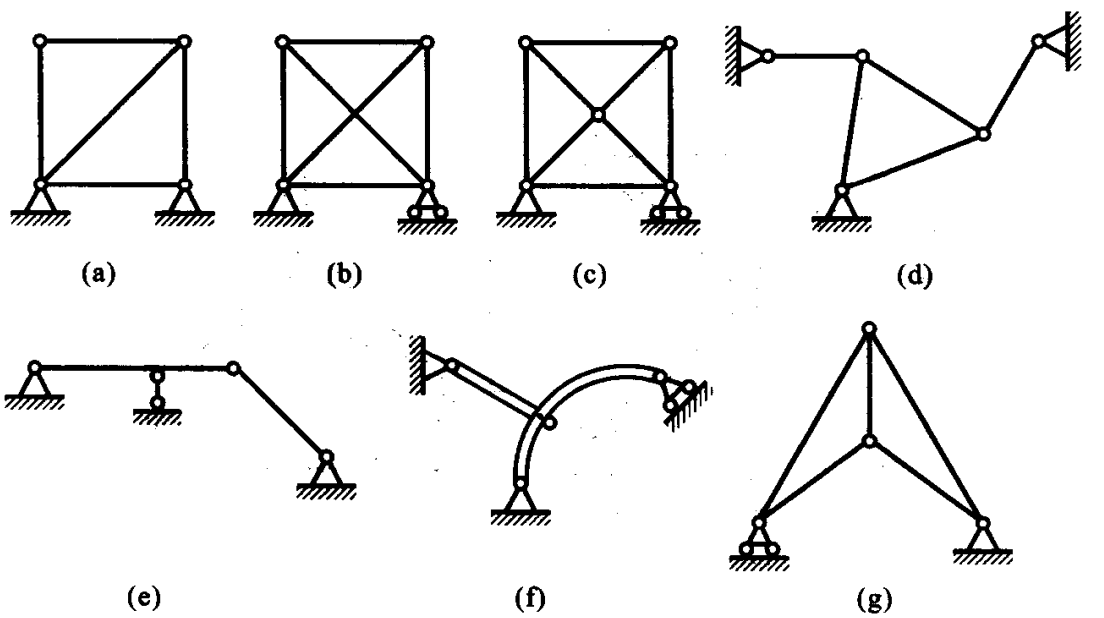
题 3－129 图

【3－130】 怎样判断静定和超静定问题？如图所示的六种情形中哪些是静定问题，哪些是超静定问题？



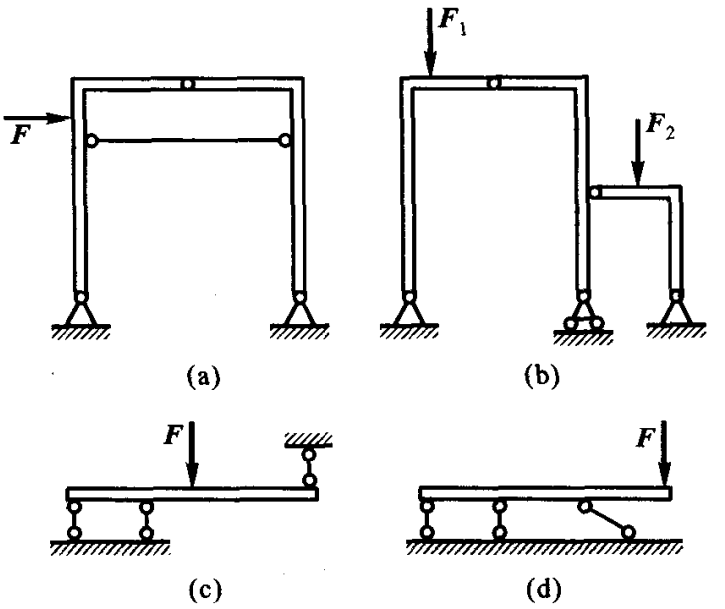
题 3 - 130 图

【3 - 131】 指出图示各平面结构哪些是静定的,哪些是超静定的。



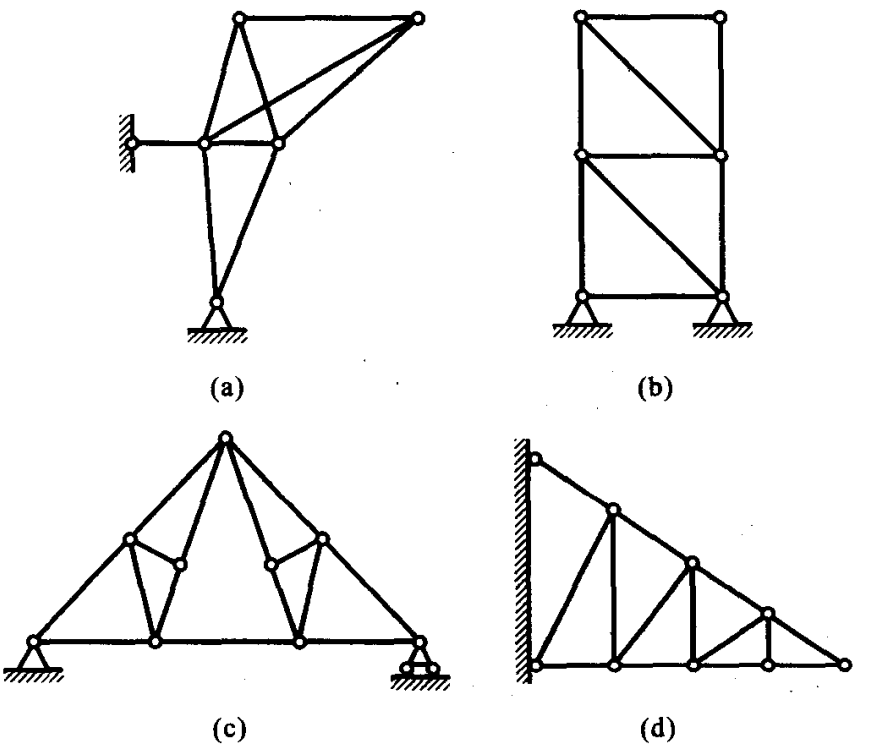
题 3 - 131 图

【3－132】 指出图示结构哪些是静定结构，哪些是超静定结构。



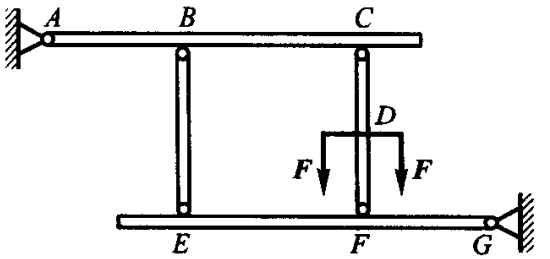
题 3－132 图

【3－133】 判断图示平面桁架中哪些是静定的，哪些是超静定的。

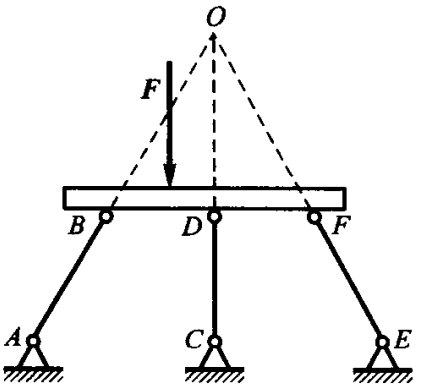


题 3－133 图

【3－134】 四根无重杆 AC，EG，BE，CF 铰接如图，在 CF 杆中点作用垂直向下集中力为 $2F$，图中 $BCFE$ 为矩形。本问题是静定问题还是超静定问题？能否求出各杆内力？



题 3 - 134 图



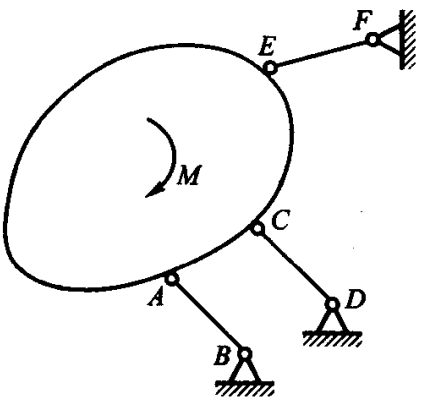
题 3 - 135 图

【3 - 135】 图中三个无重杆 AB, CD, EF 的延长线交于一点 O,若杆 BF 上作用一个力 $\boldsymbol{F}$,问:

(1) 若力 $\boldsymbol{F}$ 的作用线通过 O 点,此问题是否是静定的?

(2) 若力 $\boldsymbol{F}$ 的作用线不通过 O 点,系统是否平衡?

【3 - 136】 图示平面结构, $AB \parallel CD$,各构件自重不计,在刚体上作用一力偶,试判断下述说法的正误:



题 3 - 136 图

A. 这是平面力偶系问题,因为平面力偶系只有一个平衡方程 $\sum M = 0$,因此仅能求解一个未知量,不可能求出三根杆的内力。

B. 因为 $AB \parallel CD$,因此这是平面平行力系问题,仅能求解两个未知量,故本问题属于超静定问题。

C. 本问题 EF 杆内力一定为零。

D. A, C 两点的约束力一定是大小相等、方向相反。

E. 如果 EF 杆的方向也与 AB, CD 平行,则本问题是静定的,否则是超静定的。

F. 如果 EF 杆的方向不与 AB, CD 平行,则本问题是静定的,否则是超静定的。

G. 无论 EF 杆的方位如何,则本问题都是静定的。

H. 只有在 AB, CD, EF 三根杆两两皆不平行的情况下,本问题才是静定的,

否则为超静定的。

I. 本题中若拿掉 EF 杆，系统仍处于平衡，因此 EF 杆是多余的，故本问题是超静定的。

【3－137】 为了简化桁架的计算，都采用了哪些假设？

【3－138】 桁架能够在工程中广泛应用，是由于桁架具有哪些特点？

【3－139】 判断下述说法是否正确：

A. 无余杆桁架一定是静定桁架。

B. 某些有余杆桁架可能是静定桁架。

【3－140】 桁架中的零杆既然受力为零，为什么不能拿掉？零杆与超静定桁架中的余杆有何区别？桁架中的零杆与外力的作用点与方向有无关系？

【3－141】 判断下述说法是否正确：

A. 有余杆的桁架一定有零杆。

B. 有零杆的桁架一定是有余杆桁架。

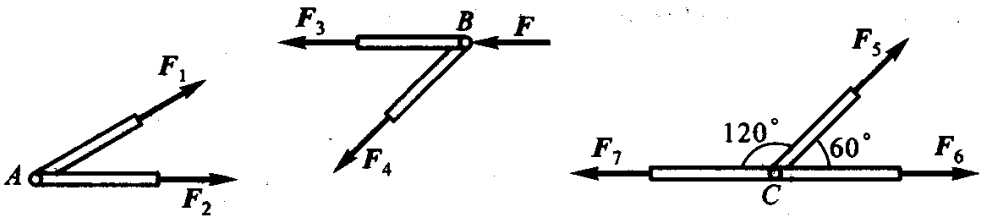
【3－142】 某一桁架在外力 F 作用下有某些杆件为零杆，问下述说法是否正确：

A. 若仅改变力 F 的作用点，则零杆可能发生改变（即某些零杆可能变成非零杆，而某些非零杆可能变成零杆）。

B. 若仅改变力 F 的方向（作用点不变），则零杆可能发生改变。

C. 若仅改变力 F 的大小，则零杆可能发生改变。

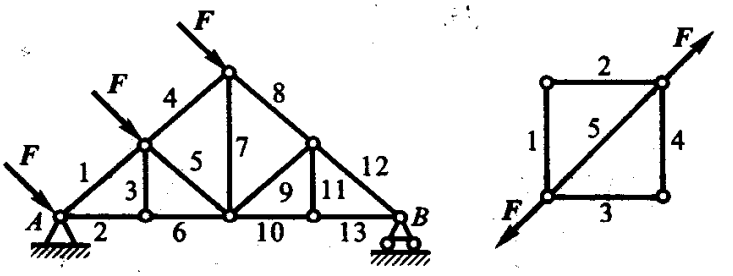
【3－143】 如图所示一桁架中杆件铰接的几种情况。设图(a)和图(c)的节点上没有载荷作用。图(b)的节点 B 上受到力 F 的作用，该力作用线沿水平方向。问图中的七根杆件中哪些杆的内力一定为零？



(a)　　(b)　　(c)

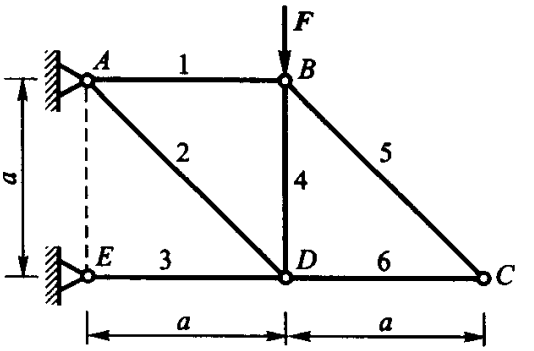
题 3－143 图

【3－144】 用上题的结论，能否直接找出如图所示桁架中的内力为零的杆件？



(a)　　(b)

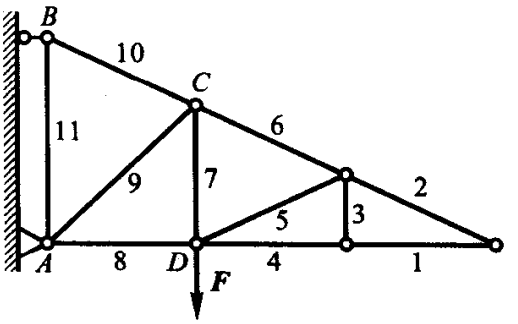
题 3－144 图



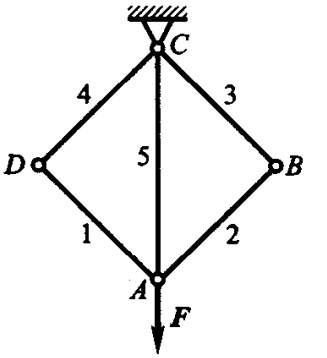
题 3 – 145 图

【3 – 145】 如图所示桁架中,哪些杆的内力为零?

【3 – 146】 用节点法或截面法求桁架杆件内力时,是否必须求出支座的约束力?试用图示桁架来说明,并直接判断哪些杆是零杆?



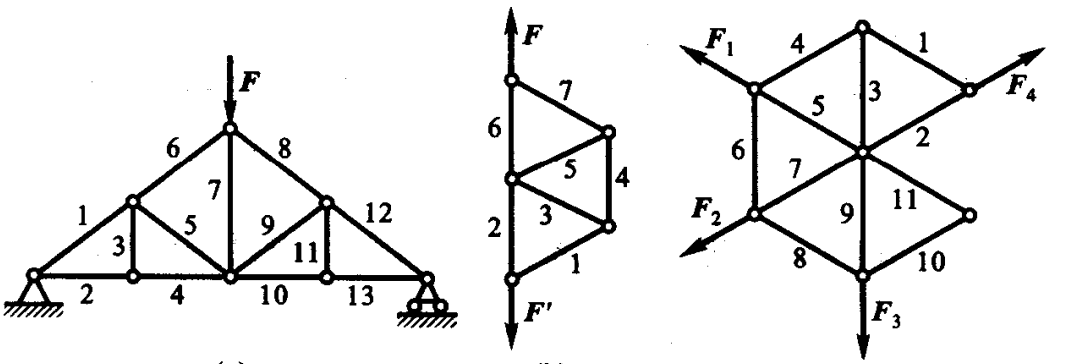
题 3 – 146 图

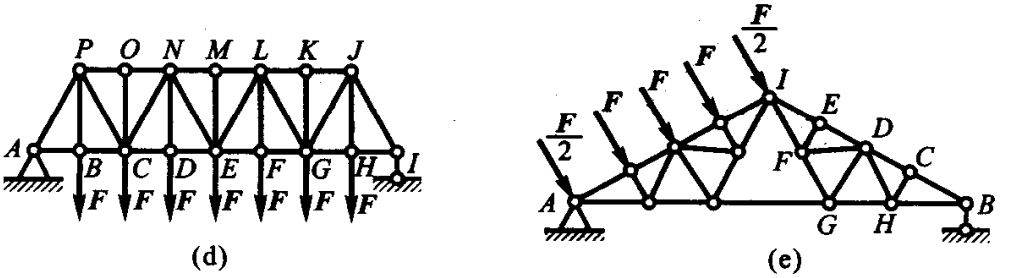


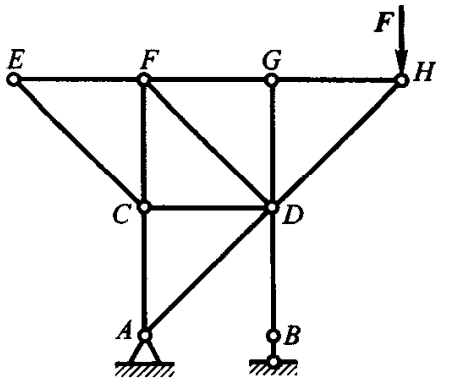
题 3 – 147 图

【3 – 147】 如图所示,A,B,C 及 D 均为光滑铰链连接,不计各杆自重。求出 5 杆内力。

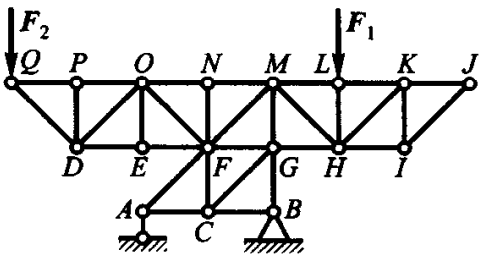
【3 – 148】 不用计算直接指出图示各桁架中的零杆。







(f)



(g)

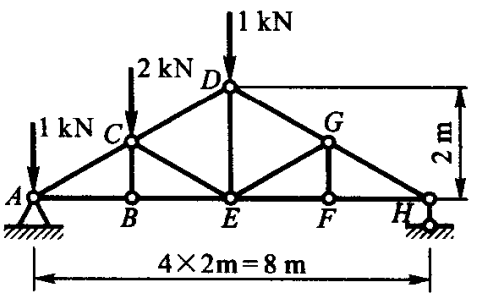
题 3 - 148 图

【3 - 149】 图示结构,不经过计算:

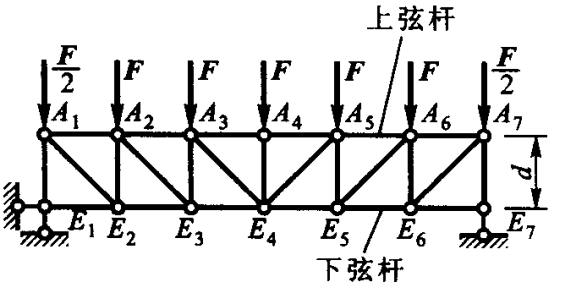
(1) 直接判断图(a)中杆 *CE* 和杆 *DE* 是受压还是受拉?

(2) 直接判断图(a)中哪些杆的内力相等?

(3) 说明图(b)中上弦杆都是受压杆,下弦杆都是受拉杆。



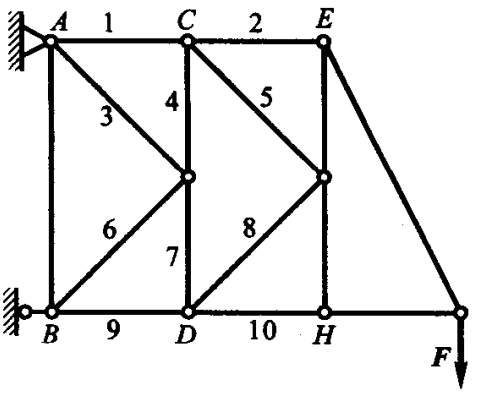
(a)



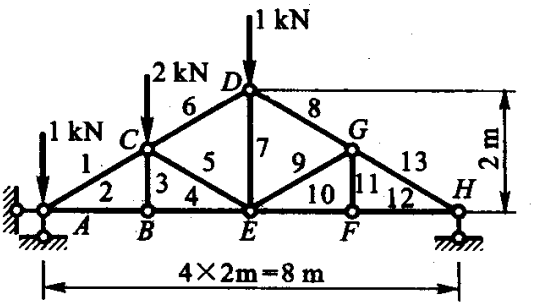
(b)

题 3 - 149 图

【3 - 150】 利用截面法由一个方程可求出图(a)中杆 1 的内力和图(b)中杆 7 的内力,应如何选取截面与列平衡方程?



(a)



(b)

题 3 - 150 图

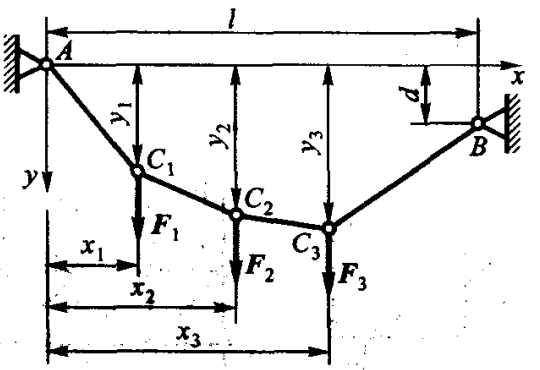
【3-151】 图示柔索两端固定于 A，B 两点，自重不计。已知集中力 F_1，F_2，F_3 沿铅直方向分别作用于 C_1，C_2，C_3 点（这三点的水平坐标已知），A，B 两点的水平距离 l 及铅直高度差 d 均为已知，判断下述说法是否正确：

A. 由于 A，B 两点的距离已知，且力的大小、方向以及作用点的水平坐标已知，因此本问题可解，而且解是唯一的。

B. 若研究整体，则有三个方程，四个未知量（A，B 处的约束力各是两个），若研究 C_1，C_2，C_3 三点，则有六个方程（每点两个）、七个未知量（四段绳中的张力及三个点的 y 坐标），因此本问题有无穷多解。

C. 本问题若已知绳上任一点（不包括 A，B 两点）的 y 坐标，则有唯一解。

D. 本问题若已知在 A（或 B）处柔索与水平线的交角，则有唯一解。



题 3-151 图

【3-152】 柔索两端固定于 A，B 两点，且 A，B 两点不等高（B 点高于 A 点）。柔索的质量是均匀的，因而其重力是铅直向下沿柔索均匀分布。问在重力作用下，判断下述说法是否正确：

A. 柔索内各处张力大小相同。

B. B 点约束力大小与 A 点约束力大小相同。

C. 设柔索的最低点为 C，则离 C 越远的点，其绳索张力也越大。

D. B 点约束力大小大于 A 点约束力大小。

【3-153】 柔索两端固定，柔索上作用有集中力，通常必须给出柔索上三个点（包括端点）的位置，才有唯一解。如果柔索不受集中力作用，而是受沿柔索均匀分布的载荷作用，是否也是如此？

【3-154】 柔索两端固定，在铅直载荷作用下（可以是若干集中力或分布力），判断下述说法是否正确：

A. 柔索内各点张力的水平分量相等。

B. 柔索内各点张力的铅直分量相等。

C. 柔索内各点张力的大小相等。

D. 柔索内各点张力的水平分量、铅直分量及张力的大小皆不相等。

【3－155】 设柔索两端固定，其上作用分布载荷，载荷方向铅直向下。问在如下两种分布载荷情况下，柔索成为何种曲线：

(1) 载荷沿 x 轴(水平轴)均匀分布。

(2) 载荷沿柔索均匀分布。

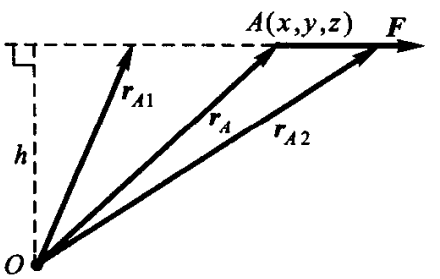
第四章　空间力系

【4-1】　两个力的力矢量相等，这两个力是否等效？

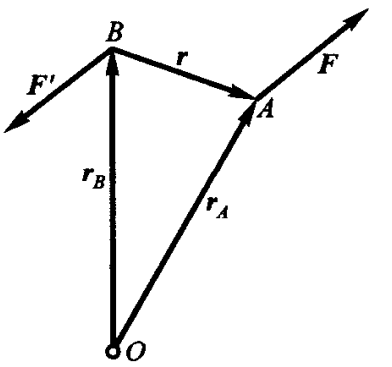
【4-2】　两个力偶的力偶矩矢相等，则这两个力偶等效，对否？

【4-3】　一个力对某点的力矩矢与某力偶的力偶矩矢相等，则这个力与这个力偶等效，对否？

【4-4】　某力偶对点 A 的矩为 $\boldsymbol{M}_A$，对另一点 B 的矩为 $\boldsymbol{M}_B$，则是否必有 $\boldsymbol{M}_A = \boldsymbol{M}_B$。



题 4-5 图



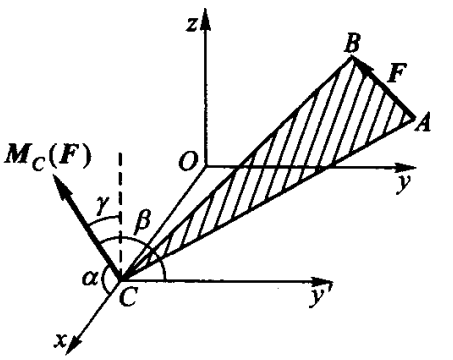
题 4-7 图

【4-5】　用矢量积 $\boldsymbol{r}_A \times \boldsymbol{F}$ 计算力 $\boldsymbol{F}$ 对点 O 之矩，如果力沿其作用线移动，则力的作用点坐标将会改变，如图所示，那么计算结果是否改变？

【4-6】　空间力偶等效的条件是什么？

【4-7】　如图所示，证明力偶 $(\boldsymbol{F}, \boldsymbol{F}')$ 对空间任意一点 O 的矩为 $\boldsymbol{M} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F}$。

【4-8】　如图所示力 $\boldsymbol{F}$ 对 C 点的矩矢为 $\boldsymbol{M}_C(\boldsymbol{F})$，它与 x, y, z 轴正向间的夹角分别为 α, β, γ，则力 $\boldsymbol{F}$ 对 y 轴之矩是否为 $M_y(\boldsymbol{F}) = M_C(\boldsymbol{F})\cos\beta$？



题 4-8 图

【4-9】　试证：空间力偶对任一轴之矩等于

其力偶矩矢在该轴上的投影。

【4-10】 说明平面力系的合力矩定理，空间力系对轴的合力矩定理和空间力系对点的合力矩定理有何区别？

【4-11】 空间的两个力 $\boldsymbol{F}_1$ 和 $\boldsymbol{F}_2$ 对某固定点 O 的力矩矢相等，那么这两个力的作用线是否必平行。

【4-12】 空间的两个力 $\boldsymbol{F}_1$ 和 $\boldsymbol{F}_2$ 对某固定点 O 的力矩矢相等，则这两个力必在同一平面上，这种说法是否正确？

【4-13】 空间的两个力 $\boldsymbol{F}_1$ 和 $\boldsymbol{F}_2$ 对某固定点 O 的力矩矢相等，则这两个力的大小与点 O 到各力作用线的距离成反比，这种说法是否正确？

【4-14】 对空间任意两个力，一定能找到一点，使这两个力对该点的力矩矢相等，对否？

【4-15】 对空间任意两个不共线的力，一定能找到一根轴，使这两个力对该轴的矩相等，且不为零，对否？

【4-16】 对空间任意两个力，一定能找到一根轴，使这两个力在该轴上的投影分别为零，对否？

【4-17】 设力 $\boldsymbol{F}_1$，$\boldsymbol{F}_2$ 及点 O 都在某平面上，$\boldsymbol{F}_1$，$\boldsymbol{F}_2$ 不平行，其交点为 A，且 $\boldsymbol{F}_1$，$\boldsymbol{F}_2$ 对点 O 的力矩矢相等，判断下述说法是否正确：

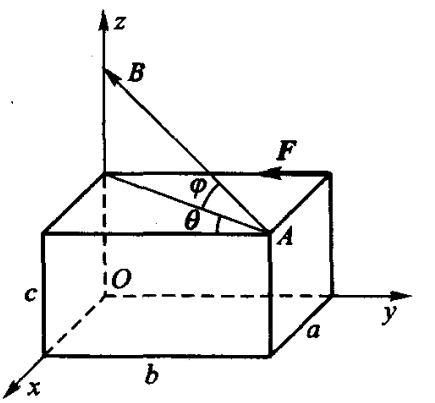
A. 对于过点 O 且垂直于此平面的直线上任一点 B，必有 $\boldsymbol{M}_B(\boldsymbol{F}_1) = \boldsymbol{M}_B(\boldsymbol{F}_2)$。

B. 对于 OA 直线上的任一点 B，必有 $\boldsymbol{M}_B(\boldsymbol{F}_1) = \boldsymbol{M}_B(\boldsymbol{F}_2)$。

C. 对过直线 OA 且与此平面垂直的平面上任一点 B，必有 $\boldsymbol{M}_B(\boldsymbol{F}_1) = \boldsymbol{M}_B(\boldsymbol{F}_2)$。

D. 除 O 点外，不存在另一点 B，使 $\boldsymbol{M}_B(\boldsymbol{F}_1) = \boldsymbol{M}_B(\boldsymbol{F}_2)$。

【4-18】 已知力 $\boldsymbol{F}$ 及长方体的边长 a，b，c，如图所示 AB 轴与长方体顶面的夹角为 φ，且由 A 指向 B，试求力 $\boldsymbol{F}$ 对 AB 轴的矩。



题 4-18 图

【4-19】 在任意力系中，若其力多边形自行封闭，则该任意力系的主矢为零，是否正确？

【4-20】 空间任意力系向两个不同的点简化，试问下述情况是否可能。

(1) 主矢相等，主矩相等。

(2) 主矢不相等，主矩相等。

(3) 主矢相等，主矩不相等。

(4) 主矢、主矩都不相等。

【4-21】 什么力系向任一点简化，其主矩与简化中心的选择无关？什么力系向任一点简化，其主矩为零？

【4-22】 任一不平衡的空间汇交力系，它向任一点简化的主矢是否为零？主矩是否为零？

【4-23】 在常规直角坐标系下，有一空间力 $\boldsymbol{F}$，问在什么情况下有：

A. $F_x=0, M_O(\boldsymbol{F})=0$

B. $F_x=0, M_x(\boldsymbol{F})=0$

C. $F_x=0, M_x(\boldsymbol{F})\neq 0$

D. $M_x(\boldsymbol{F})=0, M_y(\boldsymbol{F})=0$

E. $M_x(\boldsymbol{F})=0, M_y(\boldsymbol{F})=0, M_z(\boldsymbol{F})=0$

F. $F_x=0, F_y=0$

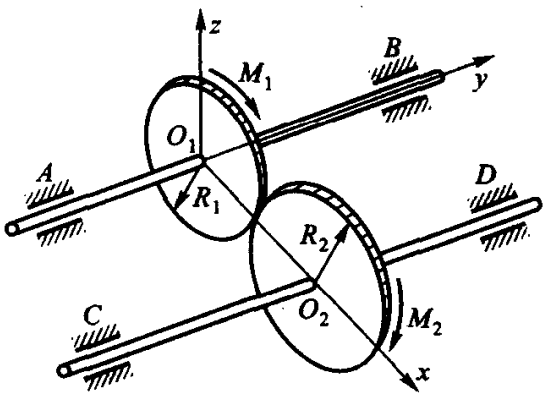
G. $F_x=0, F_y=0, F_z=0$

H. $F_x=0, F_y=0, M_x(\boldsymbol{F})=0$

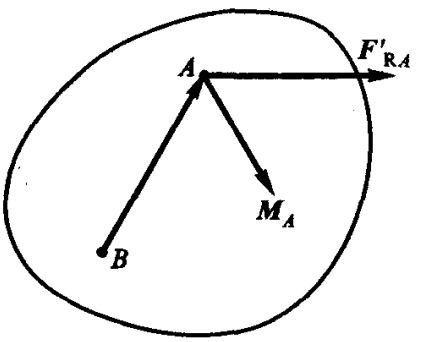
I. $M_x(\boldsymbol{F})=0, M_y(\boldsymbol{F})\neq 0$

J. $F_x=0, M_x(\boldsymbol{F})=0, M_y(\boldsymbol{F})=0, M_z(\boldsymbol{F})\neq 0$

【4-24】 如图所示，轴 AB 上作用一主动力偶，矩为 M_1，齿轮的啮合半径 $R_2=2R_1$。问：当研究轴 AB 和 CD 的平衡问题时：(1)能否以力偶矩矢是自由矢量为理由，将力偶 M_1 移到 CD 上？(2)若在轴 CD 上作用矩为 M_2 的力偶，使两轴平衡，问两力偶矩的大小是否相等？转向是否应相反？



题 4-24 图



题 4-26 图

【4-25】 某空间力系向某点 A 简化得一主矢和主矩，若适当选择简化中心，是否一定可使主矩为零？

【4-26】 如图所示，空间任意力系向 A 点简化得到主矢 $\boldsymbol{F}'_{RA}$ 和主矩 $\boldsymbol{M}_A$，写出该力系向 B 点简化的结果。

【4-27】 空间任意力系向任一点简化，一般得一主矢及一主矩。若将主矩向主矢方向投影，这投影与简化中心是否有关？为什么？

【4-28】 空间任意力系向某点 O 简化得到 $\boldsymbol{M}_O=\boldsymbol{0}$，则主矩与简化中心无关，这种说法是否正确？

【4-29】 空间任意力系向某点 O 简化得到 $\boldsymbol{F}'_{RO}=\boldsymbol{0}$，则主矩与简化中心无关，这种说法是否正确？

【4-30】 某空间力系与一空间汇交力系等效，又与某空间力偶系等效，则此空间力系向任一点简化结果如何？

【4-31】 任何空间平行力系是否都可由一个力与一个力偶来等效？

【4-32】 某空间力系向 A 点简化得到一主矢，向 B 点简化仅得一主矩，这是否可能？

【4-33】 某空间力系向不在一条直线上的三点简化都仅得一个力，是否可能？

【4-34】 某空间力系向不在一条直线上的三点简化都仅得一个力偶，是否可能？

【4-35】 某空间力系向不在一条直线上的三点简化都仅得一个力螺旋，是否可能？

【4-36】 某空间力系向 A 点简化得到一主矢及一主矩，向 B 点简化仅得一个力，这是否可能？

【4-37】 某空间力系向 A 点简化得到一主矢及一主矩，向 B 点简化仅得一个力偶，这是否可能？

【4-38】 某空间力系向 A 点简化得到一力螺旋，向 B 点简化仅得一个力，这是否可能？

【4-39】 任何一空间任意力系是否可以用两个相交平面上的平面力系来等效？

【4-40】 任何空间任意力系是否都可以用一个平面汇交力系与一个与该平面不平行的平面平行力系来等效？

【4-41】 任何一个空间任意力系是否都可以用两个平行平面上的两个平面力系来等效？

【4-42】 任何空间力系一定可以用两个力来等效，是否正确？

【4-43】 任何空间力系一定可以用两个力偶来等效，是否正确？

【4-44】 任何空间力系一定可以用两个空间汇交力系来等效，是否正确？

【4-45】 任何空间力系可以用不同平面上的两个平面汇交力系来等效，是否正确？

【4-46】 任何空间力系一定可以用不同平面上的两个平面平行力系来等效，是否正确？

【4-47】 任何空间力系一定可以用两个空间力偶系来等效，是否正确？

【4-48】 任何空间平行力系是否都可用一个空间汇交力系来等效?

【4-49】 任何空间汇交力系是否都可以用一个空间平行力系来等效?

【4-50】 任何空间平行力系是否都可用一个平面平行力系来等效?

【4-51】 任何空间汇交力系是否都可用一个平面汇交力系来等效?

【4-52】 空间任意力系向某两相交平面投影,得两个平面任意力系,判断下述说法是否正确:

A. 若这两个平面任意力系合成的结果各得一个力偶,则此空间力系的最终简化结果必为一力偶。

B. 若这两个平面任意力系合成的结果各得一个力,则此空间力系的最终简化结果必为一力。

C. 若这两个平面任意力系皆为平衡力系,则此空间力系一定是平衡力系。

【4-53】 任一平面力系,若其主矢不等于零,则其简化的最终结果可能是什么?任一空间力系,若其主矢不等于零,则其简化的最终结果可能是什么?

【4-54】 空间平行力系的简化结果可能合成为力螺旋吗?

【4-55】 空间任意力系向某点简化恰好为一力螺旋。证明:力螺旋中的力偶矩是原力系向任一点简化所得主矩中最小的。

【4-56】 力螺旋是否能化为两个力?试画图说明。

【4-57】 某空间力系向 A 点及 B 点简化,结果都为力螺旋,问:

(1) 这两个力螺旋中的力与力偶是否完全相等?

(2) 这两个力螺旋中的力矢与力偶矩矢都沿什么方向?

【4-58】 某空间力系与一平面任意力系等效,则此空间力系简化的最终结果可能是什么?

【4-59】 某空间力系由两个空间汇交力系组成,该力系简化的最终结果是否可能成为力螺旋?

【4-60】 空间平行力系简化的主矢、主矩一般呈什么情况?最后结果如何?

【4-61】 图示长方体上沿三个不相交又不平行的棱作用有三个力 $\boldsymbol{F}_1$,$\boldsymbol{F}_2$,$\boldsymbol{F}_3$,长方体三条棱长分别是 a,b,c,问:

(1) 若 $\boldsymbol{F}_1=\boldsymbol{F}_2=\boldsymbol{F}_3$,适当选择三条棱的长度,能否使力系合成为一个合力?

(2) 若适当选择棱长,并适当选择三个力的大小(但不能取为零),能否使力系平衡?

(3) 若 $a=b=c\neq 0$,$F_1=F_2=F_3\neq 0$,力系简化的最终结果是什么?

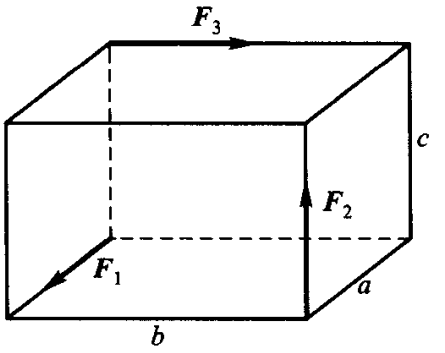
【4-62】 图示正方体,在 A 点作用两个力 $\boldsymbol{F}_1$,$\boldsymbol{F}_2$,分别沿两条棱的方向,问:

(1) 能否通过 B 点,在 $BCDE$ 平面内加一个适当的力,使力系简化为一个合力?

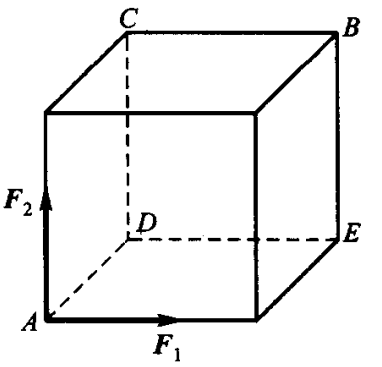
(2) 能否通过 B 点,在 $BCDE$ 平面内加一个适当的力,使力系简化为一个合力偶?

(3) 能否通过 B 点,在 $BCDE$ 平面内加一个适当的力,使力系简化为一个力螺旋?

(4) 能否在 B 点加一个适当的力,使力系平衡?



题 4-61 图



题 4-62 图

【4-63】 对于空间力系问题,任意两个力是否一定能合成为一个力或一个力偶?

【4-64】 对于空间力系问题,任意两个力偶是否一定能合成为一个力偶?

【4-65】 对于空间力系问题,任意一个力与一个力偶是否一定能合成为一个力?

【4-66】 若某空间任意力系对不在同一直线上的三点主矩都为零,则该力系简化的最终结果可能是什么?

【4-67】 若某空间任意力系对某两点的主矩均为零,则该力系简化的最终结果可能是什么?

【4-68】 若某空间任意力系对某两点的主矩为零,且在某轴上的投影为零(此轴不与这两点连线垂直),则该力系简化的最终结果可能是什么?

【4-69】 若某空间任意力系对某点的主矩为零,且在某轴上的投影为零,则该力系简化的最终结果可能是什么?

【4-70】 若某空间任意力系对某点的主矩为零,且在某两条相交轴上的投影为零,则该力系简化的最终结果可能是什么?

【4-71】 某空间任意力系向某点简化,主矩为零,主矢在某三条相交且不共面轴上的投影为零,则该力系简化的最终结果可能是什么?

【4-72】 某空间任意力系向某点简化,主矢为零,主矩在三条相交且不共面的轴上的投影为零,则该力系简化的最终结果可能是什么?

【4-73】 某空间任意力系向某点简化,主矢为零,主矩在 x 轴上的投影为零,则该力系简化的最终结果可能是什么?

【4-74】 某空间任意力系向某点简化，主矢为零，主矩在 x 轴，y 轴上的投影分别为零，则该力系简化的最终结果可能是什么？

【4-75】 某空间任意力系不平衡，设坐标原点为 O，在下述情况下，该力系向 A 点简化的结果可能是什么：

(1) $\sum F_x=0, \sum F_y=0, \sum M_z=0$

(2) $\sum F_x=0, \sum F_y=0, \sum M_x=0, \sum M_y=0$

(3) $\sum F_x=0, \sum F_y=0, \sum M_x=0$

(4) $\sum F_x=0, \sum M_y=0, \sum M_z=0$

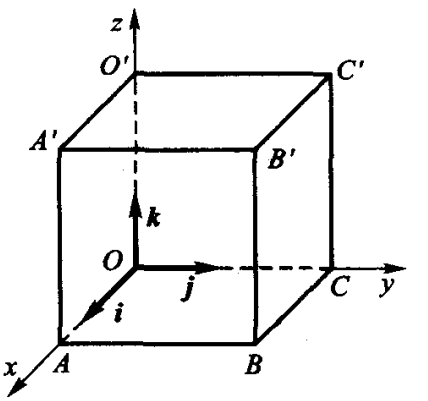
(5) $\sum F_x=0, \sum M_x=0$

【4-76】 空间任意力系向 A，B 两点简化的主矩 $\boldsymbol{M}_A$ 及 $\boldsymbol{M}_B$ 均为零，故此力系最终的简化结果可能是什么？

【4-77】 图示为一边长为 a 的正方体，已知某力系向 B 点简化得到一合力，向 C' 点简化也得一合力。问：

(1) 力系向 A 点和 A' 点简化所得主矩是否相等？

(2) 力系向 A 点和 O' 点简化所得主矩是否相等？



题 4-77 图

【4-78】 在题 4-77 图中，已知空间力系向 B' 点简化得一主矢（其大小为 F）及一主矩（大小、方向均未知），又已知该力系向 A 点简化为一合力，合力方向指向 O 点。试：

(1) 用矢量的解析表达式给出力系向 B' 点简化的主矩。

(2) 用矢量的解析表达式给出力系向 C 点简化的主矢和主矩。

【4-79】 在题 4-77 图中，若力系向 B 点及 B' 点简化皆为一合力，向 A 点简化得一主矢及主矩，且主矩大小为 M_A，沿着 x 轴正向，试：

(1) 给出该力系合力的大小。

(2) 用矢量的解析表达式给出力系向 C 点简化的主矢和主矩。

【4-80】 在题 4-77 图中，某空间力系满足 $\sum F_x=0, \sum F_y=0$，力系向 C 点简化得一主矢和主矩，且主矩 $\boldsymbol{M}_C=3\boldsymbol{i}+4\boldsymbol{j}+5\boldsymbol{k}$，试：

(1) 用矢量的解析表达式给出力系向 C' 点简化的主矩。

(2) 此力系向 A 点及 A' 点简化的主矩是否一定相等？

(3) 在本问题中，若力系向 A 点及 B 点简化所得主矩相等，能否肯定该力系的主矢一定为零？

【4-81】 在题 4-77 图中，某空间力系满足 $\sum F_x=0, \sum F_y=0, \sum M_x=0,$

$\sum M_z=0,\sum F_z\neq0,\sum M_y\neq0$,则下述哪些结果是正确的:

(1) 若力系向 C 点简化:(　　)

A. 可能有 $\boldsymbol{F}'_R\neq\boldsymbol{0},\boldsymbol{M}_C=\boldsymbol{0}$

B. 可能有 $\boldsymbol{F}'_R=\boldsymbol{0},\boldsymbol{M}_C\neq\boldsymbol{0}$

C. 可能有 $\boldsymbol{F}'_R\neq\boldsymbol{0},\boldsymbol{M}_C\neq\boldsymbol{0}$

D. 一定有 $\boldsymbol{F}'_R\neq\boldsymbol{0},\boldsymbol{M}_C\neq\boldsymbol{0}$

(2) 若力系向 A 点简化:(　　)

A. 可能有 $\boldsymbol{F}'_R\neq\boldsymbol{0},\boldsymbol{M}_A=\boldsymbol{0}$

B. 可能有 $\boldsymbol{F}'_R=\boldsymbol{0},\boldsymbol{M}_A\neq\boldsymbol{0}$

C. 可能有 $\boldsymbol{F}'_R\neq\boldsymbol{0},\boldsymbol{M}_A\neq\boldsymbol{0}$

【4-82】 在题 4-77 图中,若力系向 A 点简化得到 $\boldsymbol{F}'_R\neq\boldsymbol{0},\boldsymbol{M}_A=\boldsymbol{0}$,向 C 点简化得到 $\boldsymbol{M}_C=\boldsymbol{0}$,下述说法正确的是:(　　)

A. 必有 $\sum F_x=0,\sum F_y=0$

B. 必有 $\sum M_x=0,\sum M_y=0$

C. 必有 $\sum M_z=0$

D. 必有 $\sum F_z=0$

【4-83】 在题 4-77 图中,若空间力系向 A 点和 B 点简化有 $\boldsymbol{M}_A=\boldsymbol{M}_B$,下述说法正确的是:(　　)

A. 若力系向 C 点简化的主矩为 $\boldsymbol{M}_C$,则必有 $\boldsymbol{M}_C=\boldsymbol{M}_B$

B. 若力系向 O 点简化的主矩为 $\boldsymbol{M}_O$,则必有 $\boldsymbol{M}_O=\boldsymbol{M}_C$

C. 若力系向 O 点简化的主矩为 $\boldsymbol{M}_O$,沿 z 轴正向,则此力系简化的最终结果可能是力螺旋

D. 若力系向 O 点简化的主矩为 $\boldsymbol{M}_O$,沿 z 轴正向,且主矢不为零,则此力系简化的最终结果一定是一个力

【4-84】 在题 4-77 图中,若力系向 B 点简化,有 $\boldsymbol{M}_B=\boldsymbol{0}$,则该力系必然满足 $\sum M_x=0,\sum M_y=0,\sum M_z=0$,是否正确?

【4-85】 在题 4-77 图中,若力系向 O 点简化,有 $\boldsymbol{M}_O=\boldsymbol{0}$,则该力系必然满足 $\sum M_x=0,\sum M_y=0,\sum M_z=0$,是否正确?

【4-86】 在题 4-77 图中,若力系向 B 点简化,有 $\boldsymbol{F}'_R=\boldsymbol{0}$,则该力系必然满足 $\sum F_x=0,\sum F_y=0,\sum F_z=0$,是否正确?

【4-87】 在题 4-77 图中,若力系向 C 点和 C' 点简化的主矩皆为零,则力系必然满足 $\sum F_x=0,\sum F_y=0,\sum M_y=0,\sum M_z=0$,是否正确?

【4-88】 在题 4-77 图中,回答在下述情况下,力系简化的最终结果可能

是什么？

(1) 某空间力系向 A，B 两点简化结果相同。

(2) 某空间力系向 A，B，C 三点简化结果相同。

(3) 某空间力系向 A，B 两点简化结果相同，且力系满足 $\sum M_z = 0$。

(4) 某空间力系向 A，B，C 三点简化结果相同，且力系满足 $\sum M_z = 0$。

(5) 某空间力系向 A，B 两点简化结果相同，向 C 点简化的主矩 $\boldsymbol{M}_C = 4\boldsymbol{k}$，且主矢不为零。

(6) 某空间力系向 B，C 两点简化结果相同，向 A，A' 两点简化结果也相同。

【4－89】 由 n 个力组成的空间平衡力系，若其中 $(n-1)$ 个力相交于 A 点，那么另一个力是否也一定通过 A 点？

【4－90】 空间汇交力系在任选的三个投影轴上的投影的代数和分别为零，则该汇交力系是否一定平衡？

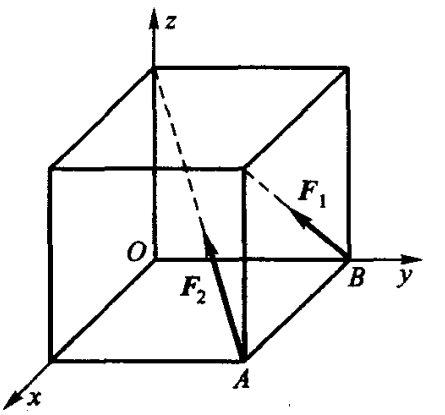
【4－91】 空间力系总可以由两个力来平衡，为什么？

【4－92】 在边长为 $a = 1$ m 的正方形顶点 A 和 B 处，分别作用力 $\boldsymbol{F}_1$ 和 $\boldsymbol{F}_2$，如图所示。已知 $F_1 = F_2 = 1$ kN，试求：

(1) 这两个力在坐标轴上的投影和对坐标轴的矩。

(2) 力系向 O 点的简化结果(以解析表达式给出)。

(3) 力系的最终简化结果。



题 4－92 图

【4－93】 在题 4－92 图中：

(1) 能否在适当位置加一个适当的力，使力系平衡？

(2) 能否加一个适当的力偶使力系平衡？

【4－94】 在题 4－92 图中，将力系向 A 点简化与向 O 点简化，其简化结果有何异同？

【4－95】 在题 4－92 图中，设该力系向 O 点简化，其主矢为 $\boldsymbol{F}'_{RO}$，主矩为 $\boldsymbol{M}_O$，判断下述说法是否正确：

A. 不存在另外的点，使力系向该点简化的主矢与主矩也为 $\boldsymbol{F}'_{RO}$ 和 $\boldsymbol{M}_O$。

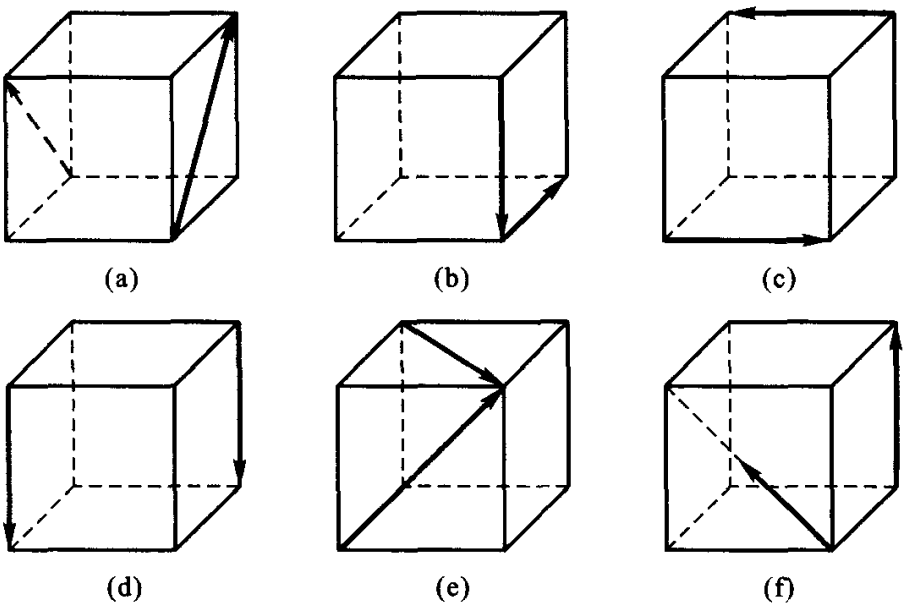
B. 力系向过 O 点沿 $\boldsymbol{F}'_{RO}$ 的直线上任一点简化，都得 $\boldsymbol{F}'_{RO}$ 和 $\boldsymbol{M}_O$。

C. 力系向过 O 点沿 $\boldsymbol{M}_O$ 的直线上任一点简化，都得 $\boldsymbol{F}'_{RO}$ 和 $\boldsymbol{M}_O$。

【4－96】 某空间力系由两个力组成，此二力既不平行，又不相交，则该力系简化的最终结果是否为力螺旋？

【4-97】 空间任意力系的合力(如果合力存在)的大小一定等于该力系向任一点简化的主矢大小,对否?

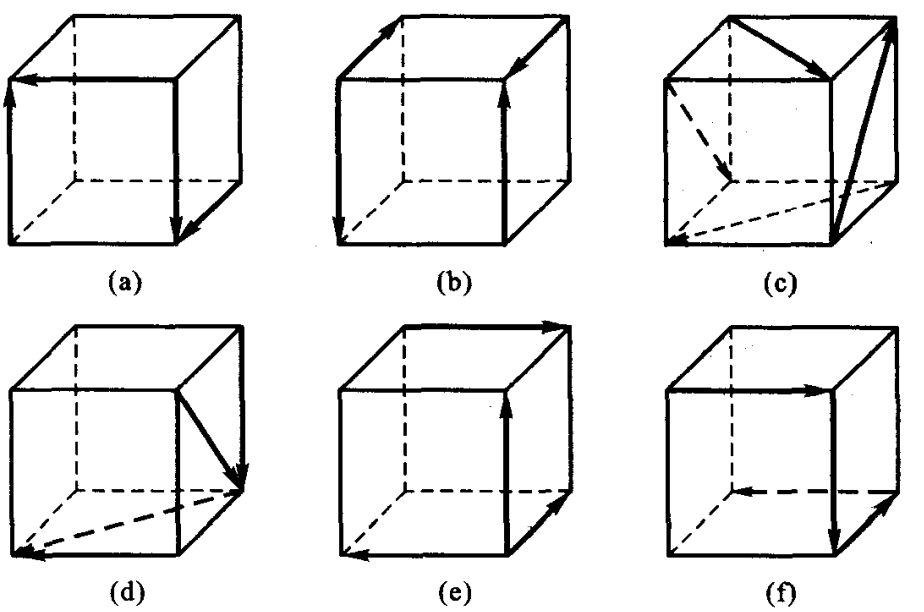
【4-98】 图示空间力系由两个力 F_1 和 F_2 组成,这两个力大小相等,即:$F_1 = F_2 = F$,下述各图中力系简化的最终结果可能是什么?



题 4-98 图

【4-99】 空间平行力系的各力平行于 z 轴,若已知 $\sum F_z = 0$, $\sum M_x(\boldsymbol{F}) = 0$,则该力系简化的最终结果可能是什么?

【4-100】 正方体上作用有四个力,这四个力大小相等,力的作用线及方向如图所示。分别就各图情况,判断下述结论哪些是正确的:



题 4-100 图

(1) 力系最终简化为一个力。

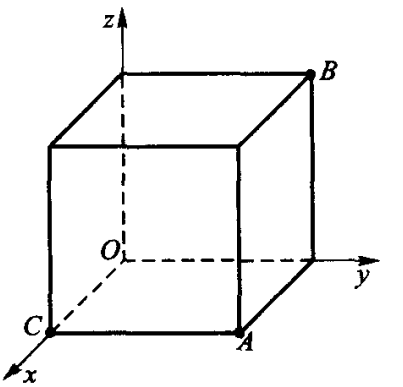
(2) 力系最终简化为一个力偶。

(3) 力系最终简化为一个力螺旋。

(4) 力系平衡。

【4-101】 图示为一正方体,某空间力系向 A 点简化得一合力,向 B 点简化也得一合力,写出此力系向 C 点简化所得主矩的三个方向余弦。

【4-102】 在题 4-101 图中,若力系由作用于 A 点的力 $\boldsymbol{F}_A$ 及作用于 B 点的力 $\boldsymbol{F}_B$ 组成,且 $F_A = F_B \neq 0$。



题 4-101 图

(1) 若 $F_{Ax} = 0$, $M_x(\boldsymbol{F}_A) = 0$, $F_{By} = 0$, $M_y(\boldsymbol{F}_B) = 0$,判断下述说法是否正确:

A. 力系简化的最终结果是力螺旋。

B. 力系简化的最终结果是一合力。

C. $\boldsymbol{F}_A$ 必与 $\boldsymbol{F}_B$ 平行。

D. $\boldsymbol{F}_A$ 必与 $\boldsymbol{F}_B$ 垂直。

(2) 若 $F_{Ax} = 0$, $F_{Ay} = 0$,且力系满足 $\sum F_z = 0$,判断下述说法是否正确:

A. 力系最终简化为一个力螺旋。

B. 力系最终简化为一个力偶。

C. 力系最终简化为一个力。

D. 力系平衡

(3) 若 $F_{Ax} = -F_{Bx}$, $F_{Ay} = -F_{By}$,判断下述说法是否正确:

A. 一定有 $F_{Az} = -F_{Bz}$

B. 力系最终的简化结果一定是一个力偶。

C. 力系可能简化为力螺旋。

D. 力系一定不能简化为一个不为零的力。

(4) 若力系向 A 点及 C 点简化结果相同,判断下述说法是否正确:

A. 力系可能最终简化为一个力。

B. 力系可能最终简化为一个力偶。

C. 力系可能最终简化为一个力螺旋。

D. 一定有 $\sum F_z = 0$。

【4-103】 在题 4-101 图中,若空间力系由 $\boldsymbol{F}_C$(作用在 C 点)及 B 点处的一个力偶(矩矢为 $\boldsymbol{M}$)组成。

(1) 若 $F_C \neq 0$,在下述哪些情况下一定有 $\boldsymbol{M} = \boldsymbol{0}$:(　　)

A. 力系向 B 点简化主矩为零

B. 力系向 C 点简化主矩为零

C. 力系向 A 点及 O 点简化主矩皆为零

D. $\sum M_x=0,\sum M_y=0,\sum M_z=0$

(2) 若 $\boldsymbol{F}_C$ 和 $\boldsymbol{M}$ 都不为零,在下列哪种情况下此力系简化的最终结果必为一个力:(　　)

A. $\sum F_x=0,\sum F_y=0,\sum M_x=0,\sum M_y=0$

B. $\sum F_x=0,\sum F_y=0,\sum M_y=0,\sum M_z=0$

C. $\sum F_x=0,\sum F_y=0,\sum M_z=0,\sum M_x=0$

(3) 若 $\boldsymbol{F}_C$ 和 $\boldsymbol{M}$ 都不为零,问下述哪种情况可能出现:(　　)

A. 力系向 A,B,C 三点简化结果相同

B. 力系向 B,C 两点简化结果相同,且力系满足 $\sum F_x=0$

C. 力系向 O,C 两点简化结果相同,且力系满足 $\sum F_x=0$

D. 力系向 A,C 两点简化结果相同,且力系满足 $\sum F_x=0$

【4-104】 在题4-101图中,若正方体仅受一个力 $\boldsymbol{F}$ 作用,作用点为 A 点。

(1) 判断在下述情况下,是否一定有 $\boldsymbol{F}=\boldsymbol{0}$:

A. $M_x(\boldsymbol{F})=0,M_y(\boldsymbol{F})=0,M_z(\boldsymbol{F})=0$。

B. $F_x=0,F_y=0,M_x(\boldsymbol{F})=0$。

C. $F_x=0,F_y=0,M_z(\boldsymbol{F})=0$。

D. $F_x=0,M_y(\boldsymbol{F})=0,M_z(\boldsymbol{F})=0$。

E. $F_x=0,M_x(\boldsymbol{F})=0,M_y(\boldsymbol{F})=0$。

(2) 若 $\boldsymbol{F}\neq\boldsymbol{0}$,下述情况有否可能:

A. 力系向 O 点和 C 点简化的结果相同。

B. 向 C 点简化仅得一个力。

C. 向 C 点简化仅得一个力螺旋。

D. 向 O 点,C 点和 B 点简化所得主矩相同。

(3) 若 $\boldsymbol{F}\neq\boldsymbol{0}$,下述说法是否正确:

A. 若有 $F_x=0,F_y=0$,则必有 $M_z(\boldsymbol{F})=0$。

B. 若 $M_x(\boldsymbol{F})=0$,则必有 $F_z=0$。

C. 若 $M_x(\boldsymbol{F})=0$,则必有 $F_y=0$。

D. 若 $M_x(\boldsymbol{F})=0$,则必有 $M_y(\boldsymbol{F})=0$。

E. 若 $M_x(\boldsymbol{F})=0,M_y(\boldsymbol{F})=0$,则必有 $M_z(\boldsymbol{F})=0$。

F. 若 $M_z(\boldsymbol{F})=0,F_x=0$,则必有 $M_y(\boldsymbol{F})\neq0$。

G. 若 $M_x(\boldsymbol{F})\neq0$,则必有 $F_z\neq0,M_y(\boldsymbol{F})\neq0$。

H. 若 $F_x \neq 0, F_y \neq 0$，则必有 $F_z \neq 0$。

【4-105】 图示正方体上 A 点作用一个力 $\boldsymbol{F}$，沿棱方向，问：

(1) 能否在 B 点加一个不为零的力，使力系向 A 点简化的主矩为零？

(2) 能否在 B 点加一个不为零的力，使力系向 B 点简化的主矩为零？

(3) 能否在 B, C 两处各加一个不为零的力，使力系平衡？

(4) 能否在 B 处加一个力螺旋，使力系平衡？

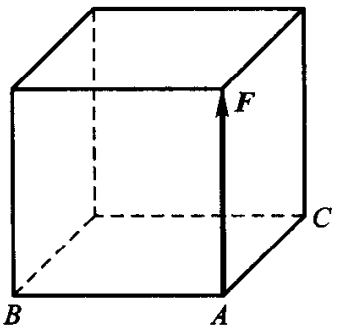
(5) 能否在 B, C 两处各加一个力偶，使力系平衡？

(6) 能否在 B 处加一个力，在 C 处加一个力偶，使力系平衡？

【4-106】 在题 4-105 图中，问：

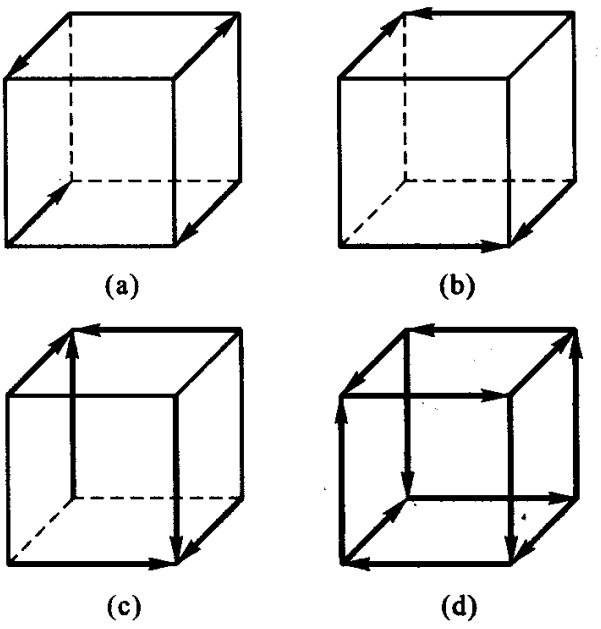
(1) 若沿 B, C 两点连线再加一个力，该力与力 $\boldsymbol{F}$ 组成的力系简化的最终结果是什么？

(2) 若加一个力偶，力偶矩矢沿 B, C 两点连线，该力偶与力 $\boldsymbol{F}$ 组成的力系简化的最终结果是什么？



题 4-105 图

【4-107】 如图所示，一正方体受不同力系作用，图中各力大小相等，问哪种状态下，正方体处于平衡状态？



题 4-107 图

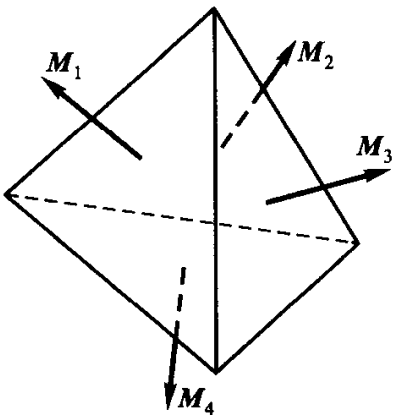
【4-108】 在自重不计的正四面体的三个侧面上各作用一个力偶，力偶矩矢沿各面的外法线方向，如图所示，问：

(1) 若 $M_1 = M_2 = M_3 = M$，则在第四个面上加一个力偶，其矩矢沿该面外法线方向，且 $M_4 = M$，能否使四面体平衡？

(2) 若 $M_1 = 2M_2 = 3M_3$，则在第四个面上加一个力偶，其矩矢沿该面外法线

方向，适当选择力偶矩的大小，能否使四面体平衡？

（3）若 M_1，M_2，M_3 中有一个为零，而其余两个不为零，那么在第四个面上加一个力偶，其矩矢沿该面外法线方向，适当选择力偶矩的大小，能否使四面体平衡？



题 4－108 图

【4－109】 空间任意力系的平衡方程中，三个坐标轴是否一定要互相垂直？力矩轴是否一定要与投影轴重合？

【4－110】 空间任意力系平衡方程中，三个投影轴共面是否可以？

【4－111】 空间任意力系平衡方程中，有两个投影轴平行是否可以？

【4－112】 空间任意力系平衡方程中，所有力矩轴都共面是否可以？

【4－113】 空间任意力系向三个互相垂直的坐标平面上投影，可以得到三个平面任意力系。每一个平面任意力系有 3 个独立的平衡方程，共有 9 个独立的平衡方程，可以解 9 个未知量，这种说法是否正确，为什么？

【4－114】 分析在下述情况下，空间力系最多能有几个独立的平衡方程：

（1）各力的作用线都与某直线垂直。

（2）各力的作用线都与某直线相交。

（3）各力的作用线都与某直线垂直且相交。

（4）各力的作用线都与某一固定平面平行。

（5）各力的作用线都在两平行平面之间。

（6）各力的作用线都在两个固定的平行平面上。

（7）各力的作用线都垂直于某一固定平面。

（8）各力的作用线分别汇交于两点。

（9）各力的作用线都平行于某一固定平面并且分别汇交于两个固定点。

（10）各力的作用线都与某一直线相交，而且分别汇交于此直线外的两点。

（11）各力的作用线分别通过不共线的三个点。

【4－115】 分析下列空间力系的最多的平衡方程的数目：

（1）力系可分解为两个不同方向的平行力系。

（2）力系可分解为多个不同方向的平行力系。

（3）力系可分解为一个平面任意力系和一个平行于此平面的平行力系。

（4）力系可分解为一个平面任意力系和一个垂直于此平面的平行力系。

【4－116】 空间任意力系采用 6 个力矩方程时，问在下述情况下，这 6 个方程是否可能是独立的：

(1) 有四个力矩轴相交于一点。

(2) 六个力矩轴分别汇交于两点。

(3) 有三个力矩轴共面。

(4) 六个力矩轴分别位于三个平面上,每一个平面上有两个力矩轴。

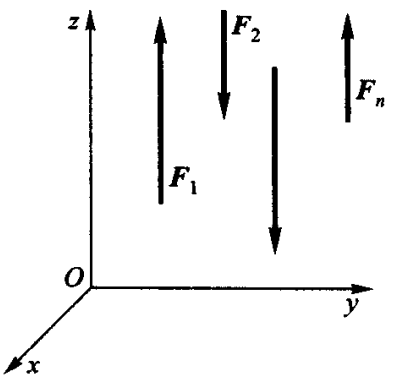
(5) 六个力矩轴分别交于三点,每一点是两个力矩轴的交点。

(6) 有一根力矩轴与三根力矩轴相交。

(7) 有两个力矩轴平行。

【4-117】 若刚体内有一点被固定,其独立的平衡方程有几个?若刚体内有两点被固定,其独立的平衡方程有几个?

【4-118】 图示一平衡的空间平行力系,各力作用线与 z 轴平行,如下的方程组哪些可以作为该力系的平衡方程组:



题 4-118 图

A. $\sum F_x=0, \sum F_y=0, \sum M_x=0$

B. $\sum F_x=0, \sum F_y=0, \sum M_z=0$

C. $\sum F_z=0, \sum M_x=0, \sum M_y=0$

D. $\sum M_x=0, \sum M_y=0, \sum M_z=0$

【4-119】 对空间任意两个力,一定存在另一个力(或力偶),使该力(或力偶)与这两个力组成平衡力系,对否?

【4-120】 空间平行力系的平衡方程共有三个,这三个方程都采用投影式:$\sum F_x=0, \sum F_y=0, \sum F_z=0$,是否可以,为什么?

【4-121】 空间汇交力系的平衡方程是三个投影式,问:

(1) 能否用两投影式、一力矩式?

(2) 能否用一投影式、二力矩式?

(3) 能否用三力矩式。

若可以,有何限制条件?

【4-122】 当物体质量分布不均匀时,重心和几何中心是否重合?

【4-123】 计算一物体重心位置时,如果选取的坐标系不同,重心的坐标是否变化?重心在物体内的位置是否改变?

【4-124】 在称重法中,若汽车左右不对称,如何求汽车的横向坐标?

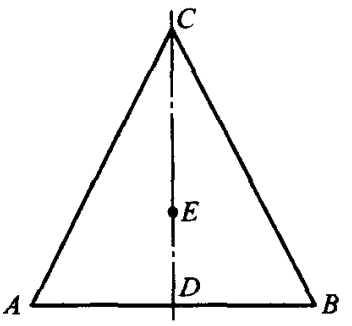
【4-125】 一等截面均质细直杆的重心在 A 点,问在下述情况下,杆的重心位置是否改变?

(1) 将杆弯成半圆形。

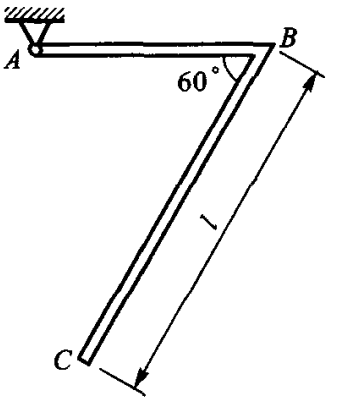
(2) 将杆按等分折成乙形。

(3) 将杆按等分折成匚形。

【4-126】 图示一等腰三角形，$AC = BC$，CD 是底边上的高，其重心在 E 点（三条中线的交点），现将其绕对称轴 CD 旋转一周，得一圆锥体，问所得圆锥体的重心是否仍在 E 点？



题 4-126 图

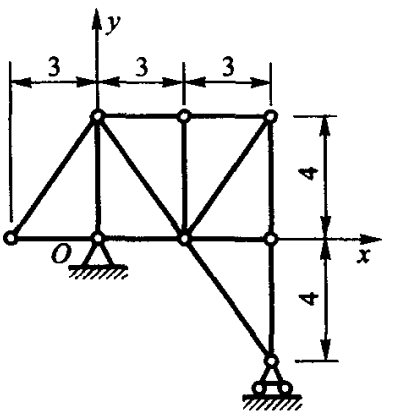


题 4-127 图

【4-127】 弯成 60°的均质细杆 ABC，其中 AB 部分长为 100 mm，A 端用铰链固定，今欲使 AB 处于水平位置，BC 部分的长度应为多少？若欲使 BC 部分处于水平位置，BC 部分的长度应为多少？

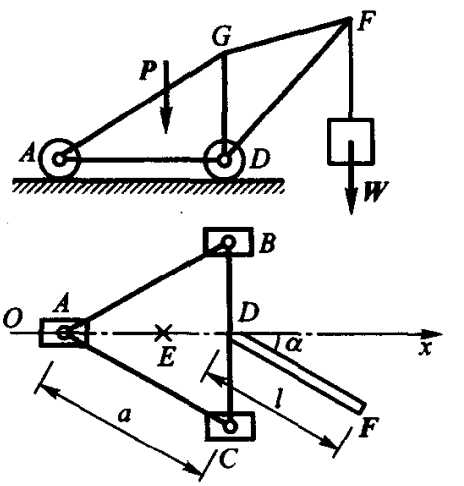
【4-128】 一平面桁架由 13 根直杆组成，尺寸如图所示。桁架中各杆单位长度的重量均相等，直角坐标系如图所示，则该桁架重心坐标为多少？

【4-129】 图示起重机，机身重 $\boldsymbol{P}$，重心过 E 点，三角形 ABC 为等边三角形，E 点为三角形的形心，臂 FGD 可绕铅直轴 GD 自由转动。则当起吊重量为 $\boldsymbol{W}$，且起重臂的平面与图示 Ox 轴间的夹角 $\alpha = 60°$ 时，如何利用最简便方法求 B，A 两处的约束力？



(单位尺寸:m)

题 4-128 图



题 4-129 图

【4－130】 传动轴用两个止推轴承支持，每个轴承有3个未知力，共6个未知量。而空间任意力系的平衡方程恰好有6个，是否为静定问题？

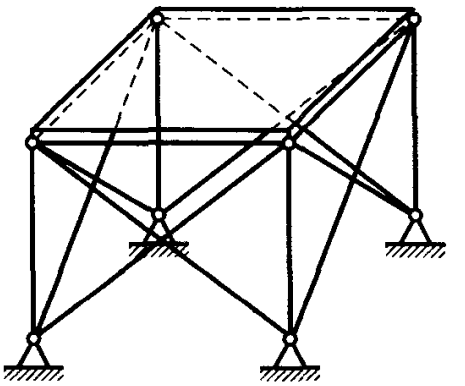
【4－131】 欲使刚体在空间固定不动，用不在同一直线上的三个球铰链固定，此问题是静定的还是超静定的？

【4－132】 一个受空间任意力系作用的方形平板，可用12根二力杆支撑，如图所示。问：

(1) 用几根杆支撑才是静定的？

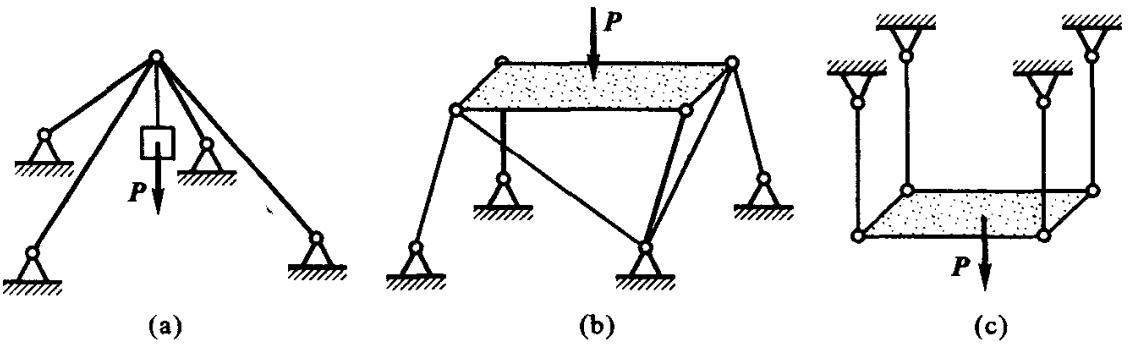
(2) 在保证系统静定的根数下，这些杆能任意布置吗？

(3) 用5根杆能否使方板在任意力系作用下保持平衡？



题4－132图

【4－133】 图示空间问题中，哪些问题是静定的，哪些问题是超静定的？



题4－133图

第五章 摩 擦

【5-1】 摩擦角是全约束力与接触面法线间的夹角,对否?

【5-2】 只要接触面间有正压力存在,则必然会产生滑动摩擦力,对否?

【5-3】 若作用在物体上的主动力的合力的作用线落在摩擦锥以内,则无论主动力的合力有多大,物体总能保持平衡,对否?

【5-4】 一物块重量为 $\boldsymbol{P}$,放在倾角为 θ 的斜面上,斜面与物块间的摩擦因数为 f_s,若 $\tan\theta < f_s$,则物块将静止不动,对吗?

【5-5】 一重物放在倾角为 θ 的斜面上,斜面与重物间的摩擦角为 φ_f,若 $\varphi_f > \theta$,则重物将沿斜面滑动,对吗?

【5-6】 在求解有摩擦的平衡问题(非临界平衡情况)时,静摩擦力的方向可以任意假设,而其大小一般是未知的,对否?

【5-7】 静摩擦因数的正切值等于摩擦角,对否?

【5-8】 摩擦力是未知约束力,其大小和方向完全可以由平衡方程来确定,对吗?

【5-9】 滚动摩阻力偶的转向与物体的转向相反,对吗?

【5-10】 滚动摩阻系数是一个量纲为 1 的量,对吗?

【5-11】 摩擦力的方向总是与物体的运动方向相反,对吗?

【5-12】 只要两物体接触面不光滑,并有正压力作用,则接触面处的摩擦力一定不为零,对否?

【5-13】 自锁现象是指所有主动力的合力指向接触面,且其作用线位于摩擦锥之内,不论合力有多大,物体总能保持平衡的一种现象,对否?

【5-14】 在任何情况下,摩擦力的大小总等于摩擦因数与正压力的乘积,对否?

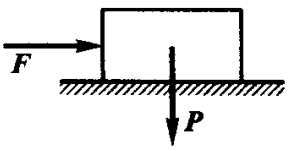
【5-15】 均质轮匀速只滚不滑时,如何求其滑动摩擦力?是否等于动滑动摩擦力 fF_N?是否等于最大静摩擦力?

【5-16】 一重物自由地放在倾角为 θ 的斜面上,若重物与斜面间摩擦因数

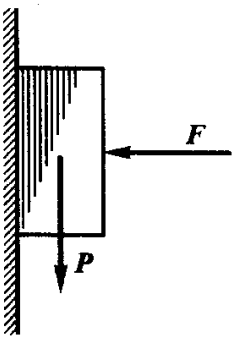
为 f_s，且 $\arctan f_s > \theta$，则重物将沿斜面滑动，对吗？

【5-17】 如图所示，已知一重力 $P = 100$ N 的物体放在水平面上，其摩擦因数为 $f_s = 0.3$。当作用在物体上的水平推力 F 分别为 10 N，20 N，40 N 时，分析这三种情况下，物块是否平衡？摩擦力等于多少？

【5-18】 已知一物块重 $P = 100$ N，用 $F = 500$ N 的力压在一铅直表面上，如图所示。其摩擦因数为 $f_s = 0.3$，问此物体所受的摩擦力等于多少？

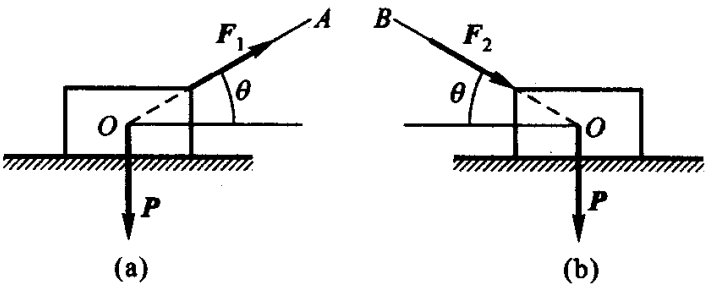


题 5-17 图



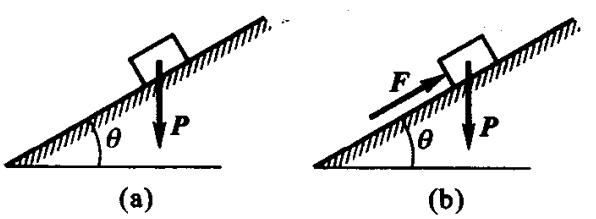
题 5-18 图

【5-19】 物块重 P，放在粗糙的水平面上，接触处的摩擦因数为 f_s。要使物块沿水平面向右滑动，可沿 OA 方向施加力 F_1（图 a），也可沿 OB 方向施加推力 F_2（图 b），试问哪种方法省力？若要使所施的力为最小，θ 角应等于多少？



题 5-19 图

【5-20】 已知物块重 $P = 100$ N，斜面的倾角 $\theta = 30°$，物块与斜面间的摩擦因数为 $f_s = 0.38$。求物块与斜面间的摩擦力？并问，此时物块在斜面上是静止还是下滑（图 a）？如要使物块沿斜面向上运动，求加于物块并与斜面平行的力 F 至少应为多大？（图 b）

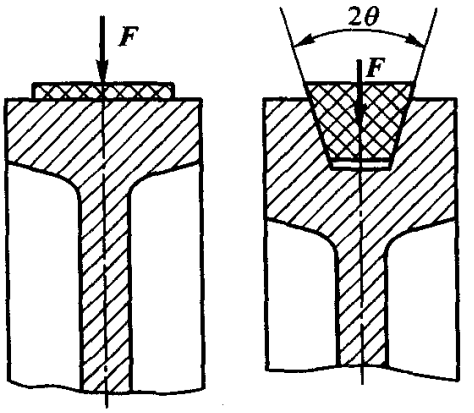


题 5-20 图

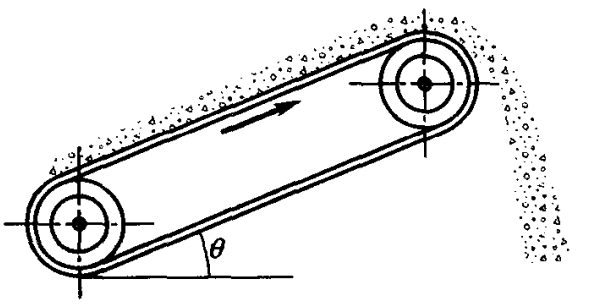
【5－21】 如图所示，试比较用同样材料、在相同的表面粗糙度和相同的胶带压力 F 作用下平胶带与三角胶带所能传递的最大拉力。为什么？

【5－22】 为什么传动螺纹多用方牙螺纹(如丝杠)，而锁紧螺纹多用三角螺纹(如螺钉)？

【5－23】 如图所示，砂石与胶带间的静摩擦因数 $f_s = 0.5$，试问输送带的最大倾角 θ 为多大？



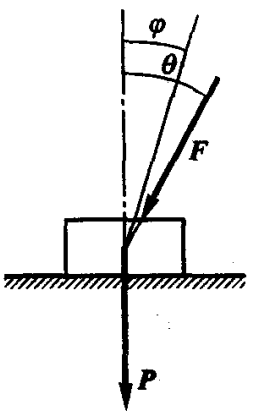
题 5－21 图



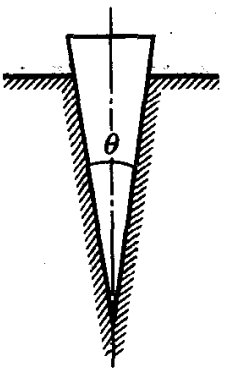
题 5－23 图

【5－24】 物块重 P，一力 F 作用在摩擦角之外，如图所示。已知 $\theta = 25°$，摩擦角 $\varphi = 20°$，$F = P$。问物块动不动，为什么？

【5－25】 如图所示，用钢楔劈物，接触面间的摩擦角为 φ_f。劈入后欲使楔不滑出，问钢楔两个平面间的夹角 θ 应该多大？楔重不计。



题 5－24 图

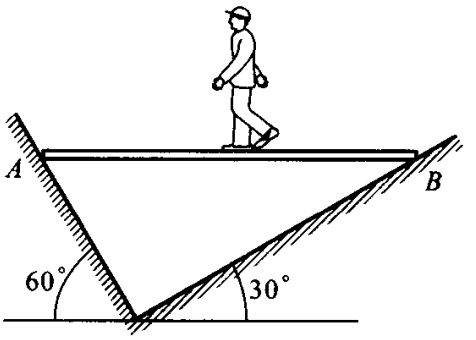


题 5－25 图

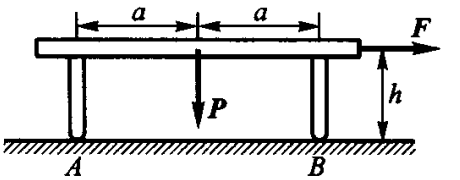
【5－26】 水平梯子长为 l，放在直角 V 形槽内，如图所示。略去梯重，梯子与两个槽面间的摩擦角均为 φ_f。如有人在梯子上走动，试分析不使梯子滑动，人的活动应限制在什么范围内？

【5－27】 已知TT形物体重为 P，尺寸如图所示。现以水平力 F 拉此物体，当刚开始拉动时，A，B 两处的摩擦力是否都达到最大值？如 A，B 两处的静摩

擦因数均为f_s，此二处最大静摩擦力是否相等？又，如力 F 较小而未拉动物体时，能否分别求出 A，B 两处的静摩擦力。



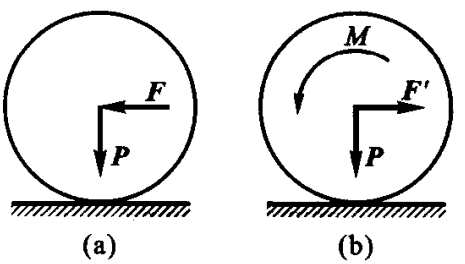
题 5－26 图



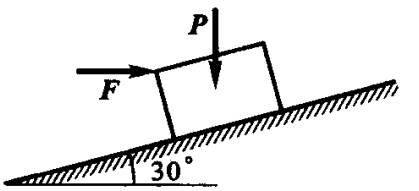
题 5－27 图

【5－28】 汽车匀速水平行驶时，地面对车轮有滑动摩擦也有滚动摩擦，而车轮只滚不滑。汽车前轮受车身施加的一个向前推力 F（图 a），而后轮受一驱动力偶 M 并受车身向后的反力 F'（图 b）。试画全前、后轮的受力图。在同样摩擦情况下，试画出自行车前、后轮的受力图。

【5－29】 物块重 $P = 100$ kN，自由地放在倾角为 30°的斜面上，若物块与斜面间的静摩擦因数 $f_s = 0.3$，动摩擦因数 $f = 0.2$，水平力 $F = 50$ kN，则作用在物块上的摩擦力的大小为多大？



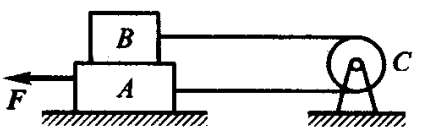
题 5－28 图



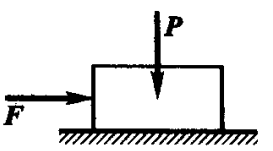
题 5－29 图

【5－30】 物块 A，B 分别重 $P_A = 1$ kN，$P_B = 0.5$ kN，A 与 B 以及 A 与地面间的摩擦因数均为 $f_s = 0.2$，A，B 通过滑轮 C 用一绳连接，滑轮处摩擦不计。今在物块 A 上作用一水平力 F，则能拉动物块 A 时该力的最小值。

【5－31】 物块重为 $P = 50$ N，与地面间的摩擦角 $\varphi_f = 30°$，受一水平力作用，当 $F = 50$ N 时物块处于什么状态？当 F 等于多少时物块处于临界状态？



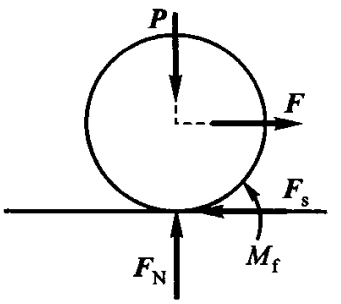
题 5－30 图



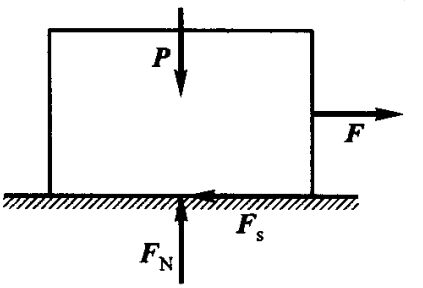
题 5－31 图

【5-32】 重为 P、半径为 R 的圆轮，放在水平面上，轮与地面间的滑动摩擦因数为 f_s，滚动摩阻系数为 δ，圆轮在水平力 F 作用下平衡，则接触处的摩擦力 F_s 的大小为_____，滚动摩阻力偶矩 M_f 为_____。

【5-33】 图示一均质矩形块，高度为 a 重为 P，与地面间的静滑动摩擦因数均为 f_s，其上作用水平力 F。若矩形块处于平衡状态，试问图示受力图是否正确？并说明理由。



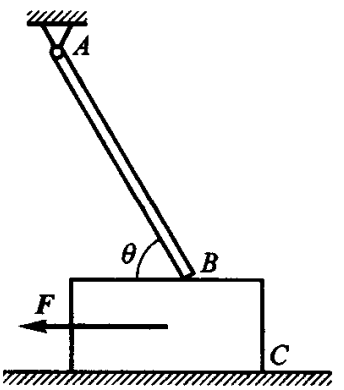
题 5-32 图



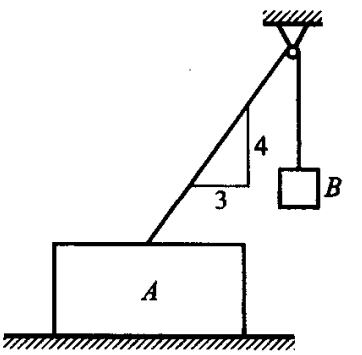
题 5-33 图

【5-34】 图示系统中，A 为光滑铰链约束，若略去杆 AB 与物块 C 的重量，且物块与杆以及地面间的摩擦因数均为 f_s。试证明当满足条件 $f_s \geqslant \cot\theta$ 时，在不改变力 F 方向的情况下，其大小不论取何值，均不可能拉动物块。

【5-35】 已知物块 A 重 100 kN，物块 B 重 25 kN，物块 A 与地面间的滑动摩擦因数为 0.2，滑轮处摩擦不计，则物体 A 与地面间的摩擦力的大小为_____。



题 5-34 图

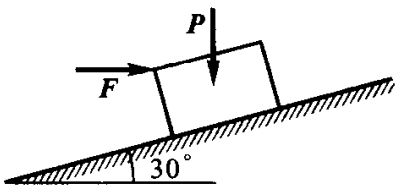


题 5-35 图

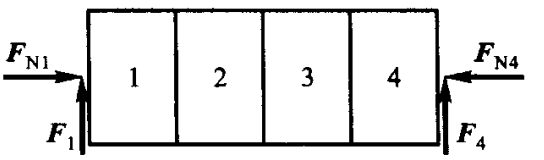
【5-36】 物块重为 $P=50$ kN，自由地放在倾角为 30°的斜面上。若物块与斜面间的静摩擦因数 $f_s=0.25$，动摩擦因数 $f=0.2$，水平力 $F=50$ kN，则作用在物块上的摩擦力的大小为_____。

【5-37】 用砖夹(未画出)夹住 4 块砖，若每块砖重 P，砖夹对砖的压力 F_{N1}

$= F_{N4}$，摩擦力 $F_1 = F_4 = 2P$，砖间摩擦因数为 f_s。则第 1，2 块砖间的摩擦力的大小为_____，第 2，3 块砖间的摩擦力的大小为_____。



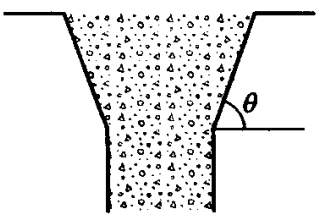
题 5－36 图



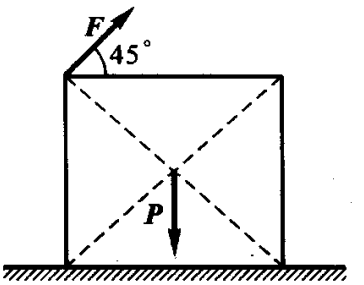
题 5－37 图

【5－38】 若矿砂与斜斗之间的摩擦因数 $f_s = 0.7$，欲使斜斗能正常工作，则倾角 θ 应大于_____。

【5－39】 置于铅垂面内的均质正方形薄板重 $P = 100$ kN，与地面之间的摩擦因数 $f_s = 0.5$，欲使薄板静止不动，则作用在 A 点的力 F 的最大值为_____。



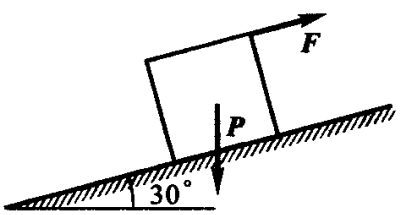
题 5－38 图



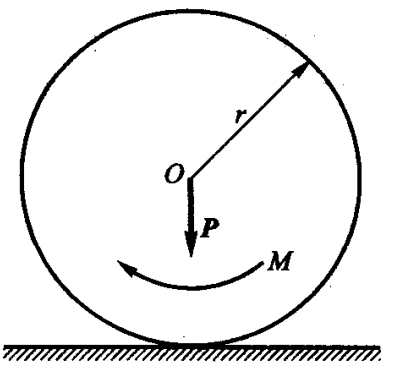
题 5－39 图

【5－40】 均质正方体重 P，置于 30°角的斜面上，摩擦因数 $f_s = 0.25$，开始时在拉力 F 作用下物体静止不动，然后逐渐增大拉力 F，则物体先_____（添滑动或翻倒）；若物体在斜面上保持静止，拉力 F 的最大值为_____。

【5－41】 半径为 $r = 100$ mm，重 $P = 100$ N 的滚子静止于水平面上，滑动摩擦因数 $f_s = 0.1$，滚动摩阻系数为 $\delta = 0.5$ mm，若作用在滚子上的力偶的矩为 $M = 30$ N·mm，则滚子受到的滑动摩擦力 F_s 为_____；滚子受到的滚动摩阻 M_f 为_____。



题 5－40 图



题 5－41 图

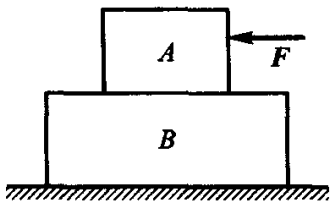
【5-42】 重量分别为 P_A 和 P_B 的物体重叠地放置在粗糙的水平面上，水平力 F 作用于物体 A 上，设 A，B 间的摩擦力的最大值为 $F_{A\max}$，B 与水平面间的摩擦力的最大值为 $F_{B\max}$，若 A，B 能各自保持平衡，则各力之间的关系为_____。

A. $F > F_{A\max} > F_{B\max}$　　B. $F < F_{A\max} < F_{B\max}$

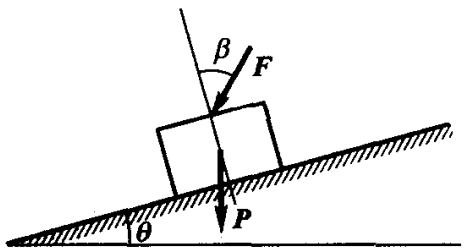
C. $F_{B\max} < F < F_{A\max}$　　D. $F_{A\max} < F < F_{B\max}$

【5-43】 一物块重量为 P，放在倾角为 θ 的斜面上，斜面与物块间的摩擦角为 φ_f，且 $\varphi_f > \theta$。今在物块上作用一力 F，其大小为 P，则物块能在斜面上保持平衡时力 F 与斜面法线间的夹角 β 的最大值应是_____。

A. $\beta = \varphi_f$　B. $\beta = \theta$　C. $\beta = \varphi_f - \theta$　D. $\beta = \frac{1}{2}(\varphi_f - \theta)$



题 5-42 图



题 5-43 图

【5-44】 一重量为 P 的鼓轮，外圆直径 $D = 200$ mm，内圆直径 $d = 180$ mm，放在倾角为 $\theta = 30°$ 的斜面上，在内圆上绕一绳以大小等于 $5P$ 的力 F 平行于斜面向上拉。已知斜面与鼓轮间的静滑动摩擦因数为 $f_s = 0.5$，滚动摩阻系数为 $\delta = 0.25$ mm，则此时鼓轮的运动状态为_____。

A. 静止于斜面　　B. 沿斜面做纯滚动

C. 沿斜面做纯滑动　　D. 沿斜面又滚又滑

【5-45】 当物体处于临界平衡状态时，静摩擦力 F_s 的大小_____。

A. 与物体的重量成正比

B. 与物体的重力在支承面的法线方向的大小成正比

C. 与相互接触物体之间的正压力大小成正比

D. 由力系的平衡方程来确定

【5-46】 滑块 A，B 用直杆相连，自由的放在倾角为 θ 的斜面上，若 A，B 与斜面间的摩擦角分别为 φ_{Af}，φ_{Bf}，且 $\varphi_{Af} > \varphi_{Bf}$，两滑块重量相等，杆重不计，则系统平衡时，杆的内力_____。

A. 必为零

B. 必受压

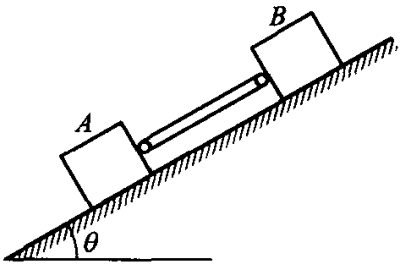
C. 必受拉

D. 不能确定

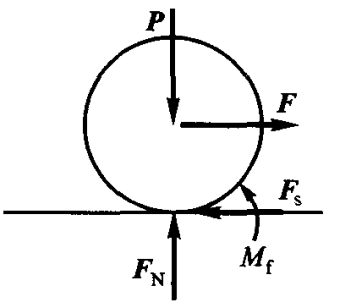
【5-47】 重为 P,半径为 R 的均质圆轮受力 F 作用,静止于水平面上,若静滑动摩擦因数为 f_s,动滑动摩擦因数为 f,滚动摩阻系数为 δ,则圆轮受到的摩擦力和滚动摩阻力偶矩为_____。

A. $F_s = f_s P$; $M_f = \delta P$　　B. $F_s = F$; $M_f = \delta P$

C. $F_s = fP$; $M_f = FR$　　D. $F_s = F$; $M_f = FR$



题 5-46 图



题 5-47 图

【5-48】 物块重 5 kN,与水平面间的摩擦角 $\varphi_f = 35°$,今用与铅垂线成 60° 角的力 F 推动物块,若 $F = 5$ kN,则物块将_____。

A. 不动　　B. 滑动

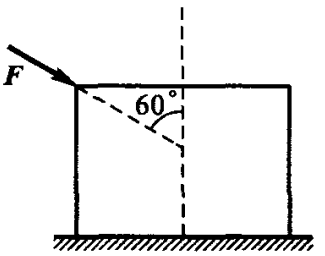
C. 处于临界状态　　D. 滑动与否无法确定

【5-49】 一重为 P 的物体置于倾角为 θ 的斜面上,若摩擦因数为 f_s,且 $\tan\theta < f_s$,则物体_____;若增加物体的重量,则物体_____;若减轻物体的重量,则物体_____。

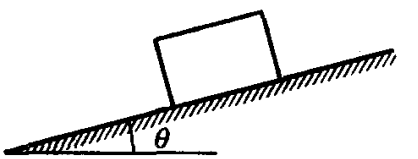
A. 静止不动

B. 向下滑动

C. 运动与否取决于平衡条件



题 5-48 图



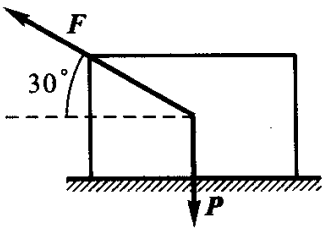
题 5-49 图

【5-50】 已知 $P = 60$ kN, $F = 20$ kN,物体与地面之间的静摩擦因数 $f_s = 0.5$,动摩擦因数 $f = 0.4$,则物体受到的摩擦力的大小为_____。

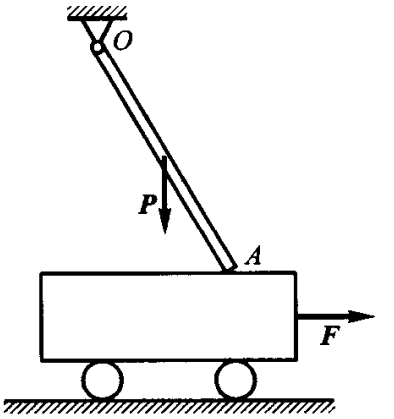
A. 25 kN　　B. 20 kN　　C. 17.3 kN　　D. 0

【5-51】 图示系统仅在杆 OA 与小车接触的 A 点处存在摩擦，在保持系统平衡的前提下，逐步增加拉力 F，则在此过程中，A 处的法向约束力将_____。

A. 越来越大　　B. 越来越小　　C. 保持不变　　D. 不能确定



题 5-50 图



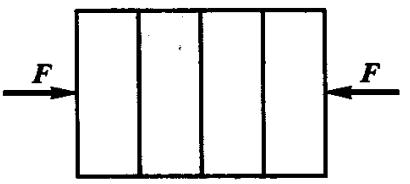
题 5-51 图

【5-52】 四本相同的书，每本重为 P，设书与书间的摩擦因数为 0.1，书与手间的摩擦因数为 0.25，欲将四本书一起提起，则两侧应加的力 F 至少大于_____。

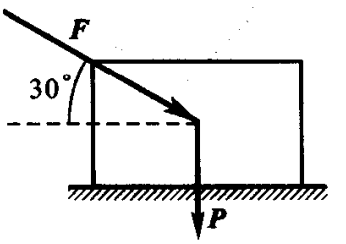
A. $10P$　　B. $8P$　　C. $4P$　　D. $1P$

【5-53】 已知 $P=40$ kN，$F=20$ kN，物体与地面之间的静摩擦因数 $f_s=0.5$，动摩擦因数 $f=0.4$，则物体受到的摩擦力的大小为_____。

A. 15 kN　　B. 12 kN　　C. 17.3 kN　　D. 0



题 5-52 图



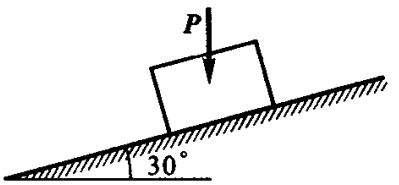
题 5-53 图

【5-54】 重 $P=80$ kN 的物体自由地放在倾角为 30°的斜面上，若物体与斜面之间的静摩擦因数 $f_s=\sqrt{3}/4$，动摩擦因数 $f=0.4$，则作用在物体上的摩擦力大小为_____。

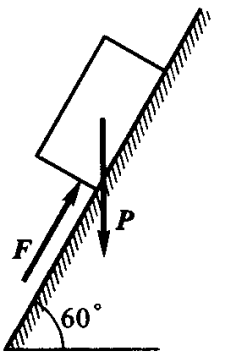
A. 30 kN　　B. 40 kN　　C. 27.7 kN　　D. 0

【5-55】 已知物块重 $P = 100$ kN，$F = 100$ kN，摩擦因数 $f_s = 0.2$，物块将_____。

A. 向上运动　　B. 向下运动　　C. 静止不动



题 5-54 图



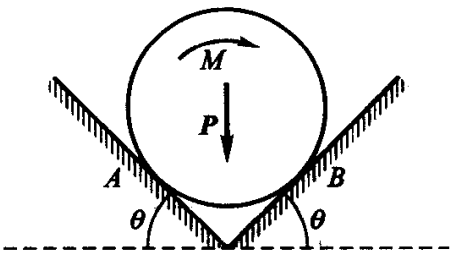
题 5-55 图

【5-56】 重为 P 的均质圆柱放在 V 型槽里，考虑摩擦。当圆柱上作用一力偶，其矩为 M 时，圆柱处于极限平衡状态，此时接触点处的法向约束力 F_{NA} 与 F_{NB} 的关系为_____。

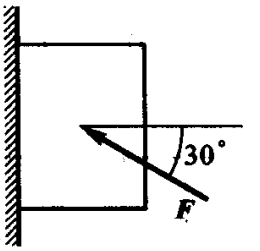
A. $F_{NA} = F_{NB}$　　B. $F_{NA} > F_{NB}$　　C. $F_{NA} < F_{NB}$

【5-57】 物块重 $P = 20$ N，用 $F = 40$ N 的力按图示方向把物块压在铅直墙上，物块与墙之间的摩擦因数 $f_s = \sqrt{3}/4$，则作用在物块上的摩擦力大小为_____。

A. 20 N　　B. 15 N　　C. 0　　D. 17.3 N



题 5-56 图



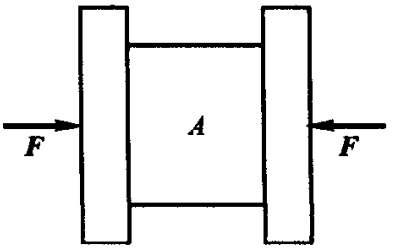
题 5-57 图

【5-58】 当左右两木板所受的压力大小均为 F 时，物体 A 夹在木板中间不动。若两木板所受的压力大小各为 $2F$ 时，则物体 A 所受的摩擦力为_____。

A. 和原来相等

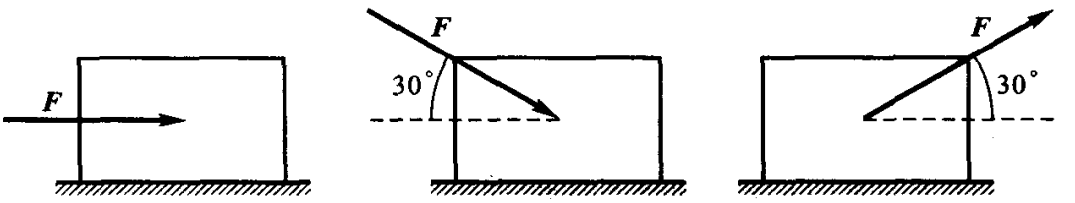
B. 是原来的两倍

C. 是原来的四倍



题 5-58 图

【5-59】 物块重 P，放在粗糙的水平面上，接触处的摩擦因数为 f_s。欲使物块运动，在其上加一个力 F。分别指出当 $f_s=0.2$ 与 $f_s=0.4$ 两种情况下，沿图中哪个方向加力最省力？又当摩擦因数 f_s 为多大时，欲使物块运动，图(a)与图(c)所加力 F 大小相等？

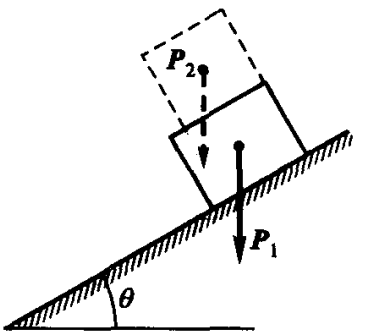


(a)　　(b)　　(c)

题 5-59 图

【5-60】 重为 P_1 的物体置于倾角为 θ 的斜面上，如图。已知摩擦因数为 f_s，且 $\tan\theta<f_s$，问此物体能否下滑？如果增加物体的重量或在物体上附加一重为 P_2 的物体，且两物体之间无滑动，问能否使此物体下滑？

【5-61】 一重物放在粗糙的水平面上，其接触面间的摩擦角为 φ_f。现增加一水平方向推力，此力在摩擦角之外，但当该力较小时，物体仍处于平衡状态，为什么？



题 5-60 图

【5-62】 重为 P 的物块，放在圆形曲面上，接触面的摩擦因数为 f_s。为使物块保持平衡，在其上加一个水平力 F，则：

(1) 当 $\theta<\arctan f_s$ 时：_____。

A. F 可指向左，也可指向右

B. F 必指向左

C. F 必指向右

(2) $\theta>\arctan f_s$：_____。

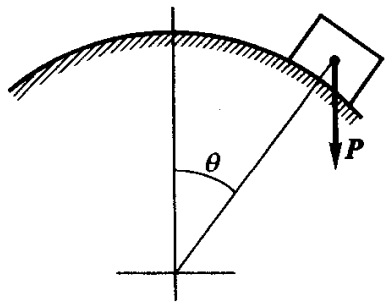
A. F 可指向左，也可指向右

B. F 必指向左

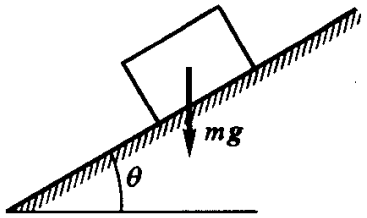
C. F 必指向右

【5-63】 重为 mg 的物体，在倾角为 θ 的斜面上处于静止，如图。已知接触处摩擦因数为 f_s，则摩擦力为_____。

A. mgf_s　　B. $mg\sin\theta$　　C. $mgf_s\cos\theta$　　D. 不确定



题 5 - 62 图



题 5 - 63 图

【5 - 64】 物块重为 P，靠在粗糙的铅直墙壁上，摩擦角 $\varphi_f = 20°$，在物块上加一力 F，且 $F = P$，$\theta = 30°$，判断下述说法是否正确：

A. 物块一定平衡。

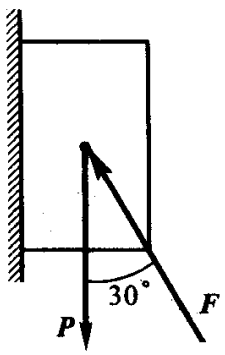
B. 物块不能平衡。

C. 物块处于临界状态。

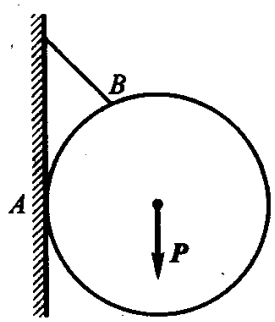
【5 - 65】 图示物体，A 处存在摩擦，图(b)中 B 点处无摩擦。

(1) 图中物体的平衡位置是否是唯一的？

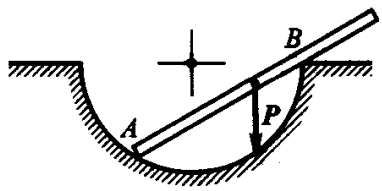
(2) 如在图示位置平衡，画出 A 点全约束力的确切方向。



题 5 - 64 图



(a)



(b)

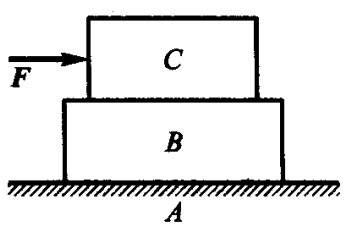
题 5 - 65 图

【5 - 66】 重物放在粗糙的水平面上，能否说摩擦力与物体的重量成正比？放在粗糙的斜面上呢？

【5 - 67】 已知静滑动摩擦因数 f_s 和法向约束力 F_N，能否说静滑动摩擦力就等于 $f_s F_N$？为什么？

【5 - 68】 已知动滑动摩擦因数 f 和法向约束力 F_N，能否说动滑动摩擦力 F 就等于 fF_N？

【5 - 69】 两物块 B，C 重叠放在粗糙水平面上，如图所示。设 A，B 间的最大静摩擦力为 F_1，B，C 间的最大静摩擦力为 F_2，在物块 C 上施加一水平推力 F，问在下述三种情况下，物块 B 和 C 将发生怎样的运动？



题 5 - 69 图

(1) $F_1 < F < F_2$。

(2) $F_2 < F < F_1$。

(3) $F < F_2 < F_1$。

【5-70】 设动滑动摩擦因数为 f，动滑动摩擦力为 F_d，接触面法向约束力为 F_N，问下述说法是否正确：

A. 在滑动摩擦情况下，必有 $F_d \leqslant fF_N$

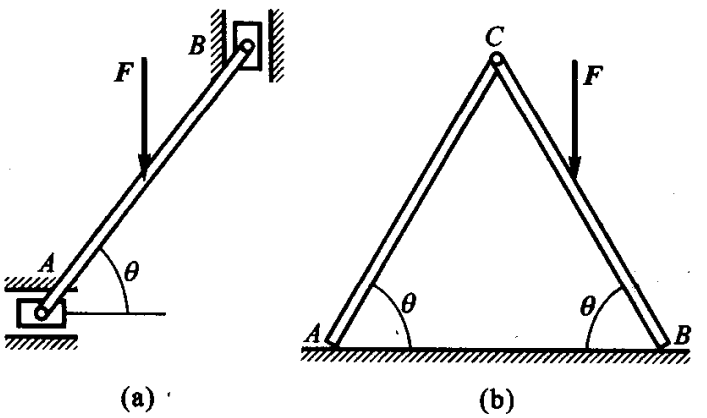
B. 设物体静止，其静滑动摩擦力为 F_s，则必有 $F_d < F_s$

【5-71】 全约束力是摩擦力与法向约束力的合力，因此全约束力大小为 $F_R = \sqrt{(f_s F_N)^2 + F_N^2}$，其与法向的夹角为摩擦角。这种说法对吗？为什么？

【5-72】 在图(a)，(b)中，A，B 两处均有摩擦，摩擦因数皆为 f_s。图中物体均处于平衡状态，分别就(a)，(b)两图回答下述问题：

(1) 若已知图中 θ 的值(如 $\theta = 80°$)，能否求出 A，B 处的约束力？为什么？

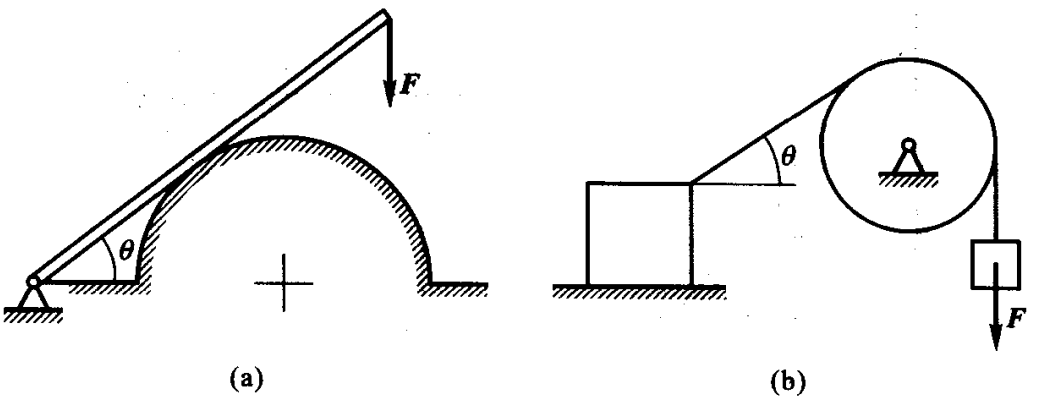
(2) 能否求出使系统处于平衡状态的 θ 的范围？为什么？



题 5-72 图

【5-73】 图中物体均处于平衡状态，图(b)中绳与滑轮无摩擦，力 F，角 θ 及各部分尺寸皆为已知。分别就图(a)，(b)回答下述问题：

(1) 能否求出接触面的摩擦力？



题 5-73 图

(2) 能否求出接触面的摩擦因数?

(3) 问题是静定的还是超静定的?

【5-74】 图示系统处于平衡,图中重量 P_1,P_2 及角 θ,β 以及各部分尺寸皆为已知,判断下述说法是否正确:

A. 若 A,B 处都有摩擦,则本问题是超静定的。

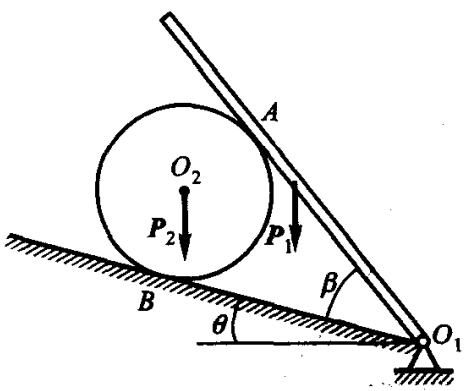
B. 若仅 A 处粗糙,而 B 处绝对光滑,则以轮 O_2 为研究对象,对轮心 O_2 的矩 $\sum M_{O_2} \neq 0$,因此系统一定不平衡。

【5-75】 图中 F,M 及各部分尺寸为已知,B 处存在摩擦,就图(a)、(b)分别回答下述问题:

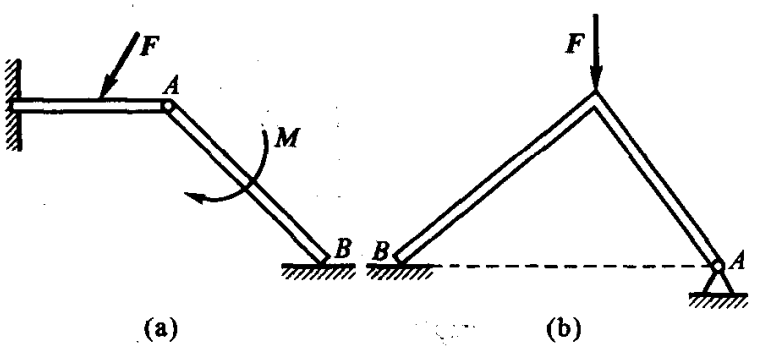
(1) 能否确定 B 处的法向约束力?

(2) 能否确定 B 处的摩擦力?

(3) 问题是静定的,还是超静定的?



题 5-74 图

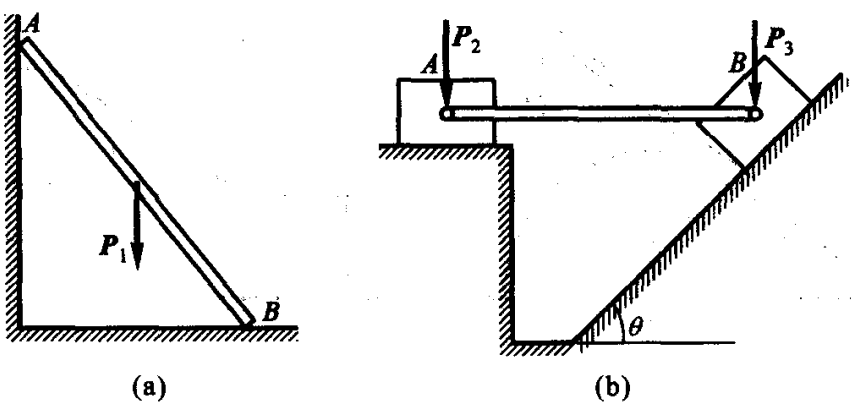


题 5-75 图

【5-76】 图中各部分尺寸及 P_1,P_2,P_3 皆为已知,图(b)中角 θ 大于摩擦角,分别就图(a),(b)回答下述问题:

(1) 若 A,B 处皆粗糙(因而存在摩擦),系统的平衡位置是否是唯一的?

(2) 若 A,B 处皆粗糙,欲求图示位置时 A,B 处的约束力,问题是静定的还



题 5-76 图

是超静定的?

(3) 若仅 A 处粗糙,B 处绝对光滑(因而无摩擦),系统是否有可能平衡?

(4) 若仅 B 处粗糙,而 A 处绝对光滑,系统是否有可能平衡?

(5) 在问题(3),(4)中,若系统处于平衡,那么能否求出摩擦力?

(6) 在问题(3),(4)中,若系统处于平衡,那么问题是静定的还是超静定的?

【5-77】 将一只长铅笔放在两手水平伸直的食指上,然后使两指慢慢地相互靠近,并且使铅笔继续保持水平。此时会发现铅笔先在一手指上滑动,然后在另外一手指上滑动,如此轮流下去也是如此,试解释产生这一现象的原因。

【5-78】 选择 A,B 填空:

绳索绕在圆柱上,绳与圆柱间总的最大摩擦力与圆柱的半径_____,与摩擦因数_____,与绳索的包角(绳在圆柱上所绕过的角度)_____。

A. 有关　　B. 无关

【5-79】 如图,在 V 形槽中放一重为 P 的圆柱,摩擦因数为 f_s,圆柱半径为 R。欲使圆柱转动,在其上加一矩为 M 的力偶。问:用下述方法求使圆柱转动的最小力偶矩 M 是否正确? 为什么?

因为

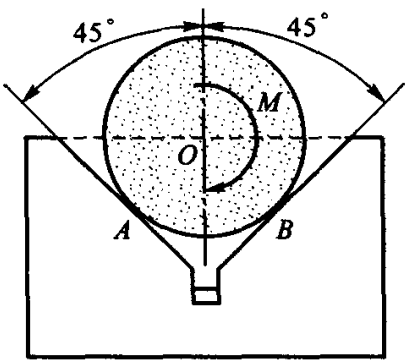
$$F_{NA} = F_{NB} = \frac{\sqrt{2}}{2}P$$

所以

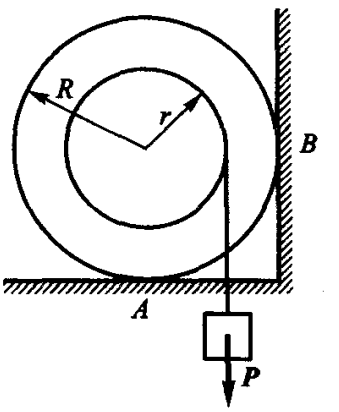
$$F_A = F_B = \frac{\sqrt{2}}{2}Pf_s$$

$$M = F_{NA}R + F_{NB}R = \sqrt{2}f_sRP$$

【5-80】 图示鼓轮放在墙角里,自重不计,其上由绳索悬挂一重物 P。A 处(水平接触面)粗糙,B 处(铅直接触面)光滑,系统处于平衡状态。判断下述说法是否正确:



题 5-79 图



题 5-80 图

A. 若增加 P，使之足够大，则系统的平衡将被破坏。

B. 若增大 R，使之足够大，则系统的平衡将被破坏。

C. 若增大 r，使之足够大，则系统的平衡将被破坏。

【5-81】 就题 5-80 图，判断下述说法是否正确：

A. 若 A 处粗糙，B 处光滑，则系统可能处于平衡。

B. 若 B 处粗糙，A 处光滑，则系统可能处于平衡。

C. 若 A，B 处皆有摩擦，则在 $\boldsymbol{P}$，r，R，f_s 已知且系统处于平衡的情况下，不能求出 A，B 处的约束力。

D. 若 A，B 处具有相同的摩擦因数，则在 $\boldsymbol{P}$，r，R 已知的情况下，不能求出使系统平衡的 f_s 的范围。

【5-82】 就题 5-80 图回答下列问题：

(1) 若 A，B 处具有不同的摩擦因数，则在 $\boldsymbol{P}$，r，R 已知的情况下，能否求出使系统平衡的 f_{sA}，f_{sB} 各自的范围？

(2) 当系统处于临界平衡状态时，F_{sA} 和 F_{sB} 之间存在怎样的关系？

(3) 若 f_{sA}，f_{sB}，R，r，$\boldsymbol{P}$ 皆为已知，且系统处于平衡，以鼓轮为研究对象，可列几个平衡方程？有几个未知量？问题是静定的还是超静定的？(分别就一般平衡及临界平衡两种情况回答。)

第六章　点的运动学

【6-1】 指出下述各量分别代表什么物理意义：

(1) $\frac{d\boldsymbol{r}}{dt}$，$\frac{ds}{dt}$，$\frac{dx}{dt}$。(2) $\frac{d\boldsymbol{v}}{dt}$，$\frac{dv}{dt}$，$\frac{dv_x}{dt}$。

【6-2】 点的运动方程和轨迹方程有何区别？一般情况下，能否根据点的运动方程求得轨迹方程？反之，能否由点的轨迹方程求得运动方程？

【6-3】 点作直线运动时，若其瞬时速度为零，其加速度是否也一定为零？点作曲线运动时，若其速度大小不变，加速度是否为零？若点沿曲线作匀变速运动，其加速度是否一定为常量？

【6-4】 根据点的加速度 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}(t)$能否求出点的速度$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}(t)$及运动方程 $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)$？还需要知道哪些条件？

【6-5】 点作曲线运动时，点的位移、路程和弧坐标是否相同？各有什么意义？

【6-6】 回答下述问题：

(1) 如果一个点的矢径 $\boldsymbol{r}(t)$的函数形式已知，问可求得哪些与运动有关的物理量？

(2) 如果一个点的弧坐标 $s(t)$的函数形式已知，问可求得哪些与运动有关的物理量？

【6-7】 点作曲线运动时，下述各量之间有何区别？

(1) 矢径和位移。

(2) $\Delta\boldsymbol{r}$ 与 Δr。

(3) $|\Delta\boldsymbol{v}|$与 Δv。

【6-8】 点作曲线运动时，位移是矢量。点作直线运动时，位移是否为矢量？

【6-9】 $\frac{d\boldsymbol{v}}{dt}$和$\frac{dv}{dt}$，$\frac{d\boldsymbol{r}}{dt}$和$\frac{dr}{dt}$是否相同？

【6-10】 在直角坐标系中，如果一点的速度$\boldsymbol{v}$在三个坐标上的投影均为常

数，则其加速度 $\boldsymbol{a}=0$，对否？

【6－11】 加速度$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}$的大小为$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$，对否？为什么？

【6－12】 一个点作曲线运动，已知 t_1，t_2 瞬时的速度分别为$\boldsymbol{v}_1$，$\boldsymbol{v}_2$，则在时间间隔 t_1 到 t_2 之内，点的平均加速度的大小为 $a^*=(v_2-v_1)/(t_2-t_1)$，对否？

【6－13】 动点在平面内运动，已知其运动轨迹 $y=f(x)$及其速度在 x 轴方向的分量 $v_x=g(t)$。判断下述说法是否正确：

(1) 动点的速度$\boldsymbol{v}$可完全确定。

(2) 动点的加速度在 x 轴方向的分量 a_x 可完全确定。

(3) 当 $v_x\neq0$ 时，一定能确定动点的速度$\boldsymbol{v}$、切向加速度 $\boldsymbol{a}_t$、法向加速度 $\boldsymbol{a}_n$ 及全加速度 $\boldsymbol{a}$。

【6－14】 点作平面曲线运动的方程为 $x=x(t)$，$y=y(t)$。在计算速度和加速度时，有人先求出 $r=\sqrt{x^2+y^2}$，然后根据 $v=\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$，$a=\frac{\mathrm{d}^2r}{\mathrm{d}t^2}$求出 v 和 a。这样作对吗？为什么？怎么求才正确？

【6－15】 已知点的矢径为 $\boldsymbol{r}(t)$，能否由此确定点的轨迹在任意时刻的切向单位矢量？怎样确定？

【6－16】 点在下述情况中作何种运动？

(1) $a_t\equiv0$，$a_n\equiv0$。(2) $a_t\neq0$，$a_n\equiv0$。

(3) $a_t\equiv0$，$a_n\neq0$。(4) $a_t\neq0$，$a_n\neq0$。

【6－17】 在某瞬时一动点的法向加速度等于零，而其切向加速度不等于零，该点是作直线运动还是作曲线运动？

【6－18】 在某瞬时，若点的切向加速度和法向加速度都等于零，能否决定该点一定作匀速直线运动？

【6－19】 自然法中描述的点的运动方程 $s=f(t)$为已知，则任一瞬时点的速度、加速度即可确定，对否？

【6－20】 两个作曲线运动的点，初速度相同，任一时刻的切向加速度大小也相同。问下述说法是否正确：

A. 任意时刻这两个点的速度大小相同。

B. 任意时刻这两个点的法向加速度大小相同。

C. 两点全加速度大小相同。

【6－21】 在平面内运动的点，若已知其速度在 x 轴及 y 轴上的分量 $v_x=f_1(t)$，$v_y=f_2(t)$，问下述说法是否正确：

A. 点的全加速度 $\boldsymbol{a}$ 可完全确定。

B. 点的切向加速度及法向加速度可完全确定。

C. 点的运动轨迹可完全确定。

D. 点的运动方程可完全确定。

【6-22】 判断下述说法是否正确：

A. 若 $\boldsymbol{v}=\boldsymbol{0}$，则 $\boldsymbol{a}$ 必等于零。

B. 若 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{0}$，则 $\boldsymbol{v}$ 必等于零。

C. 若 $\boldsymbol{v}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 始终垂直，则 $\boldsymbol{v}$ 不变。

D. 若 $\boldsymbol{v}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 平行，则点的轨迹必为直线。

【6-23】 判断下述说法是否正确：

A. $\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$ 表示点的速度的大小和方向，由于 $\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}|\boldsymbol{r}|}{\mathrm{d}t}$，所以 $\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$ 代表点的速度大小。

B. $\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}$ 表示点的加速度的大小和方向，由于 $\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}|\boldsymbol{v}|}{\mathrm{d}t}$，所以 $\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$ 代表点的加速度大小。

C. $\boldsymbol{\tau}$ 是运动轨迹切线方向的单位矢量，其大小恒等于 1，因此必有 $\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\tau}}{\mathrm{d}t}=0$。

【6-24】 用 A(代数量)、B(矢量)、C(非负的标量)填空：

点的弧坐标对时间的导数是(　　)，点走过的路程对时间的导数是(　　)，点的位移对时间的导数是(　　)。

【6-25】 下述等式是否成立：

A. $\left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}\right|=\left|\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\right|$　　B. $\left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right|=\left|\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}\right|$

C. $\left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{a}_{\mathrm{t}}}{\mathrm{d}t}\right|=\left|\frac{\mathrm{d}a_{\mathrm{t}}}{\mathrm{d}t}\right|$　　D. $\left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{a}}{\mathrm{d}t}\right|=\left|\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}t}\right|$

【6-26】 某点沿半径为 R 的圆周运动，初速度为零，其切向加速度为：(1) $a_{\mathrm{t}}=C$(常量)，(2) $a_{\mathrm{t}}=Ct$。问在这两种情况下其法向加速度各为多少？

【6-27】 填空：

变矢量对自变量的导数是一个(　　)，方向沿着(　　)对应点的切线。变矢量的矢导数在任一个固定轴上的投影，等于这个矢量(　　)的导数。

【6-28】 在点的曲线运动中，a_{t}，v，s 三者之间的关系与点的直线运动中 a，v，s 三者之间的关系是否完全相同？

【6-29】 点作曲线运动时，若加速度方向始终与速度方向垂直，点一定作匀速圆周运动？

【6-30】 点作匀速运动时，其切向加速度等于零。若已知在某瞬时点的切向加速度等于零，则该点是否作匀速运动？

【6-31】 由于加速度 $\boldsymbol{a}$ 永远位于轨迹上动点所处的密切面内，故 $\boldsymbol{a}$ 在副

法线上的投影恒等于零，对否？

【6－32】 在自然坐标系中，若点的法向加速度为零，则该点轨迹的曲率必为零，对否？

【6－33】 在自然坐标系中，如果速度 v = 常数，则加速度 $a=0$，对否？

【6－34】 若适当选择原点，当点作直线运动时，其位置矢可能(　　)；当点作圆周运动时，其位置矢(　　)。

A. 方向保持不变，大小可变　　B. 大小保持不变，方向可变

C. 大小、方向均保持不变　　D. 大小和方向均可变化

【6－35】 一动点作平面曲线运动，若其速率不变，则其速度矢量与加速度矢量夹角为(　　)。

A. 180°　B. 90°　C. 夹角随时间变化

【6－36】 若已知点的切向加速度为 $a_t=f(t)$，始、末速度分别为 v_0 与 v，始、末的弧坐标分别为 s_0 与 s，试问下式是否成立？为什么？

$$v^2=v_0^2+2a_t(s-s_0)$$

【6－37】 点作曲线运动时，“匀变速运动”指的是下述的哪种情况？(　　)

A. 切向加速度矢 $\boldsymbol{a}_t$ = 常矢量

B. 切向加速度大小 a_t = 常量

C. 全加速度矢 $\boldsymbol{a}$ = 常矢量

D. 全加速度大小 a = 常量

【6－38】 在什么情况下，点的切向加速度恒等于零？什么情况下点的法向加速度恒等于零？什么情况下两者都恒为零？

【6－39】 作曲线运动的两个动点，初速度相同、运动轨迹相同、运动中两点的法向加速度也相同。判断下述说法是否正确：

(1) 任一瞬时两动点的切向加速度必相同。

(2) 任一瞬时两动点的速度必相同。

(3) 两动点的运动方程必相同。

【6－40】 下述各种情况下，动点的全加速度 $\boldsymbol{a}$、切向加速度 $\boldsymbol{a}_t$ 和法向加速度 $\boldsymbol{a}_n$ 三个矢量之间有何关系？

(1) 点沿曲线作匀速运动。

(2) 点沿曲线运动，在该瞬时其速度为零。

(3) 点沿直线作变速运动。

(4) 点沿曲线作变速运动。

【6－41】 点作曲线运动时，下述说法是否正确：

(1) 若切向加速度为正，则点作加速运动。

(2) 若切向加速度与速度符号相同,则点作加速运动。

(3) 若切向加速度为零,则速度为常矢量。

【6-42】 试指出点在作怎样的运动时出现下述情况:

(1) 切向加速度 $a_t = 0$。

(2) 法向加速度 $a_n = 0$。

(3) 瞬时全加速度 $a = 0$。

(4) 切向加速度 a_t = 常矢量。

(5) 法向加速度 a_n = 常矢量。

(6) 全加速度 a = 常矢量。

【6-43】 点的下述运动是否可能?(判断正误。)

A. 加速度越来越大,而速度大小不变。

B. 加速度越来越小,而速度越来越大。

C. 加速度越来越大,而速度越来越小。

D. 加速度大小不变且不为零,速度大小也不变。

E. 速度大小不变,而加速度越来越小。

F. 某瞬时速度为零,而加速度不为零。

G. 点沿曲线运动,速度不为零,而 $\boldsymbol{a}_t = \boldsymbol{a}$。

H. 速度越来越大,而全加速度大小为零。

I. 切向加速度越来越大,而全加速度大小不变。

J. 切向加速度越来越小,而法向加速度越来越大。

【6-44】 已知点作圆周运动,其运动方程为 $s = 2t^3$,则任一瞬时点的加速度 $a = 12t$,对否?为什么?

【6-45】 已知某点的运动方程为 $s = a + bt + ct^2$(s 以 m 计,t 以 s 计,a,b,c 为常数),则点的轨迹(　　)。

A. 是直线　B. 是曲线　C. 不确定

【6-46】 一点作曲线运动,开始时速度 $v_0 = 12$ m/s,某瞬时切向加速度 $a_t = 4$ m/s^2,则 2 s 末该点的速度的大小为(　　)。

A. 4 m/s　B.20 m/s　C.6 m/s　D. 无法确定

【6-47】 点作直线运动,已知某瞬时加速度为 $a = -4$ m/s^2,$t = 1$ s 时速度为 $v_1 = 4$ m/s,则 $t = 2$ s 时,该点的速度的大小为(　　)。

A.0　　B. -4 m/s　　C.8 m/s　　D. 无法确定

【6-48】 已知点沿 x 轴作直线运动,某瞬时速度为 $v_x = \dot{x} = 2$ m/s,瞬时加速度为 $a_x = \ddot{x} = -2$ m/s^2,则 1 s 以后点的速度的大小为(　　)。

A. 等于零　B. 等于 -2 m/s　C. 等于 -4 m/s　D. 无法确定

【6-49】 回答下述问题：

(1) 向上斜抛出的质点，在重力的作用下运动。不计空气阻力，其运动是否为匀变速运动？

(2) 点沿曲线运动，其全加速度越来越大，该点有否可能作匀变速运动？

(3) 点沿曲线运动(处处曲率皆不为零)，其全加速度大小不变、方向也不变，该点有否可能作匀变速运动？

【6-50】 两个点沿同一圆周运动，问下述说法是否正确：

A. 全加速度较大的点，其切向加速度一定较大。

B. 全加速度较大的点，其法向加速度一定较大。

C. 若两个点的全加速度矢在某瞬时相等，则该瞬时两点的速度大小必相等。

D. 若两个点的全加速度矢在某段时间内相等，则这两点的速度在这段时间内必相等。

E. 若两个点的速度在某段时间内方向相同，则在这段时间内两点的全加速度必相等。

F. 若两个点的法向加速度大小相等，则在这段时间内两点的全加速度大小必相等。

【6-51】 以一定初速度斜抛出的物体，不计空气阻力，在哪一点的切向加速度最大？在哪一点的法向加速度最大？

【6-52】 在某瞬时，若点的切向加速度和法向加速度都等于零，则此点(　　)。

A. 必定静止不动

B. 必作匀速直线运动

C. 可能作匀速曲线运动(不考虑有拐点)

D. 可能静止不动

E. 可能作匀速直线运动

F. 以上结果都不可能

【6-53】 在某瞬时，若点的法向加速度等于零，切向加速度不等于零，则此点(　　)。

A. 必定作直线运动　B. 必定作曲线运动

C. 可能作直线运动　D. 可能作曲线运动

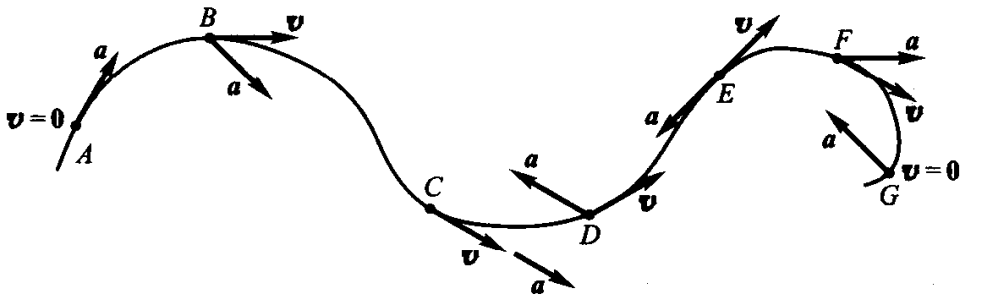
E. 可能静止不动

【6-54】 在极坐标中，$v_r=\dot{r}$，$v_\theta=r\dot{\theta}$ 分别代表在极径方向及与极径垂直方向(极角 θ 方向)的速度。但为什么沿这两个方向的加速度为：

$$a_r=\ddot{r}-r\dot{\theta}^2,\ a_\theta=r\ddot{\theta}-2\dot{r}\dot{\theta}$$

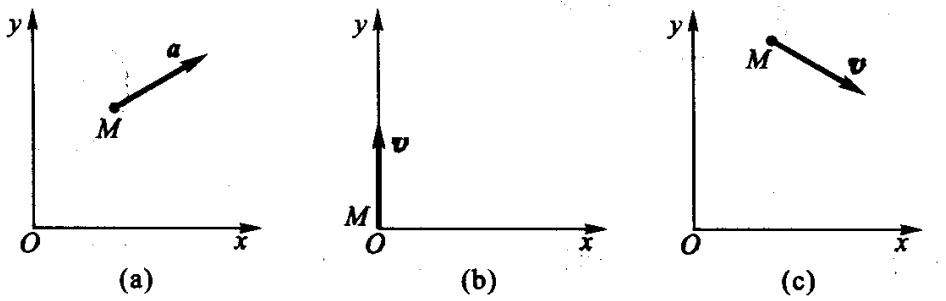
试分析 a_r 中的 $-r\dot{\theta}^2$ 和 a_θ 中的 $r\ddot{\theta}$ 出现的原因和它们的几何意义。

【6-55】 点沿曲线运动，图示各点所给出的速度 $\boldsymbol{v}$ 和加速度 $\boldsymbol{a}$ 哪些是可能的？哪些是不可能的？



题 6-55 图

【6-56】 已知 M 点的运动方程为 $x=5t^2$，$y=3t$，问图示的运动状态有否可能？



题 6-56 图

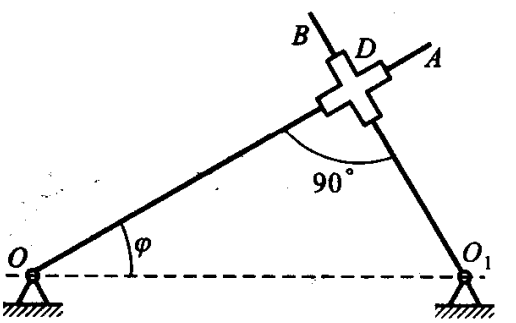
【6-57】 图示机构，已知 $OO_1=l$，$\varphi=Kt$，K 为常量，D 是十字型导槽。若按下述方法求 D 点的速度，是否正确？为什么？

因为

$$OD=OO_1\cos\varphi=l\cos Kt$$

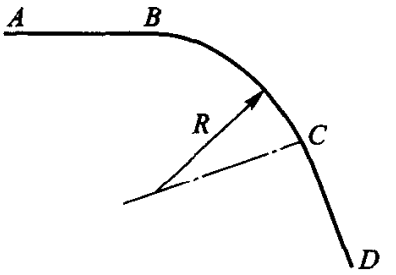
所以

$$v_D=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(OD)=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(l\cos Kt)=-Kl\sin Kt。$$



题 6-57 图

【6-58】 图中 AB，CD 为直线，BC 为一半径为 R 的圆弧，且 AB，CD 分别与圆弧相切于 B，C 两点。问：以此路线设计为火车的轨道是否合适？为什么？



题 6 - 58 图

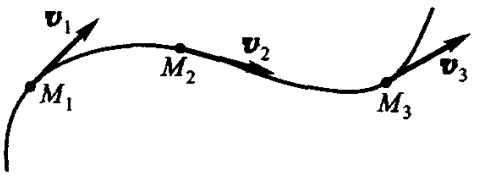
【6 - 59】 点作曲线运动，如图所示。试就以下三种情况画出加速度的大致方向：

(1) 在 M_1 处作匀速运动。

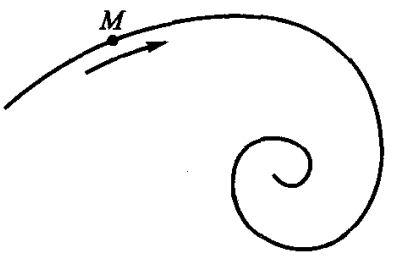
(2) 在 M_2 处作加速运动。

(3) 在 M_3 处作减速运动。

【6 - 60】 点 M 沿螺旋线自外向内运动，如图所示。它走过的弧长与时间的一次方成正比，问点的加速度是越来越大还是越来越小？该点越跑越快还是越跑越慢？



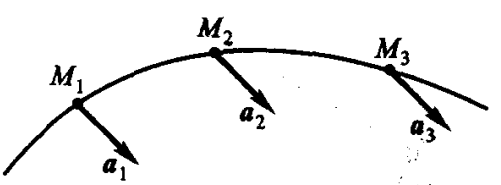
题 6 - 59 图



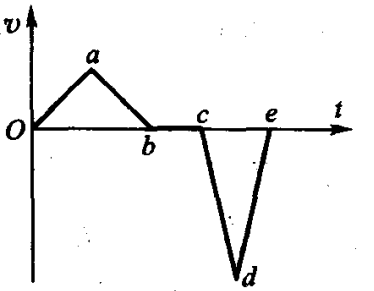
题 6 - 60 图

【6 - 61】 当点作曲线运动时，点的加速度 $\boldsymbol{a}$ 是恒矢量，如图所示。问点是否作匀变速运动？

【6 - 62】 一辆车沿直线行驶，其速度随时间的变化图如题图中的折线 $Oabcde$ 所示。已知三角形 Oab 的面积等于三角形 cde 的面积。图中 $\overline{bc}$ 代表(　　)运动，$\overline{cd}$ 代表(　　)；车辆经历的路程为(　　)；车辆总的位移大小为(　　)。



题 6 - 61 图



题 6 - 62 图

第七章　刚体的简单运动

【7-1】　刚体作平移时，其上各点的轨迹形状相同，均为直线，对吗？

【7-2】　在刚体运动过程中，若其上有一条直线始终平行于它的初始位置，是否一定可以确定刚体作平移？

【7-3】　刚体运动时，若其上两点的轨迹相同，则该刚体一定作平移？为什么？

【7-4】　刚体平移时，若刚体上某一点的运动已知，则其他各点的运动是否一定可以随之确定？

【7-5】　满足下述哪个条件的刚体运动一定是平移？（　　）

A. 刚体运动时，其上某直线始终与其初始位置保持平行

B. 刚体运动时，其上某两条直线始终与各自初始位置保持平行

C. 刚体运动时，其上所有点到某固定平面的距离始终保持不变

D. 均不满足

【7-6】　下述什么条件可以作为判断刚体平移的充分必要条件？（　　）

A. 刚体运动时，其上有两条相交直线始终与各自初始位置保持平行

B. 刚体运动时，其上有不在一条直线上的三点始终作直线运动

C. 刚体运动时，其上各点速度始终相同

D. 刚体运动时，其上每一点都在某固定平面上运动，且其上很多条直线都与各自初始位置保持平行

【7-7】　刚体作平移时，其上任一点的运动轨迹可能是（　　）。

A. 平面任意曲线。　B. 直线。　C. 空间任意曲线

【7-8】　欲确定平移刚体的运动，只确定其上一点的运动即可，对吗？

【7-9】　用不在一直线上的三点可确定刚体在空间的位置，而每个点有三个坐标（即有三个运动方程），欲确定平移刚体在空间的运动需要几个运动方程（坐标）？

【7-10】　刚体作定轴转动时，某瞬时刚体内所有各点的加速度与其法向加

速度间的夹角总是相同的，对吗？写出其表达式。

【7－11】 两个作定轴转动的刚体，若任一瞬时其角加速度始终相等，则其转动方程相同，对否？为什么？

【7－12】 有人说："刚体绕定轴转动时，角加速度为正，表示加速转动；角加速度为负，表示减速转动"。对吗？为什么？

【7－13】 刚体作定轴转动时，已知初始时的角速度为 ω_0，t 瞬时的角加速度 α，则任一瞬时的角速度为 $\omega = \omega_0 + \alpha t$，对否？为什么？

【7－14】 某轮绕定轴转动，若轮缘上一点 M 的加速度与该点转动半径的夹角恒为 θ，且 $\theta \neq 0$。问轮子的角加速度是否改变？为什么？

【7－15】 如果刚体上有一个运动的轨迹不是圆曲线，这刚体一定不作定轴转动，对吗？

【7－16】 刚体绕定轴转动时，判断下述说法是否正确：

A. 当转角 $\varphi > 0$ 时，角速度 ω 为正。

B. 当角速度 $\omega > 0$ 时，角加速度为正。

C. 当 $\varphi > 0, \omega > 0$ 时，必有 $\alpha > 0$。

D. 当 $\alpha > 0$ 时为加速转动，$\alpha < 0$ 时为减速转动。

E. 当 α 与 ω 同号时为加速转动，当 α 与 ω 异号时为减速转动。

【7－17】 当刚体转动时，角速度为零的瞬时，角加速度也一定为零？

【7－18】 刚体转动时，某瞬时角加速度为零，则该瞬时角速度也一定为零？

【7－19】 满足下述哪个条件的刚体运动一定是定轴转动？

A. 刚体上所有点都在垂直于某定轴的平面上运动，而且所有点的轨迹都是圆

B. 刚体运动时，其上所有点到某定轴的距离保持不变

C. 刚体运动时，其上或其扩展部分有两点固定不动

【7－20】 钻头在钻孔时，它的运动是不是定轴转动？为什么？

【7－21】 以 ω 表示刚体的角速度，则它在时间 t 内的转角为 $\varphi = \omega t$，这一公式是否正确？在什么条件下才是正确的？

【7－22】 定轴转动刚体的角速度矢是什么矢量？其大小和方向如何确定？

【7－23】 刚体绕定轴转动时，怎样根据角加速度矢和角速度矢的指向来判定是加速转动还是减速转动？

【7－24】 刚体绕定轴转动，$\boldsymbol{\omega}$ 为角速度矢，$\boldsymbol{r}$ 为点的矢径。下面给出的该点用矢量法表达的速度和加速度公式中，哪组是正确的？（　　）

A. $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}, \boldsymbol{a}_t = \boldsymbol{\alpha} \times \boldsymbol{r}, \boldsymbol{a}_n = \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{v}$

B. $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{a}_t = \boldsymbol{\alpha} \times \boldsymbol{r}, \boldsymbol{a}_n = \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{v}$

C. $\boldsymbol{v}=\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{\omega}$，$\boldsymbol{a}_{\mathrm{t}}=\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{\alpha}$，$\boldsymbol{a}_{\mathrm{n}}=\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{\omega}$

D. $\boldsymbol{v}=\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{r}$，$\boldsymbol{a}_{\mathrm{t}}=\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{\alpha}$，$\boldsymbol{a}_{\mathrm{n}}=\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{\omega}$

【7－25】 已知绕定轴转动刚体的角速度矢为 $\boldsymbol{\omega}$。设 O 为转轴上一点，动坐标系 $Ox'y'z'$ 固结在刚体上，并随刚体一起旋转。试证明三个动坐标轴的单位矢量 $\boldsymbol{i}'$，$\boldsymbol{j}'$，$\boldsymbol{k}'$ 对时间的导数分别为：

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{i}'}{\mathrm{d}t}=\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{i}',\ \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{j}'}{\mathrm{d}t}=\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{j}',\ \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{k}'}{\mathrm{d}t}=\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{k}'$$

【7－26】 刚体绕定轴 Oz 转动，其上任一点 M 的矢径、速度和加速度分别为 $\overrightarrow{OM}$，$\boldsymbol{v}$，$\boldsymbol{a}_{\mathrm{n}}$，$\boldsymbol{a}_{\mathrm{t}}$，$\boldsymbol{a}$，问下述说法是否正确：

A. $\boldsymbol{a}_{\mathrm{n}}$ 必沿 $\overrightarrow{OM}$ 指向点 O。

B. $\boldsymbol{a}_{\mathrm{t}}$ 必垂直于矢径 $\overrightarrow{OM}$。

C. $\boldsymbol{a}$ 方向同 $\overrightarrow{OM}$，指向可与 $\overrightarrow{OM}$ 同向或反向。

D. $\boldsymbol{v}$ 必垂直于 $\overrightarrow{OM}$，$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{a}_{\mathrm{n}}$。

【7－27】 刚体作定轴转动，其上某点 A 到转轴距离为 R。为求出刚体上任意点在某一瞬时的速度和加速度的大小，下述哪组条件是充分的？

(1) 已知点 A 的速度及该点的全加速度方向。

(2) 已知点 A 的切向加速度及法向加速度。

(3) 已知点 A 的切向加速度及该点的全加速度方向。

(4) 已知点 A 的法向加速度及该点的速度。

(5) 已知点 A 的法向加速度及该点全加速度的方向。

【7－28】 (1) 刚体作平移时，其上任意两点的(　　)、(　　)和(　　)都相同。(2) 刚体作定轴转动时，各点加速度与半径间的夹角只与该瞬时刚体的(　　)和(　　)有关，而与(　　)无关。

【7－29】 各点都作圆周运动的刚体一定是定轴转动吗？试举出不是的例子。

【7－30】 “刚体作平移时，各点的轨迹一定是直线或平面曲线；刚体绕定轴转动时，各点的轨迹一定是圆”。这种说法对吗？

【7－31】 其上各点作圆周运动的刚体平移与定轴转动的区别是(　　)。

【7－32】 刚体绕定轴转动，图示各运动状态是否可能？

图(a)中，A，B，C 为等边三角形的顶点，且 $a_A=a_B=a_C$。

图(b)中，A，B，C 为等边三角形的顶点，且 $v_A=v_B=v_C$。

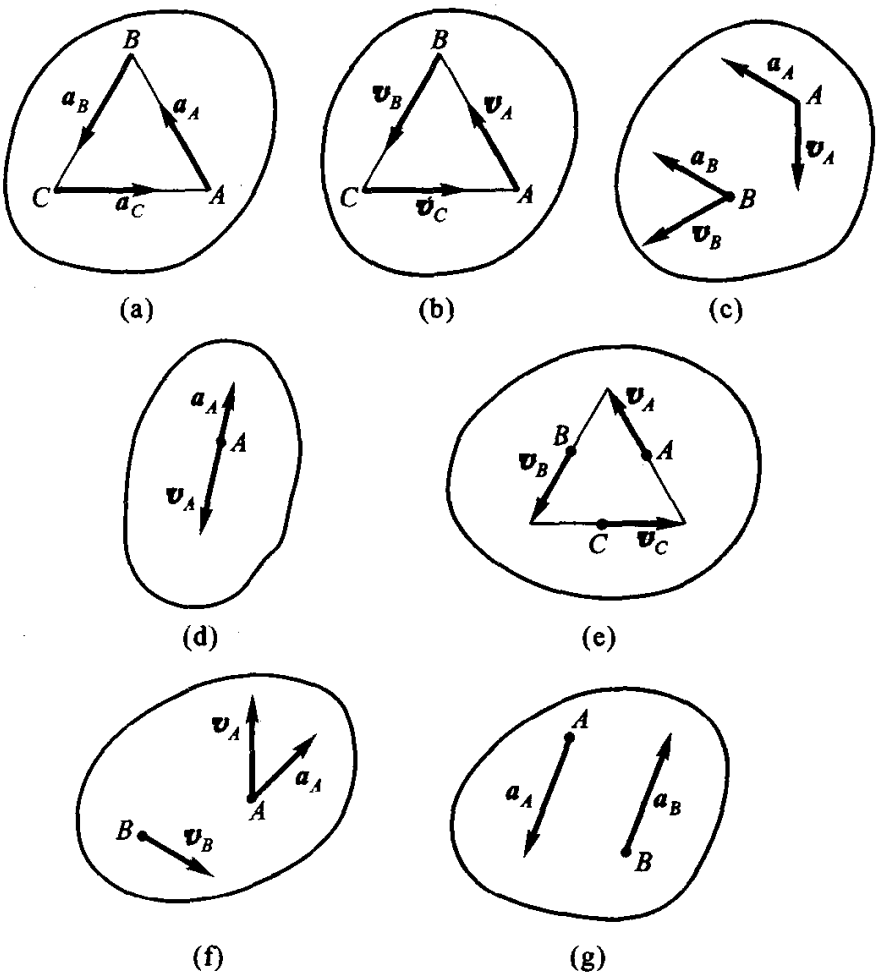
图(c)中，$\boldsymbol{a}_A\,/\!/\,\boldsymbol{a}_B$。

图(d)中，$\boldsymbol{v}_A$ 与 $\boldsymbol{a}_A$ 共线。

图(e)中，A，B，C 为等边三角形三条边的中点，且 $v_A=v_B=v_C$。

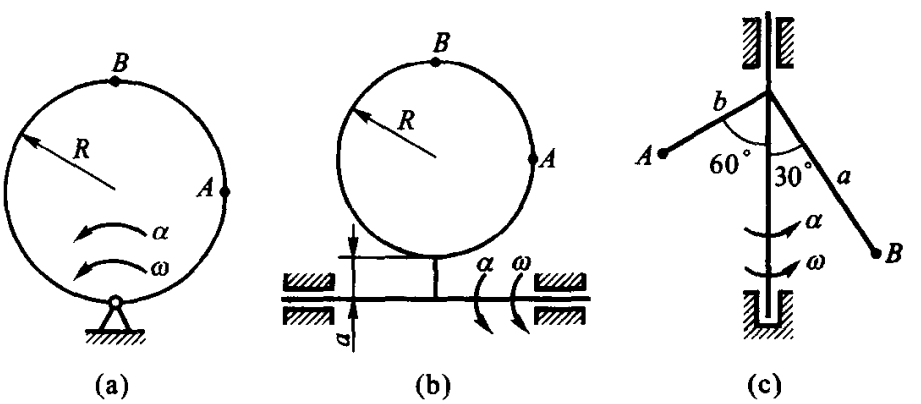
图(f)中，$\boldsymbol{v}_A$，$\boldsymbol{a}_A$，$\boldsymbol{v}_B$ 方向如图示。

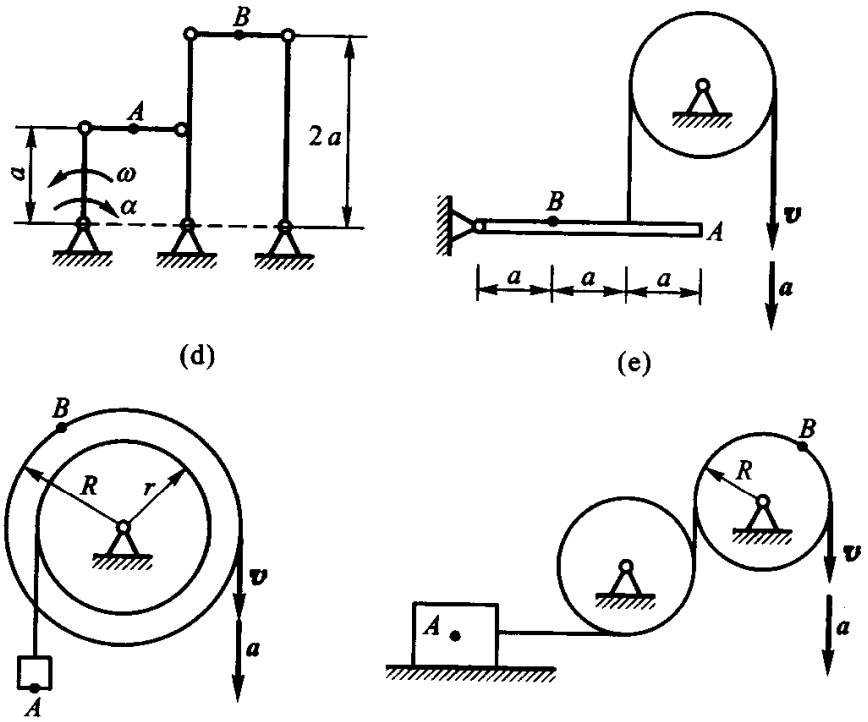
图(g)中，$\boldsymbol{a}_A$ 与 $\boldsymbol{a}_B$ 反向平行。



题 7－32 图

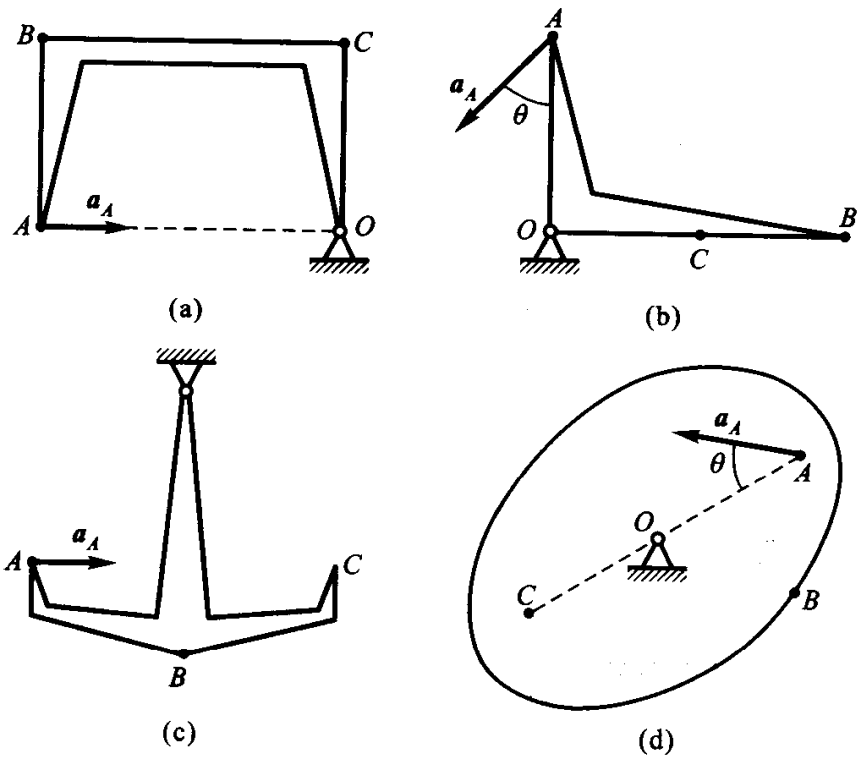
【7－33】 已知下列图(a)，(b)，(c)，(d)中刚体绕定轴转动的角速度 ω 和角加速度 α，图(e)，(f)，(g)中的 $\boldsymbol{v}$，$\boldsymbol{a}$，画出图中 A，B 点的速度和加速度方向。不用笔算，给出 A，B 点速度及加速度的大小。





题 7 – 33 图

【7 – 34】 已知图中 A 点的加速度大小和方向，试画出 B 点及 C 点的加速度 $\boldsymbol{a}_B$，$\boldsymbol{a}_C$ 的方向。



题 7 – 34 图

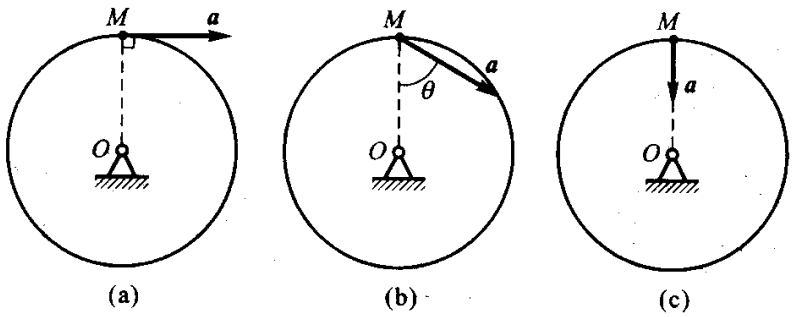
【7-35】 圆盘绕 O 轴作定轴转动，其边缘上一点 M 的加速度 $\boldsymbol{a}$ 如图所示。在下述 A，B，C，D 四组中，哪一组符合图(a)、(b)、(c)三圆盘的实际情况？(　　)

A.(a)$\alpha=0$，$\omega\neq0$　(b)$\alpha\neq0$，$\omega=0$　(c)$\alpha=0$，$\omega\neq0$

B.(a)$\alpha\neq0$，$\omega=0$　(b)$\alpha\neq0$，$\omega\neq0$　(c)$\alpha\neq0$，$\omega=0$

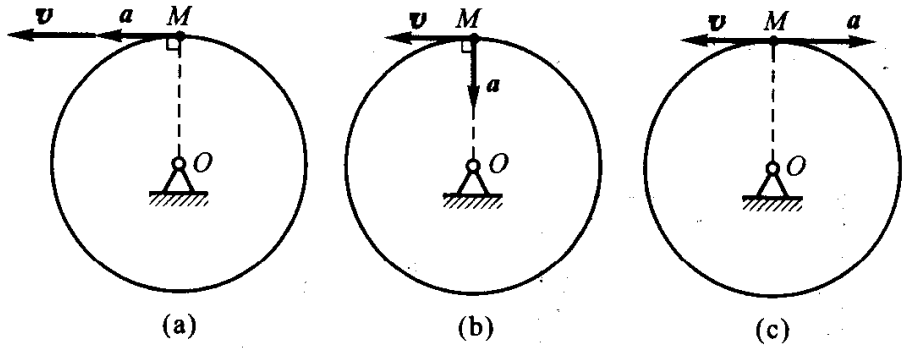
C.(a)$\alpha\neq0$，$\omega=0$　(b)$\alpha\neq0$，$\omega\neq0$　(c)$\alpha=0$，$\omega\neq0$

D.(a)$\alpha\neq0$，$\omega=0$；(b)$\alpha=0$，$\omega\neq0$；(c)$\alpha\neq0$，$\omega\neq0$。



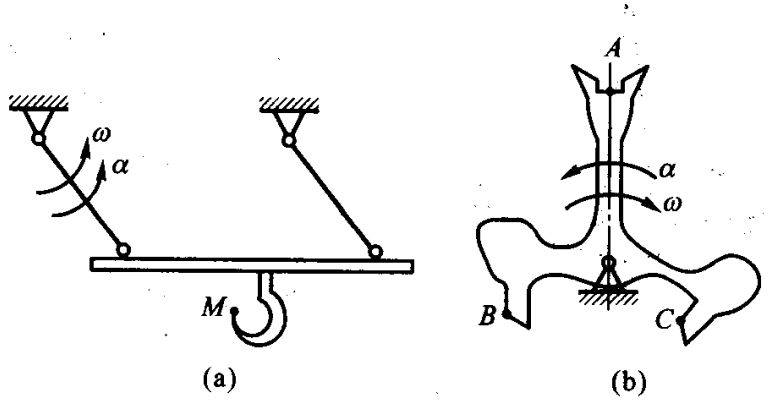
题 7-35 图

【7-36】 圆盘绕固定轴 O 转动，某瞬时轮缘上一点 M 的速度 $\boldsymbol{v}$ 和加速度 $\boldsymbol{a}$ 如图所示。问图(a)，(b)，(c)中哪种情况是可能的？哪种情况是不可能的？



题 7-36 图

【7-37】 试画出图(a)、(b)中标有字母的各点的速度方向和加速度方向。



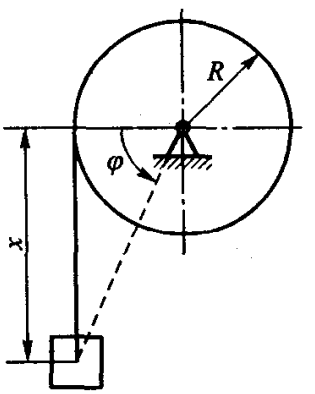
题 7-37 图

【7-38】 图中所示鼓轮的角速度如下计算对不对？

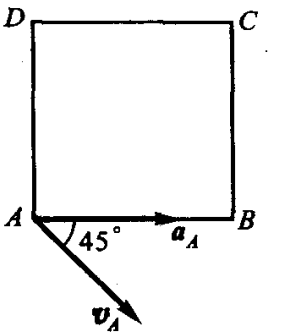
因为 $\tan\varphi = \frac{x}{R}$

所以 $\omega = \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\arctan\frac{x}{R}\right)$

【7-39】 已知正方形板 $ABCD$ 作定轴转动，转轴垂直于板面，A 点的速度 $v_A = 100$ mm/s，加速度 $a_A = 100\sqrt{2}$ mm/s^2，方向如图，则该板转动轴到 A 点的距离 OA 为(　　)，角速度与角加速度的大小分别为(　　)。



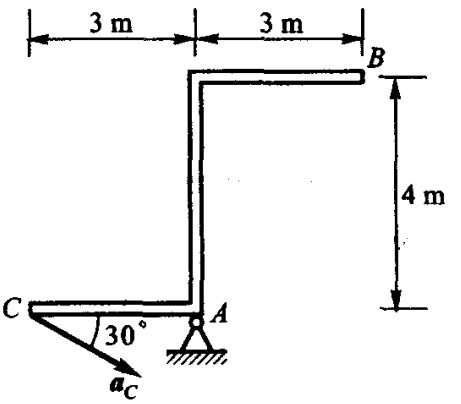
题 7-38 图



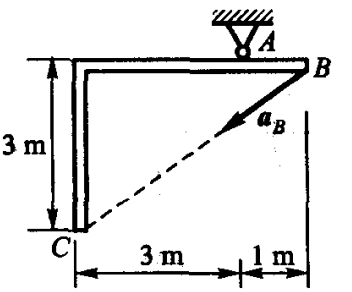
题 7-39 图

【7-40】 双直角曲杆 ABC 可绕 A 轴转动，图示瞬时 C 点的加速度 $a_C = 300$ mm/s^2，方向如图，则 B 点加速度的大小为(　　)mm/s^2，方向与直线(　　)成(　　)角。

【7-41】 曲杆 ABC 在图示平面内可绕 A 轴转动，已知某瞬时 B 点的加速度为 $a_B = 5$ m/s^2，则该瞬时曲杆的角速度 ω = (　　)，角加速度 α = (　　)。



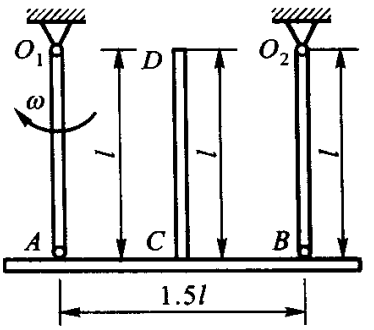
题 7-40 图



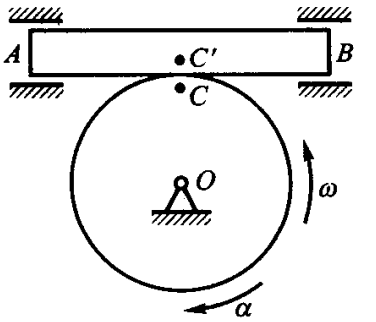
题 7-41 图

【7-42】 图示平行四边形 O_1ABO_2 机构的 O_1A 杆以匀角速度 ω 绕 O_1 轴转动，则 D 点的速度为(　　)，加速度为(　　)(二者方向要在图上画出)。

【7-43】 齿轮半径为 r，绕定轴 O 转动，并带动齿条 AB 移动。已知某瞬时齿轮的角速度为 ω，角加速度为 α，齿轮上的 C 点与齿条上的 C' 点相接触，则 C 点的加速度大小为(　　)，C' 点的加速度大小为(　　)(方向均应表示在图上)。

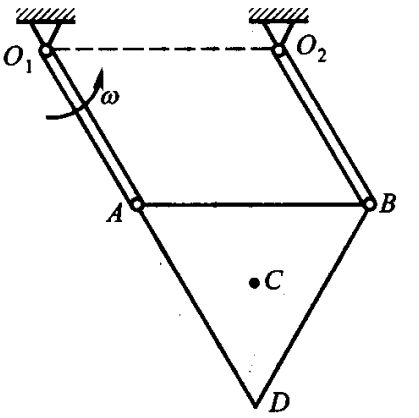


题 7-42 图



题 7-43 图

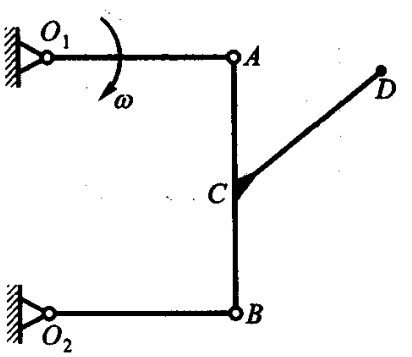
【7-44】 平面机构如图所示。已知 $AB // O_1O_2$，且 $AB = O_1O_2 = L$，$AO_1 = BO_2 = r$，ABD 是三角形板，$AD = BD = b$，AO_1 杆以匀角速度 ω 绕 O_1 轴转动，则三角形板重心 C 点的速度和加速度的大小分别为 $v =$ (　　)，$a =$ (　　)，并在图上标出它们的方向。



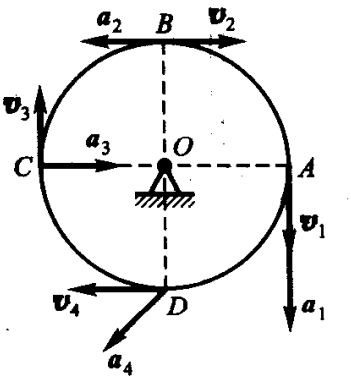
题 7-44 图

【7-45】 在平行四连杆机构 O_1ABO_2 中，CD 杆与 AB 杆固结，若 $O_1A = O_2B = CD = L$，O_1A 杆以匀角速度 ω 转动，当 $O_1A \perp AB$ 时，D 点的加速度大小等于(　　)，方向(　　)。

【7-46】 圆盘作定轴转动，若某瞬时其边缘上 A，B，C，D 三点的速度、加速度如图所示，则(　　)的运动是不可能的。



题 7-45 图



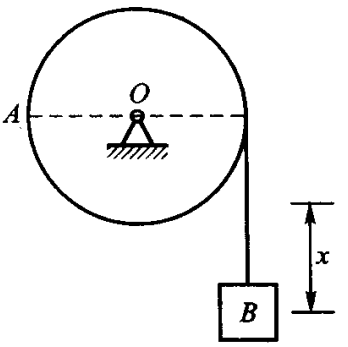
题 7-46 图

【7-47】 绳子的一端绕在定滑轮上，另一端与物块 B 相连，若物 B 的运动方程为 $x = kt^2$，其中 k 为常数，轮子半径为 R，则轮缘上 A 点的加速度的大小为（　　）。

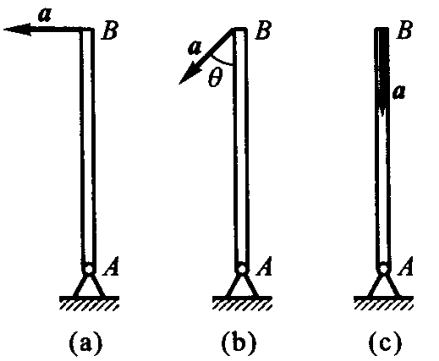
A. $2k$　　B. $(4k^2t^2/R)^{1/2}$

C. $(4k^2 + 16k^4t^4/R^2)^{1/2}$　　D. $2k + 4k^2t^2/R$

【7-48】 杆 BA 绕固定轴 A 转动，某瞬时杆端 B 点的加速度 a 分别如图(a)、(b)、(c)所示，则该瞬时（　　）的角速度为零，（　　）的角加速度为零。



题 7-47 图



题 7-48 图

【7-49】 汽车通过双曲拱桥(桥面曲线为抛物线)时，车厢作（　　）。

A. 平移。

B. 定轴转动。

C. 除平移与转动外的其他运动。

第八章　点的合成运动

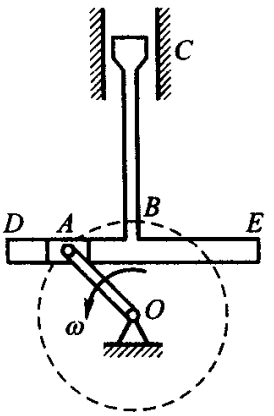
【8－1】　分析下列各图中动 A 点的运动：

(1) 指出动系固结在哪个物体上。

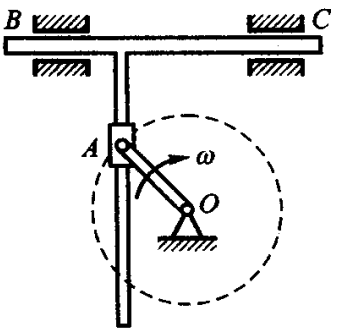
(2) 说明其相对运动轨迹和绝对运动轨迹是何种曲线。

(3) 画出图示瞬时其牵连速度与相对速度的方向(或方位)。

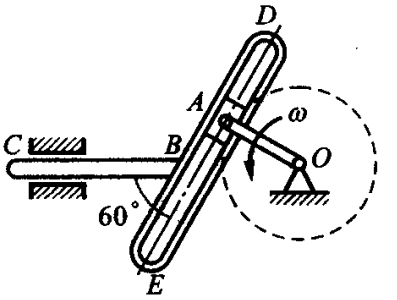
(4) 利用点的速度合成定理，画出速度平行四边形。



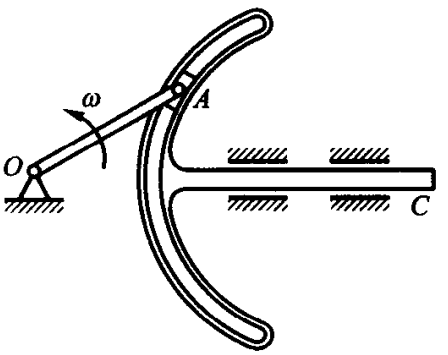
(a)



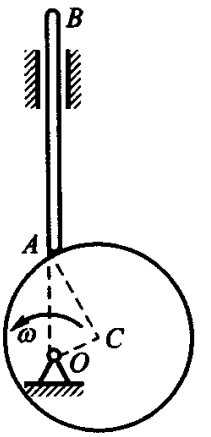
(b)



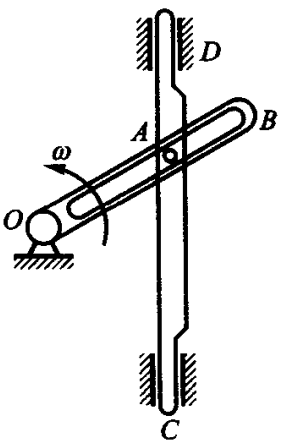
(c)



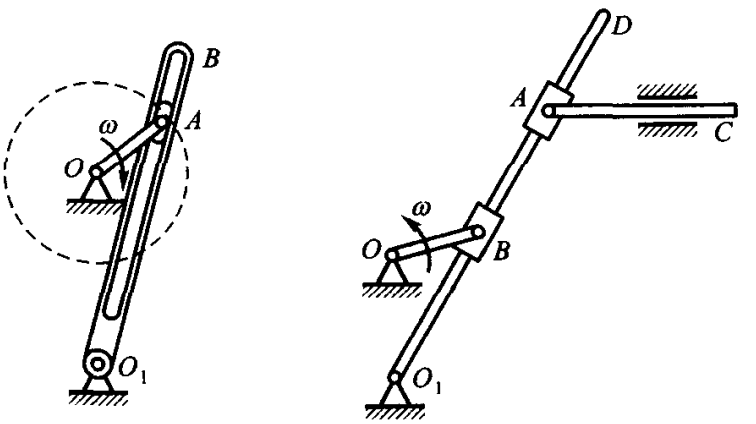
(d)



(e)



(f)



(g) (h)

题 8－1 图

【8－2】 在上题图中，在哪些图中且 A 点处于哪些位置时，有：

A. $\boldsymbol{v}_a = \boldsymbol{v}_r$ B. $\boldsymbol{v}_a = \boldsymbol{v}_e$ C. $\boldsymbol{v}_e = -\boldsymbol{v}_r$ D. $\boldsymbol{v}_e \perp \boldsymbol{v}_r$

【8－3】 应用速度合成定理解题步骤有哪几步？在动坐标系作平移或转动时有没有区别？

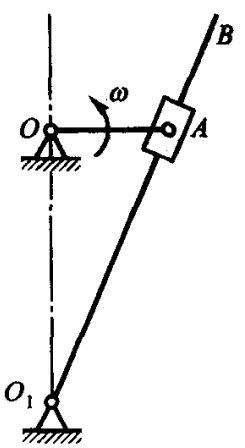
【8－4】 点作空间曲线运动，可否将速度合成定理投影到三个坐标轴上，可求解三个未知量？为什么？

【8－5】 应用速度合成定理，在选择动点、动系时，若动点是某刚体上的一点，而动系也固结于这个刚体上，是否可以？为什么？

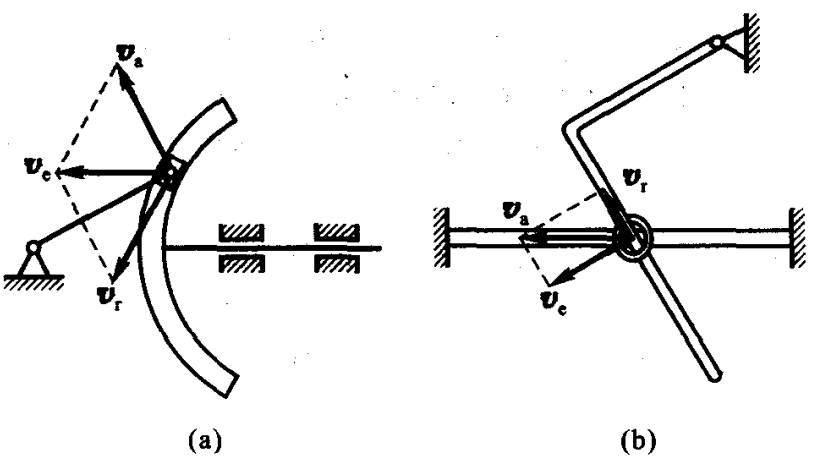
【8－6】 什么是牵连速度和牵连加速度？是否动坐标系中任何一点的速度和加速度就是牵连速度和牵连加速度？

【8－7】 如何选择动点和动参考系？在图示机构中，以滑块 A 为动点，为什么不宜以曲柄 OA 为动参考系？若以 O_1B 上的 A 点为动点，以曲柄 OA 为动参考系，是否可求出 O_1B 的角速度、角加速度？

【8－8】 图(a)、(b)中的速度平行四边形有无错误？错在哪里？



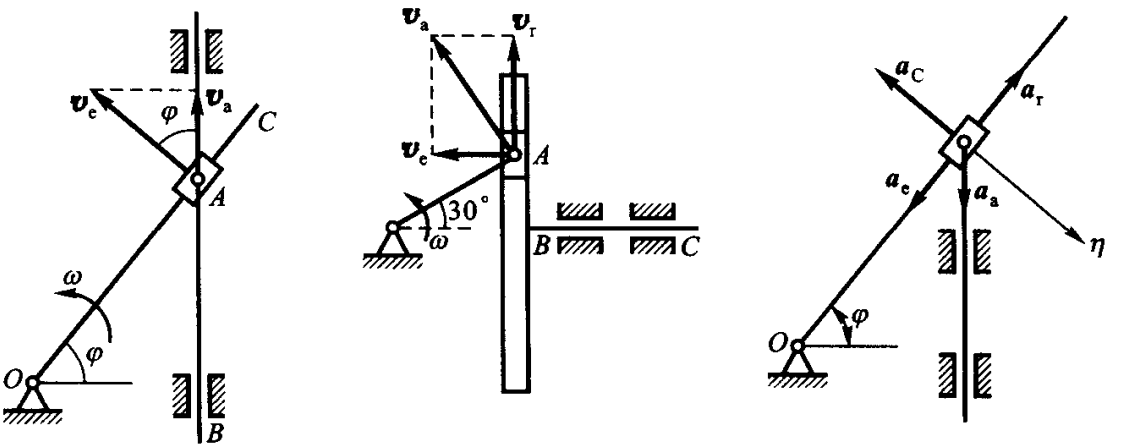
题 8－7 图



(a) (b)

题 8－8 图

【8-9】 如下计算对不对？错在哪里？



题 8-9 图

(1) 图(a)中取动点为滑块 A，动参考系为杆 OC，则

$$v_e = \omega \cdot OA, \quad v_a = v_e \cos \varphi$$

(2) 图(b)中 $v_{BC} = v_e = v_a \cos 60°$，$v_a = \omega r$

因为 ω = 常量，所以

$$v_{BC} = \text{常量}, a_{BC} = \frac{\mathrm{d}v_{BC}}{\mathrm{d}t} = 0$$

(3) 图(c)中，为了求 a_a 的大小，取加速度在 η 轴上的投影式

$$a_a \cos \varphi - a_C = 0$$

所以 $$a_a = \frac{a_C}{\cos \varphi}$$

【8-10】 图示系统中，以 $Ax'y'$ 为动参考系，A 总在 Ox 轴上运动，$AB = l$。

(1) B 点的相对轨迹是什么？

(2) 若 $\varphi = kt$，k 为常量，试求 B 点的相对速度和相对加速度。

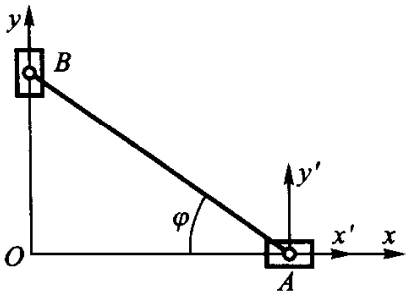
【8-11】 从 10 m 高处以初速 $v_0 = 10$ m/s 水平抛出一小石块。不计空气阻力，在地面上看到其轨迹如图。试分别画出下述几种情况下人所看到的石块的轨迹：

(1) 人以速度 10 m/s 沿 x 轴正向运动。

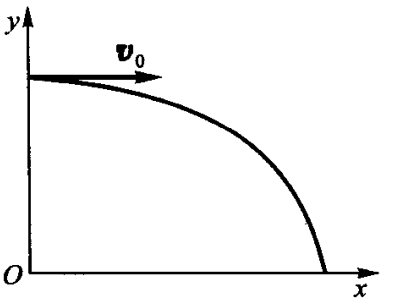
(2) 人以速度 20 m/s 沿 x 轴正向运动。

(3) 人以速度 10 m/s 沿 y 轴负向向下运动。

(4) 人以速度 10 m/s 沿直线 $y = -x$ 向右下方运动。



题 8 - 10 图



题 8 - 11 图

【8 - 12】 点的速度合成定理$\boldsymbol{v}_a = \boldsymbol{v}_e + \boldsymbol{v}_r$对牵连运动是平移或转动都成立，将其两端对时间求导，得：

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}_a}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}_e}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}_r}{\mathrm{d}t}$$

从而有

$$\boldsymbol{a}_a = \boldsymbol{a}_e + \boldsymbol{a}_r$$

因而此式对牵连运动是平移或转动都应该成立。试指出上面的推导错在哪里？

【8 - 13】 如下计算对吗？

$$a_a^t = \frac{\mathrm{d}v_a}{\mathrm{d}t},\quad a_a^n = \frac{v_a^2}{\rho_a}$$

$$a_e^t = \frac{\mathrm{d}v_e}{\mathrm{d}t},\quad a_e^n = \frac{v_e^2}{\rho_e}$$

$$a_r^t = \frac{\mathrm{d}v_r}{\mathrm{d}t},\quad a_r^n = \frac{v_r^2}{\rho_r}$$

式中：ρ_a，ρ_r分别是绝对轨迹、相对轨迹上某处的曲率半径；ρ_e为动参考系上与动点相重合的那一点的轨迹在重合位置的曲率半径。

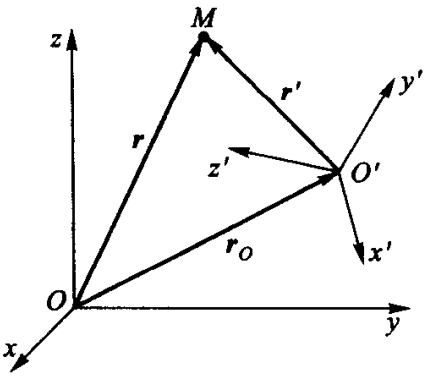
【8 - 14】 在研究点的合成运动问题时，是否必须选取相对地球有运动的点为动点？

【8 - 15】 按点的合成运动理论导出速度合成定理和加速度合成定理时，定参考系是固定不动的。如果定参考系本身也在运动(平移或转动)，对这类问题你该如何求解？

【8 - 16】 图中 $Oxyz$ 为定参考系，$O'x'y'z'$ 为动参考系，M 为动点，$\boldsymbol{r}$ 为动点在定参考系中的矢径。试分析：

(1) M 点的牵连速度$\boldsymbol{v}_e = \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$；$M$ 点的牵连加速度$\boldsymbol{a}_e = \dfrac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}$。

(2) M 点的绝对速度$\boldsymbol{v}_a = \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$；$M$ 点的绝对加速



题 8 - 16 图

度 $\boldsymbol{a}_a=\dfrac{d^2\boldsymbol{r}}{dt^2}$。

(1)与(2)对应式子中的$\dfrac{d\boldsymbol{r}}{dt}$,$\dfrac{d^2\boldsymbol{r}}{dt^2}$有何区别?

【8-17】 设动参考系以角速度 $\boldsymbol{\omega}_e$ 及角加速度 $\boldsymbol{\alpha}_e$ 绕定参考系的 Oz 轴转动,如图所示。

(1) 用 x',y',z'及动系单位矢 $\boldsymbol{i}'$,$\boldsymbol{j}'$,$\boldsymbol{k}'$来表达 $\boldsymbol{a}_r$。

(2) 用 $\boldsymbol{\omega}_e$ 及动点矢径 $\boldsymbol{r}$ 来表达 $\boldsymbol{v}_e$。

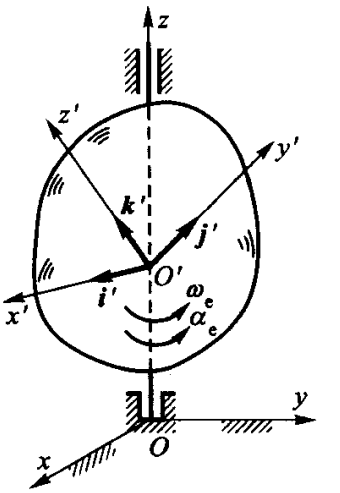
(3) 用 $\boldsymbol{\omega}_e$,$\boldsymbol{\alpha}_e$,$\boldsymbol{r}$,$\boldsymbol{v}_e$ 来表达 $\boldsymbol{a}_e$。

(4) 用动系坐标原点的矢径 $\boldsymbol{r}_{O'}$ 及 x',y',z',$\boldsymbol{i}'$,$\boldsymbol{j}'$,$\boldsymbol{k}'$来表达 $\boldsymbol{a}_e$。

(5) 给出$\dfrac{d\boldsymbol{v}_e}{dt}$与 $\boldsymbol{a}_e$ 之间的关系。

(6) 用 $\boldsymbol{\alpha}_e$,$\boldsymbol{\omega}_e$,$\boldsymbol{r}$,$\boldsymbol{v}_e$,$\boldsymbol{v}_r$ 来表达$\dfrac{d\boldsymbol{v}_e}{dt}$。

(7) 用 $\boldsymbol{r}_{O'}$,x',y',z'及 $\boldsymbol{i}'$,$\boldsymbol{j}'$,$\boldsymbol{k}'$来表达$\dfrac{d\boldsymbol{v}_e}{dt}$。



题 8-17 图

(8) 用 x',y',z'及 $\boldsymbol{i}'$,$\boldsymbol{j}'$,$\boldsymbol{k}'$来表达$\dfrac{d\boldsymbol{v}_r}{dt}$。

(9) 给出$\dfrac{d\boldsymbol{v}_r}{dt}$与 $\boldsymbol{a}_r$ 之间的关系。

(10) 用 $\boldsymbol{r}_{O'}$,x',y',z'及 $\boldsymbol{i}'$,$\boldsymbol{j}'$,$\boldsymbol{k}'$来表达 $\boldsymbol{a}_a$。

【8-18】 设 $\boldsymbol{\omega}_e=\omega_{ex}\boldsymbol{i}+\omega_{ey}\boldsymbol{j}+\omega_{ez}\boldsymbol{k}$,$\boldsymbol{v}_r=v_{rx}\boldsymbol{i}'+v_{ry}\boldsymbol{j}'+v_{rz}\boldsymbol{k}'$,

其中,$\boldsymbol{i}$,$\boldsymbol{j}$,$\boldsymbol{k}$ 及 $\boldsymbol{i}'$,$\boldsymbol{j}'$,$\boldsymbol{k}'$分别为静参考系及动参考系的单位矢量。

由 $\boldsymbol{a}_C=2\boldsymbol{\omega}_e\times\boldsymbol{v}_r$ 得:

$$\boldsymbol{a}_C=2\begin{vmatrix}\boldsymbol{i}&\boldsymbol{j}&\boldsymbol{k}\\ \omega_{ex}&\omega_{ey}&\omega_{ez}\\ v_{rx}&v_{ry}&v_{rz}\end{vmatrix}$$

上式是否正确? 为什么?

【8-19】 速度合成定理和加速度合成定理的投影方程在形式上与静力学中的平衡方程有何不同?

【8-20】 两个运动的质点,其运动方程分别为:

$$\boldsymbol{r}_1=x_1(t)\boldsymbol{i}+y_1(t)\boldsymbol{j}+z_1(t)\boldsymbol{k}$$

$$\boldsymbol{r}_2=x_2(t)\boldsymbol{i}+y_2(t)\boldsymbol{j}+z_2(t)\boldsymbol{k}$$

试分别给出第二个质点相对于第一个质点的速度和加速度的矢量表达式。

【8-21】 产生科氏加速度的原因是什么？下述分析对吗？

科氏加速度是由两个原因产生的：

第一，由于牵连运动是转动，因而改变了相对速度矢的方向。速度方向的改变必然有加速度。

第二，牵连运动是转动时，由于动点在运动，因而动系上与动点重合的点改变了，这使牵连速度矢的大小和方向都发生了改变。

上述两种原因产生的加速度之和即为科氏加速度。因此科氏加速度是由于相对运动与牵连运动相互影响而产生的。

【8-22】 试用动点在动系中的坐标 x'，y'，z' 及动系单位矢量 $\boldsymbol{i}'$，$\boldsymbol{j}'$，$\boldsymbol{k}'$ 以及他们对时间的导数来表达：

(1) 动点的绝对速度 $\boldsymbol{v}_a = \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$。

(2) 动点的牵连速度 $\boldsymbol{v}_e = \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$。

注：动系坐标原点的矢径用 $\boldsymbol{r}_O$ 表示。

【8-23】 当牵连运动为平移时，则牵连加速度等于牵连速度对时间的一阶导数，对否？

【8-24】 当牵连运动为平移时，则相对加速度等于相对速度对时间的一阶导数，对否？

【8-25】 科氏加速度的大小等于相对速度与牵连角速度之大小的乘积的两倍，对否？

【8-26】 在什么样的情况下，科氏加速度为零？

【8-27】 当牵连运动为定轴转动时，则一定有科氏加速度？

【8-28】 若将动坐标系取在作定轴转动的刚体上，则沿平行于转动轴的直线运动的动点，其加速度一定等于牵连加速度和相对加速度的矢量和？

【8-29】 刚体作定轴转动，动点相对于刚体作平行于转动轴的直线运动，若取刚体为动坐标系，则任一瞬时动点的牵连加速度都是相等的？

【8-30】 x'，y'，z' 为动点在动坐标系的坐标，$\boldsymbol{i}'$，$\boldsymbol{j}'$，$\boldsymbol{k}'$ 为动系单位矢量，$\boldsymbol{\omega}_e$ 为牵连角速度矢，$\boldsymbol{v}_r$ 为相对速度矢。试证：

$$\frac{\mathrm{d}x'}{\mathrm{d}t}\cdot\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{i}'}{\mathrm{d}t}+\frac{\mathrm{d}y'}{\mathrm{d}t}\cdot\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{j}'}{\mathrm{d}t}+\frac{\mathrm{d}z'}{\mathrm{d}t}\cdot\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{k}'}{\mathrm{d}t}=\boldsymbol{\omega}_e\times\boldsymbol{v}_r$$

【8-31】 在点的合成运动中，判断下述说法是否正确：

A. 若 $\boldsymbol{r}\neq 0$，$\boldsymbol{v}_e=0$，则必有 $\boldsymbol{a}_C=0$。

B. 若 $\boldsymbol{r}\neq 0$，$\boldsymbol{a}_e=0$，则必有 $\boldsymbol{a}_C=0$。

C. 若 $\boldsymbol{a}_e^n \neq 0$，则必有 $\boldsymbol{a}_C \neq 0$。

D. 若 $\boldsymbol{a}_e \neq 0, \boldsymbol{v}_r \neq 0$，则必有 $\boldsymbol{a} \neq 0$。

E. 若 $\boldsymbol{\omega}_e \neq 0, \boldsymbol{a}_r \neq 0$，则必有 $\boldsymbol{a} \neq 0$。

这里 $\boldsymbol{r}$ 为动点的绝对矢径，上面所指皆为某瞬时。

【8－32】 在点的合成运动中，当牵连角速度矢 $\boldsymbol{\omega}_e$ 与相对速度矢 $\boldsymbol{v}_r$ 皆不为零时，科氏加速度 $\boldsymbol{a}_C$ 是否可能为零？试举例说明。

【8－33】 利用点的速度合成定理 $\boldsymbol{v}_a = \boldsymbol{v}_e + \boldsymbol{v}_r$ 求解问题时，下述哪些问题有确定解？（　　）

A. 已知 $\boldsymbol{v}_e, \boldsymbol{v}_r$ 的大小，求 $\boldsymbol{v}_a$ 的大小

B. 已知 $\boldsymbol{v}_e$ 的大小、方向及 $\boldsymbol{v}_r$ 的大小，求 $\boldsymbol{v}_a$ 的方向

C. 已知 $\boldsymbol{v}_a$ 及 $\boldsymbol{v}_e$ 的方向和大小，求 $\boldsymbol{v}_r$ 的大小和方向

D. 已知 $\boldsymbol{v}_r$ 的大小、方向及 $\boldsymbol{v}_a$ 和 $\boldsymbol{v}_e$ 的方向，求 $\boldsymbol{v}_a$ 和 $\boldsymbol{v}_e$ 的大小

【8－34】 试引用点的合成运动的概念，证明在极坐标中点的加速度公式为：

$$\boldsymbol{a}_r = \ddot{r} - r\dot{\varphi}^2$$

$$\boldsymbol{a}_\varphi = \ddot{\varphi} r + 2\dot{\varphi}\dot{r}$$

其中 r 和 φ 是用极坐标表示的点的运动方程，$\boldsymbol{a}_r$ 和 $\boldsymbol{a}_\varphi$ 是点的加速度沿径向和其垂直方向的投影。

【8－35】 点在合成运动中，下述说法是否正确：

A. 当牵连运动为平移时，一定没有科氏加速度。

B. 当牵连运动为转动时，一定有科氏加速度。

C. 当相对运动是直线运动时，动点的相对运动只引起牵连速度大小的变化。当相对运动是曲线运动时，动点的相对运动可引起牵连速度大小和方向的变化。

D. 科氏加速度是由于牵连运动改变了相对速度的方向，相对运动又改变了牵连速度的大小和方向而产生的加速度。

【8－36】 在点的合成运动中，下述等式一定成立（式中各导数均为相对静系求导）的是（　　）。

A. $\boldsymbol{a}_e = \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}_e}{\mathrm{d}t}$　　B. $\boldsymbol{a}_r = \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}_r}{\mathrm{d}t}$　　C. $\boldsymbol{a}_e = \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}_e}{\mathrm{d}t}$

D. $\boldsymbol{a}_r = \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}_r}{\mathrm{d}t}$　　E. $\boldsymbol{a}_a = \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}_a}{\mathrm{d}t}$　　F. $\boldsymbol{a}_a = \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}_a}{\mathrm{d}t}$

【8－37】 当点的绝对运动轨迹、相对运动轨迹皆为曲线时，在下述三种情况中写出点的加速度合成定理的表达式：

(1) 牵连运动是直线平移。

(2) 牵连运动是曲线平移。

(3) 牵连运动为转动。

【8-38】 点的速度合成定理$\boldsymbol{v}_a = \boldsymbol{v}_e + \boldsymbol{v}_r$相当于两个代数方程，每个速度矢量相当于两个代数量(大小、方向)。加速度合成定理$\boldsymbol{a}_a = \boldsymbol{a}_e + \boldsymbol{a}_r + \boldsymbol{a}_C$也是如此吗？

【8-39】 为求图示凸轮机构中 AB 杆的加速度，选圆盘上与 A 点重合的点 A' 为动点，动系固结在 AB 上。这样选择好吗？为什么？

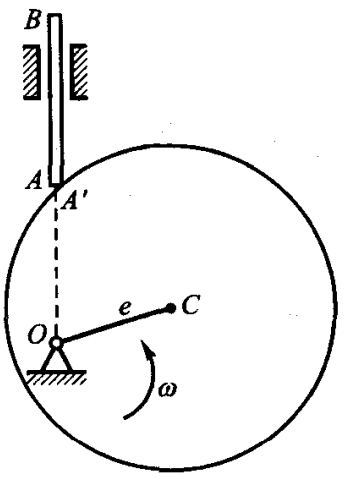
【8-40】 圆盘以匀角速度 ω 绕定轴 O 转动，动点 M 相对圆盘以匀速$\boldsymbol{v}_r$沿圆盘直径运动，如图所示。当动点 M 到达圆盘中心位置 O 时，如下给出的哪组科氏加速度 $\boldsymbol{a}_C$ 是正确的？(　　)

A. $a_C = 0$

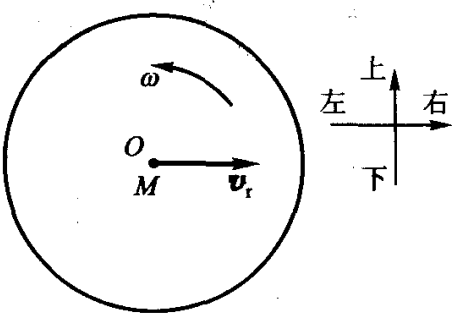
B. $a_C = 2\omega v_r$，方向垂直向上

C. $a_C = 2\omega v_r$，方向垂直向下

D. $a_C = \omega v_r$，方向沿直径向右



题 8-39 图



题 8-40 图

【8-41】 在上题图中，动点以常速 v_r 相对圆盘在圆盘直径上运动，圆盘以匀角速度 ω 绕定轴 O 转动。问下述说法是否正确：

A. 无论动点运动到圆盘上什么位置，其科氏加速度大小相等。

B. 当动点至盘心 O 的距离不同时，其科氏加速度大小也不相同。

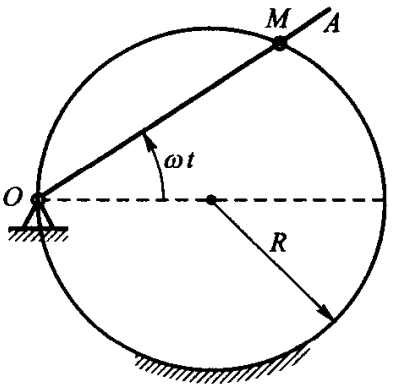
C. 动点在圆盘边缘时科氏加速度最大，而在盘心时最小。

【8-42】 图示机构，环 M 可沿圆周运动，也可沿杆 OA 滑动，杆 OA 的角速

度 ω 为常量。以 M 为动点，动系固结在 OA 上。下述计算方法是否正确？为什么？

$$v_e = 2R\omega\cos\ \omega t$$

$$a_e^t = \frac{dv_e}{dt} = -2R\omega^2\sin\ \omega t$$

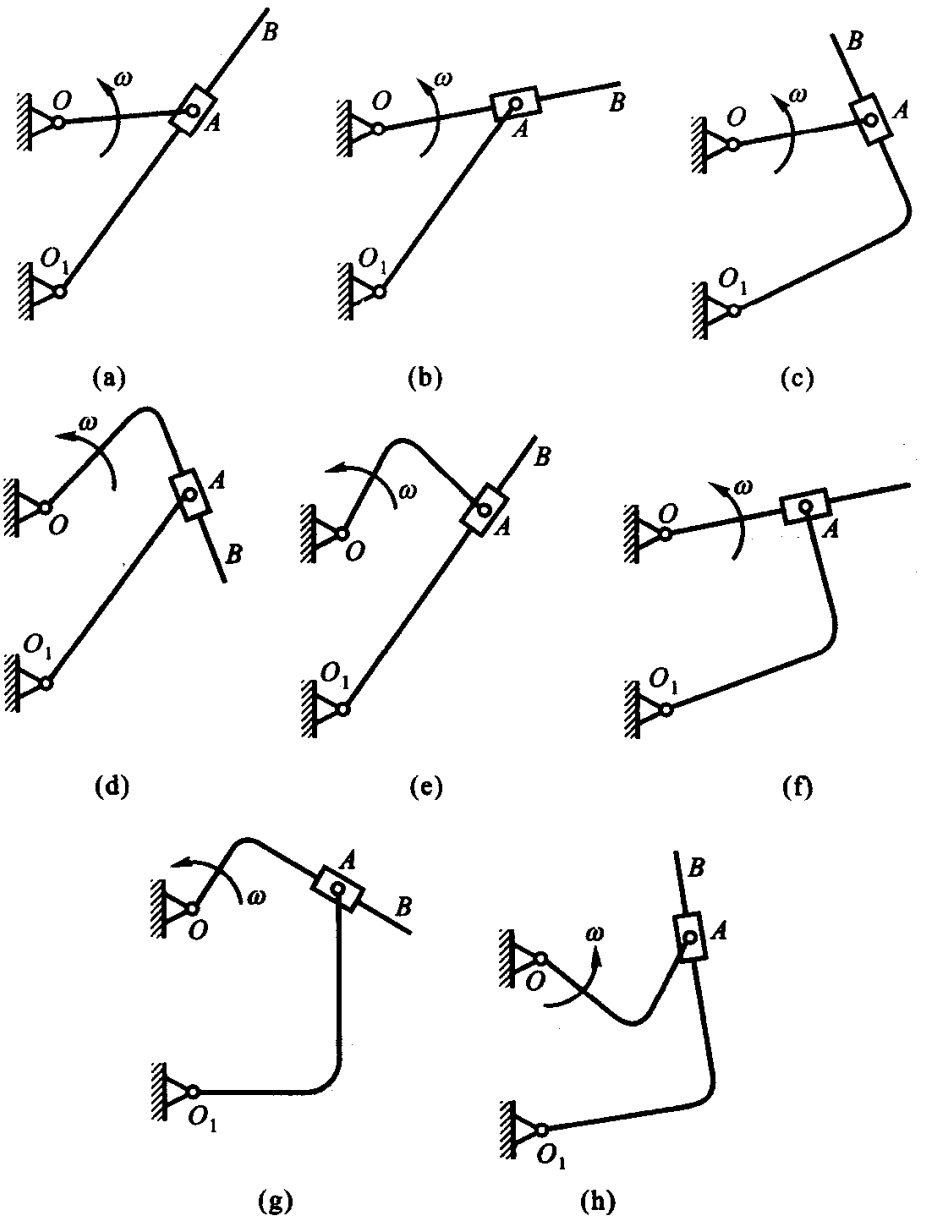


题 8－42 图

【8－43】 本题各图中角速度 ω 皆为常量。

(1) 指出各图中你所选择的动点、动系。

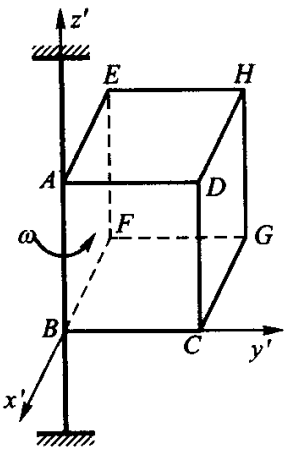
(2) 根据你所选择的动点、动系，画出速度矢量图及加速度矢量图。



题 8－43 图

【8-44】 图示为一边长为 a 的正方体，绕其一边 AB 以角速度 ω 转动。一动点自 D 点出发，设分别沿下列直线以匀速 v 相对于正方体运动：

(1) 沿 DA；(2)沿 DC；(3)沿 DH；(4)沿 DE；(5)沿 DG；(6)沿 DF。分别计算其科氏加速度的大小并标明方向。



题 8-44 图

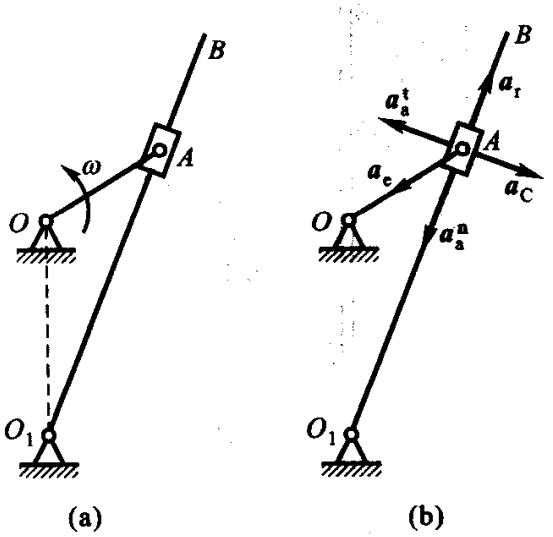
【8-45】 在题【8-1】所示各图中，在哪些图中所选取的动点有科氏加速度(先指出你所选择的动点和动系)？试将各点的科氏加速度 $\boldsymbol{a}_C$ 的方向在图上标出。

【8-46】 在图(a)中为什么不宜以 O_1B 上的 A 点为动点和曲柄 OA 为动参考体？如果这样选择动点和动参考系，加速度分析如图(b)所示对不对？错在哪里？

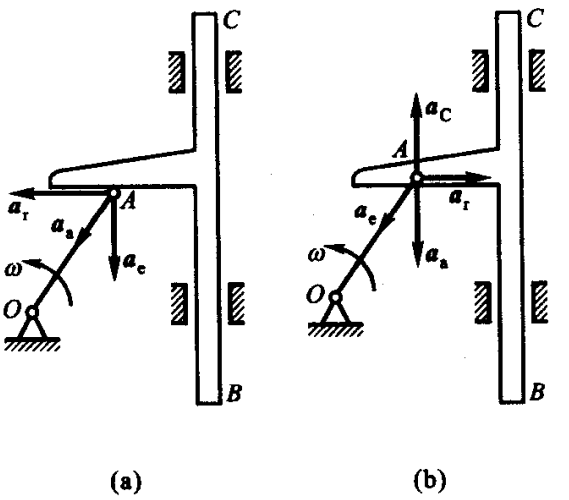
【8-47】 图中曲柄以匀角速度转动，(a)、(b)两图中哪一种分析对？

(1) 以 OA 上的点 A 为动点，以 BC 为动参考体，见图(a)。

(2) 以 BC 上的点 A 为动点，以 OA 为动参考体，见图(b)。



题 8-46 图

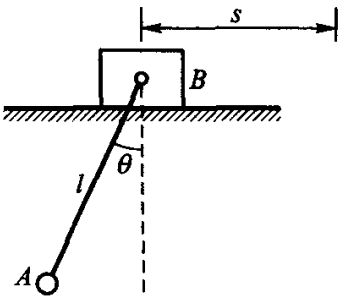


题 8-47 图

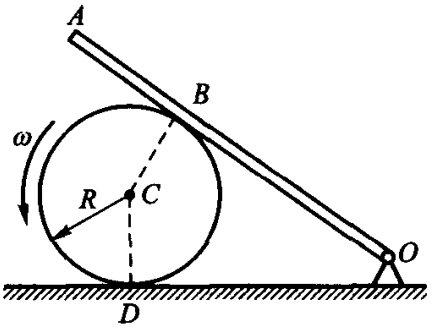
【8-48】 如果考虑地球自转，则在地球上的任何地方运动的物体(视为质点)，都有科氏加速度？

【8-49】 系统按 $s = a + b\sin \omega t$，且 $\theta = \omega t$(式中 a，b，ω 均为常量)的规律运动，杆长 l，若取小球 A 为动点，物体 B 为动参考体，则牵连加速度 a_e = (　　)，相对加速度 a_r = (　　)，科氏加速度 a_C = (　　)(方向均须由图表示)。

【8-50】 半径为 R 的圆轮以匀角速度 ω 沿水平轨道作纯滚动，OA 杆作定轴转动，若取轮心 C 为动点，以 OA 杆为动参考体，试在轮心 C 上画出绝对速度、相对速度和牵连速度的方向。



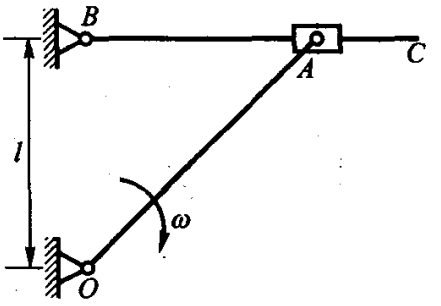
题 8－49 图



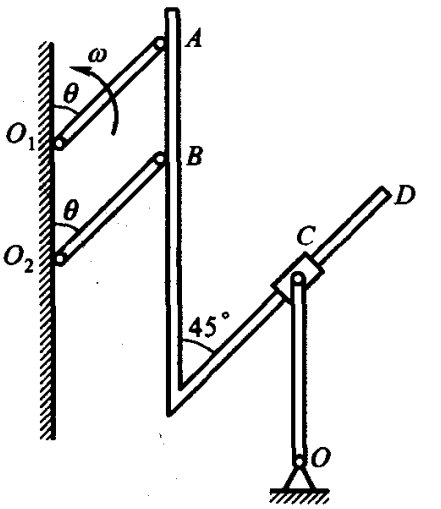
题 8－50 图

【8－51】 已知杆 OA 长$\sqrt{2}l$，以匀角速度 ω 绕 O 转动，若以 OA 杆上的 A 点为动点，CB 为动参考体，则当 CB 杆处于水平位置时，点 A 的相对速度 v_r =（　　）；牵连速度 v_e =（　　）；科氏加速度 a_C =（　　）。方向用图表示。

【8－52】 弯成 45°的曲杆 ABD，由连杆 O_1A，O_2B 驱动，在图平面内运动。$O_1A = O_2B = r$，$OC = 1.5r$。若 O_1A 以角速度 ω 转动，则图示瞬时（$\theta = 45°$，$OC \parallel AB$），杆 OC 的角速度的大小为（　　），转向为（　　）。



题 8－51 图

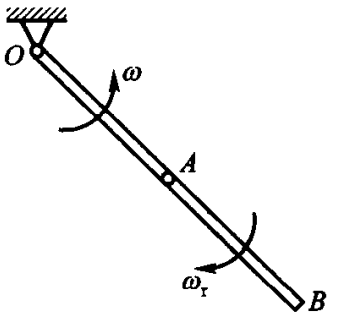


题 8－52 图

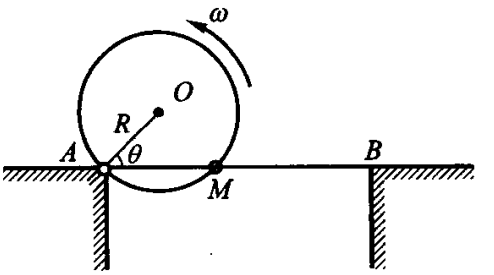
【8－53】 两根各长为 l 的直杆用铰 A 相连，在图平面内运动。已知杆 OA 以匀角速度 ω 绕 O 轴转动，而 AB 杆相对 OA 杆以匀角速度 ω_r 绕 A 轴转动。若以 B 为动点，OA 杆为动参考体，则当二杆成一直线时，动点的相对速度大小为（　　），方向为（　　）；牵连速度的大小为（　　），方向为（　　）；科氏加速度的大小为（　　），方向为（　　）。

【8－54】 系统中杆 AB 固定，半径为 R 的大圆环在图示平面内以匀角速度 ω 绕 A 点转动，并带动套在其上的小环 M 沿水平直杆 AB 滑动。若以小圆环 M 为动点，大圆环为动参考体，则当 $\theta = 30°$ 时，动点 M 的相对速度的大小为（　　），牵连加速度的大小为（　　），科氏加速度的大小为（　　）。（方向均应

在图中画出。）



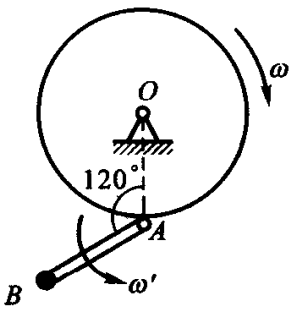
题 8－53 图



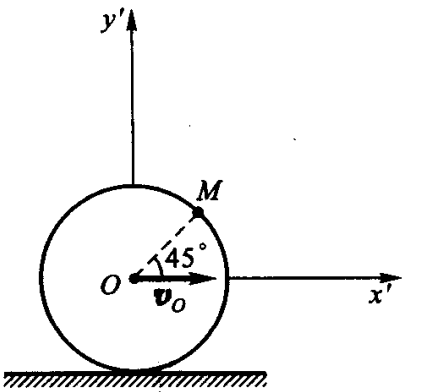
题 8－54 图

【8－55】 圆轮以匀角速度 ω 转动，而摆 AB 以相对于圆轮的匀角速度 ω' 绕 A 旋转，若 $AB = AO = R$，并选 B 为动点，则图示瞬时动点的相对速度为（　　），牵连加速度为（　　），科氏加速度为（　　）。（方向应在图中表示）

【8－56】 圆轮半径为 R，轮心速度为 v_O，若选择随轮心作平移的动坐标系 $x'Oy'$，则图示瞬时轮缘上 M 点的牵连速度为（　　），相对速度为（　　）。（方向在图上表示。）



题 8－55 图

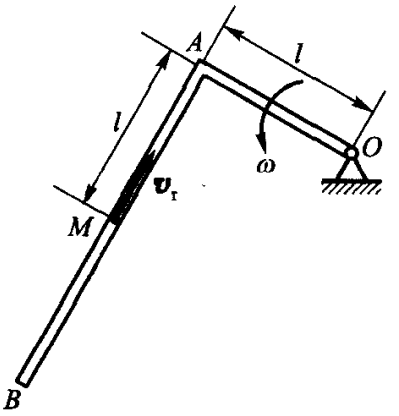


题 8－56 图

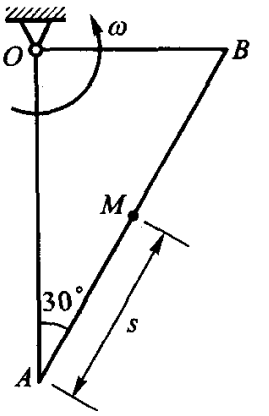
【8－57】 直角弯管 OAB 在平面内以匀角速度 ω 绕 O 点转动，动点 M 以相对速度 v_r 沿弯管运动，则图示瞬时动点的牵连加速度 $a_e =$（　　），科氏加速度 $a_C =$（　　）。（方向表示在图上。）

【8－58】 直角三角形板 ABO，$AB = b$，以匀角速度 ω 绕 O 转动，点 M 以 $s = bt$ 自 A 沿 AB 边向 B 运动，当 $t = 1$ s 时，M 点的相对加速度 $a_r =$（　　），牵连加速度 $a_e =$（　　），科氏加速度 $a_C =$（　　）。（方向均须由图表示。）

【8－59】 半圆板以匀角速 ω 绕 z 轴转动，动点沿半圆板周边以匀速率 v 运动，将动系固结在板上，则当动点处于 A，B，C 三点的位置时，科氏加速度的大小分别为（　　）。（标明方向。）

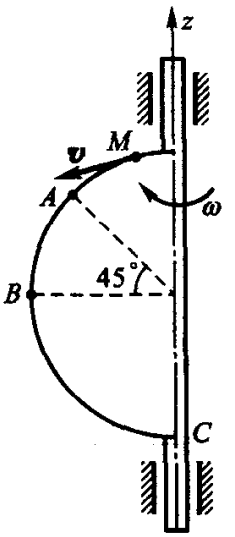


题 8－57 图

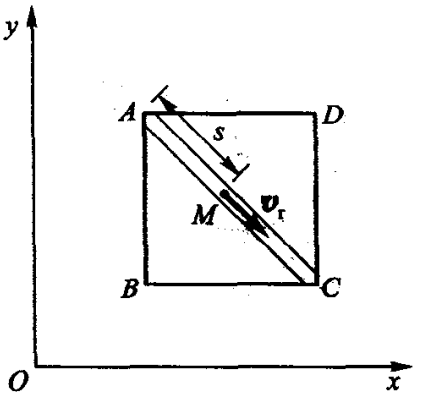


题 8－58 图

【8－60】 正方形板 $ABCD$ 作平移，A 点的运动方程为 $x_A = 6\cos(2t)$，$y_A = 4\sin(2t)$，点 M 沿 AC 以 $s = 3t^2$ 的规律运动，(其中 x_A，y_A 和 s 皆以 m 计，t 以 s 计)当 $t = \frac{\pi}{2}$ s 时，M 点对板的相对加速度大小为(　　)，牵连加速度大小为(　　)。(方向均须用图表示。)



题 8－59 图

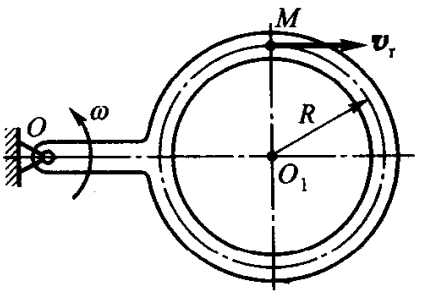


题 8－60 图

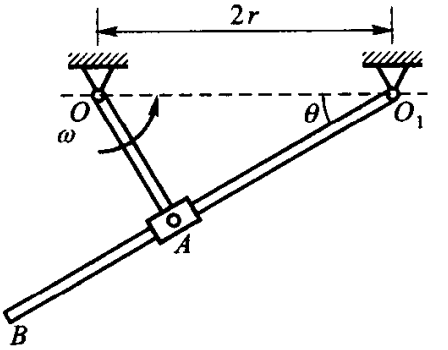
【8－61】 圆盘以匀角速度 ω 绕 O 轴转动，圆盘上有一半径为 R 的圆槽，小球 M 相对于圆盘以匀速率 $v_r = R\omega$ 沿圆槽逆时针运动，$OO_1 = 2R$，设以小球为动点，动系固结于圆盘，则在图示位置时，小球 M 的相对加速度的大小为(　　)，牵连加速度的大小为(　　)，科氏加速度的大小为(　　)。(方向均需用图表示。)

【8－62】 曲柄摇杆机构中，曲柄 OA 以匀角速度 ω 转动，$OA = r$。在图示瞬时，$OA \perp O_1B$。若以套筒 A 为动点，O_1B 杆为动参考体，则动点的牵连速度的大小为(　　)，方向(　　)；牵连加速度(　　)，方向(　　)；相对速度的大小为

(　　),方向(　　)。



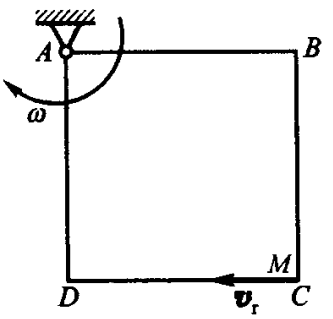
题 8-61 图



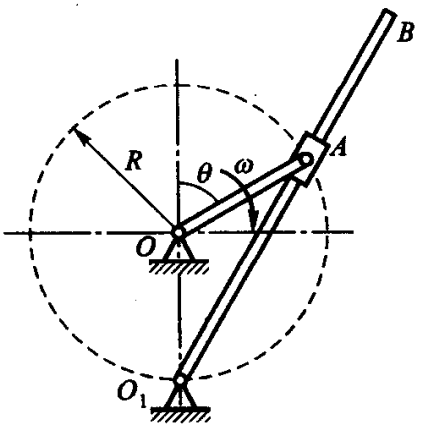
题 8-62 图

【8-63】 边长为 b 的正方形平板以匀角速度 ω 转动,点 M 沿平板边缘匀速运动。若以 M 为动点,板为动参考体,则该瞬时(点 M 正好位于 C 处),相对加速度的大小为(　　);牵连加速度的大小为(　　);科氏加速度的大小为(　　)。(在图上分别画出它们的方向。)

【8-64】 在平面机构中,杆 OA 长 R,以匀角速度 ω 转动。若以滑块 A 为动点,杆 BO_1 为动参考体,则当 $\theta = 90°$ 时,科氏加速度的大小为(　　)。(方向在图中表示。)



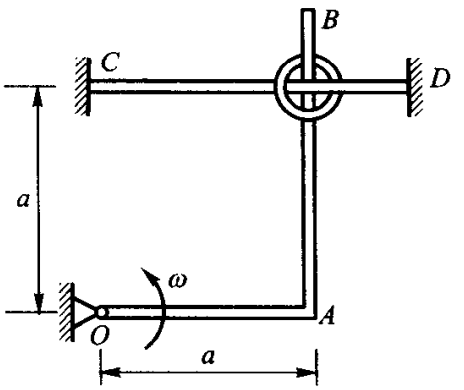
题 8-63 图



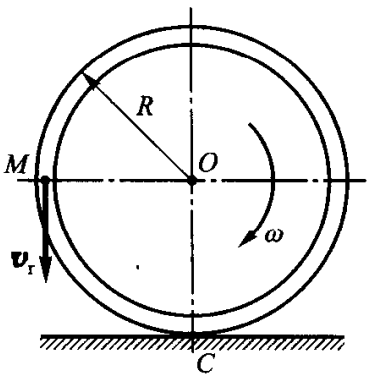
题 8-64 图

【8-65】 直角杆 OAB 以角速度 ω 绕 O 转动,并带动套在其上的小环 M 沿固定水平直杆 CD 滑动,已知 $OC = OA = a$,图示位置 $OA \perp OC$,则该瞬时小环的绝对速度大小为(　　),科氏加速度大小为(　　)。(方向在图中表示。)

【8-66】 小球 M 沿半径为 R 的圆环以匀速 v_r 运动。圆环沿直线以匀角速度 ω 顺时针方向作纯滚动。取圆环为动参考体,则小球运动到图示位置瞬时,牵连速度的大小为(　　),牵连加速度的大小为(　　),科氏加速度的大小为(　　)。(各矢量的方向应在图中标出。)



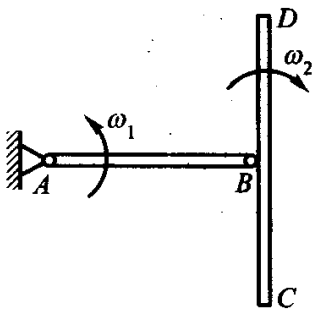
题 8 - 65 图



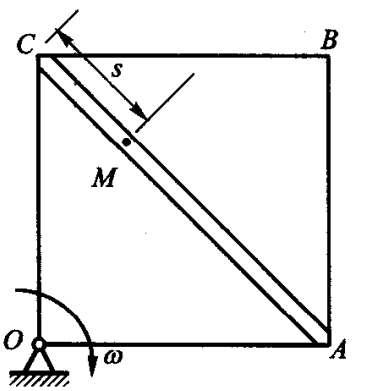
题 8 - 66 图

【8 - 67】 在平面机构中，杆 $AB = 2l$，以匀角速度 ω_1 绕 A 轴转动，而 CD 以匀角速度 ω_2 绕 B 轴转动，$BD = BC = 1.5l$，图示瞬时 $AB \perp CD$。若取 AB 为动参考体，则此时 D 点的牵连速度的大小为(　　)，牵连加速度的大小为(　　)，科氏加速度的大小为(　　)。(方向均须在图中画出。)

【8 - 68】 刻有直槽 CA 的正方形板 $OABC$ 绕 O 轴转动，M 点以 $s = CM = 50t^2$ (s 以 mm 计)的规律在槽内运动，若 $\omega = \sqrt{2}t$ (ω 以 rad/s 计)，则当 $t = 1$ s 时，点 M 的科氏加速度为(　　)。(方向应在图中画出。)



题 8 - 67 图

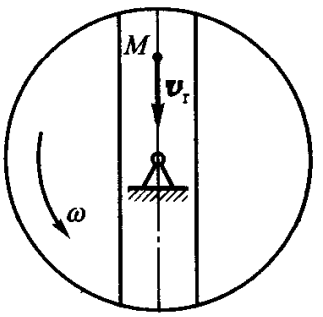


题 8 - 68 图

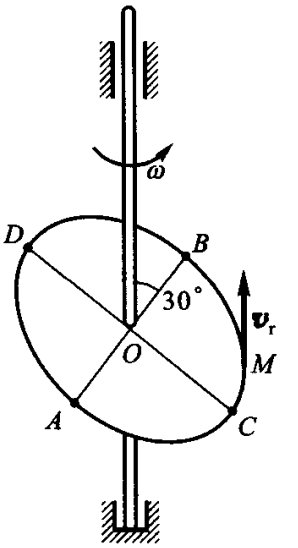
【8 - 69】 图示圆盘以角速度 ω 转动，一动点 M 在盘上沿直径以匀速 v_r 运动，当 M 点到达轮心位置时，$a_C =$ (　　)。(方向应在图中画出。)

【8 - 70】 与铅直轴成 30°角一圆盘平面，半径为 R，以匀角速度 ω 转动。一动点 M，以相对于盘的速度 v_r 沿圆盘边缘运动。则 M 点经过水平直径 AB 的端点 A 时的科氏加速度为(　　)；M 点经过与水平直径 AB 相垂直的斜直径 CD 的端点 D 时的牵连速度大小为(　　)，牵连加速度大小为(　　)，科氏加速度大

小为(　　)。(方向在图上表示。)



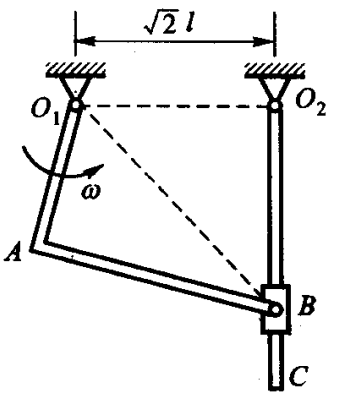
题 8-69 图



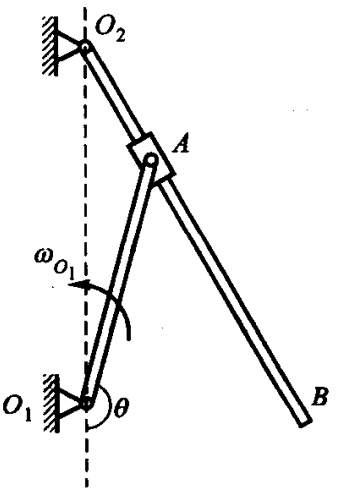
题 8-70 图

【8-71】 直角曲杆 O_1AB 以匀角速度 ω 绕 O_1 轴转动，$O_1A=l$，$AB=\sqrt{3}l$，在图示位置时，$CO_2\perp O_1O_2$，则摇杆 O_2C 的角速度为(　　)；滑块 B 的科氏加速度为(　　)。(方向在图中表示。)

【8-72】 在图示平面机构中，$O_1A<O_2O_1$，杆 O_1A 以匀角速 ω_{O1} 转动。若取滑块 A 为动点，杆 O_2B 为动参考体，则当 $\theta=$(　　)时，科氏加速度恰好为零？为什么？



题 8-71 图

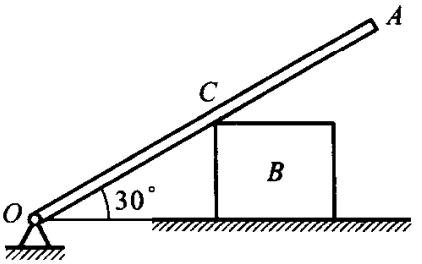


题 8-72 图

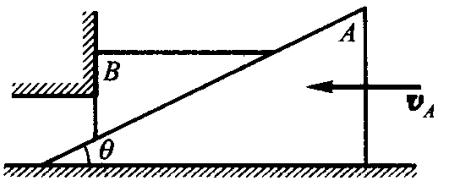
【8-73】 已知物块 B 以匀速度 v 向左运动，图示瞬时物块 B 与杆中点 C 相接触，则该瞬时杆端 A 点的速度大小为(　　)。(方向在图中表示。)

【8-74】 三角形楔块 B 置于楔块 A 的斜面上，若 A 块以 $v_A=2$ m/s 的速度

向左运动，$\theta = 30°$，则 B 块的速度 $v_B =$（　　），B 块相对 A 块的速度 $v_r =$（　　）。



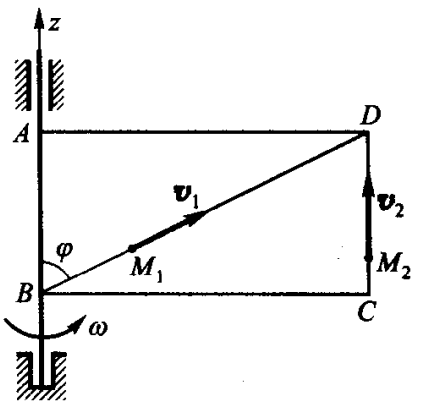
题 8－73 图



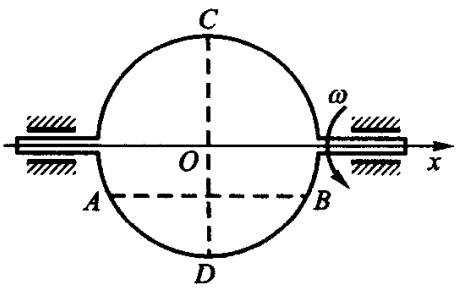
题 8－74 图

【8－75】 长方形板 $ABCD$ 以匀角速度 ω 绕 z 轴转动，M_1 点沿对角线 BD 以匀速 $\boldsymbol{v}_1$ 相对于板运动，M_2 点沿边 CD 以匀速 $\boldsymbol{v}_2$ 相对于板运动，若取动系与板固连，则 M_1 和 M_2 点的科氏加速度 $\boldsymbol{a}_{1C}$ 和 $\boldsymbol{a}_{2C}$ 的大小分别为（　　）。（方向在图中表示。）

【8－76】 一动点在圆盘上运动，同时圆盘又绕直径轴 x 以角速度 ω 转动，若 $AB \parallel Ox$，$CD \perp Ox$，则当动点沿（　　）运动时，可使科氏加速度恒等于零。



题 8－75 图



题 8－76 图

【8－77】 曲柄 O_1A 以 ω_{O_1} 绕轴 O_1 转动，并带动直角曲杆 O_2B 在图平面内运动。若取套筒 A 为动点，杆 O_2B 为动参考体，则在图示瞬时套筒相对速度的大小为（　　），牵连速度的大小为（　　）。（方向在图中表示。）

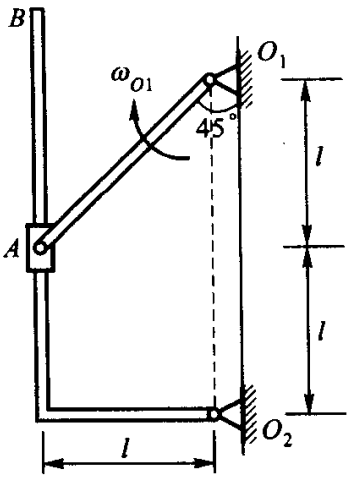
【8－78】 长 l 的直杆 OA，以角速度 ω 绕 O 轴转动，杆的 A 端铰接一个半径为 r 的圆盘，圆盘相对于直杆以角速度 ω_r 绕 A 轴转动。今以圆盘边缘上的一点 M 为动点，OA 为动参考体，当 AM 垂直 OA 时，M 点的牵连速度为（　　）。

A．$v_e = l\omega$，方向沿 AM。

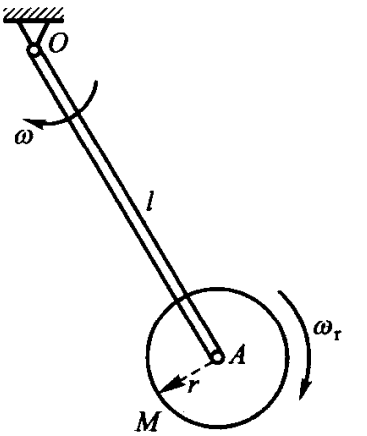
B．$v_e = r\omega$，方向垂直 AM，指向左下方。

C. $v_e = (l^2 + r^2)^{1/2}\omega$，方向垂直 OM，指向左下方。

D. $v_e = l(\omega - \omega_r)$，方向沿 AM。



题 8-77 图



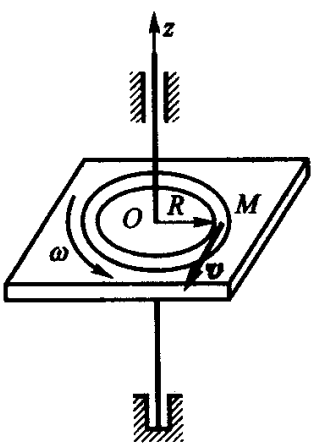
题 8-78 图

【8-79】 正方形板以等角速度 ω 绕 Oz 轴转动，其上一动点 M 以匀速 v 沿板内半径为 R 的圆槽运动。则 M 的绝对加速度大小为(　　)。

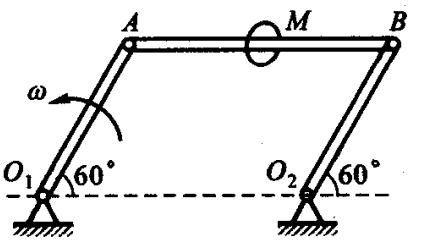
A. $R\omega^2 - 2\omega v$　B. $R\omega^2 + \dfrac{v^2}{R}$　C. $R\omega^2 - 2\omega v + \dfrac{v^2}{R}$　D. $R\left(\omega + \dfrac{v}{R}\right)^2$

【8-80】 平行四边形机构，在图示瞬时，杆 O_1A 以匀角速度 ω 转动。小环 M 沿 AB 杆滑动，若取小环 M 为动点，AB 为动参考体，则该瞬时动点的牵连加速度与杆 AB 间的夹角为(　　)。

A. 0°　B. 30°　C. 60°　D. 90°



题 8-79 图



题 8-80 图

【8-81】 圆盘以匀角速度 ω 绕 O 轴转动，小球 M 相对于圆盘以匀速 v 在直槽内运动。若以圆盘为动参考体，则当 M 运动到 A，B，C 各位置时，动点 M

的牵连加速度的大小(　　),科氏加速度的大小(　　)。(方向在图中表示。)

A. 相等

B. 不相等

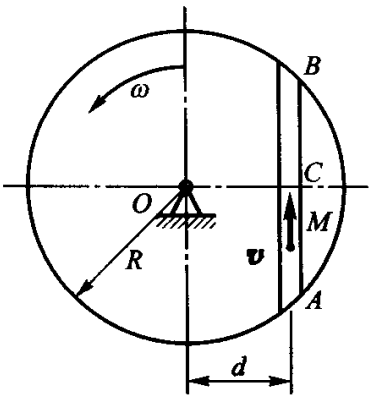
C. 处于 A,B 位置时相等

【8-82】 一平面机构,在图示位置,OA 杆的角速度为 ω,若取套管 B 为动点,动系固结于摇杆 OA 上,则该瞬时动点的科氏加速度 $\boldsymbol{a}_C$ 的大小与方向是(　　)。

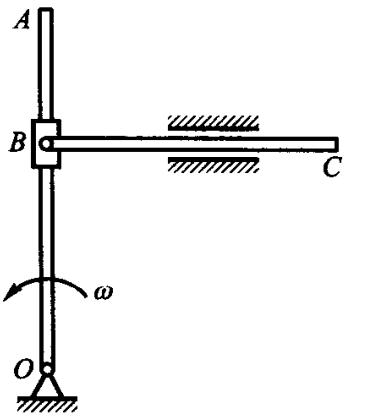
A. $a_C = 2\omega v_r$,方向水平向左

B. $a_C = 2\omega v_r$,方向水平向右

C. $a_C = 0$



题 8-81 图



题 8-82 图

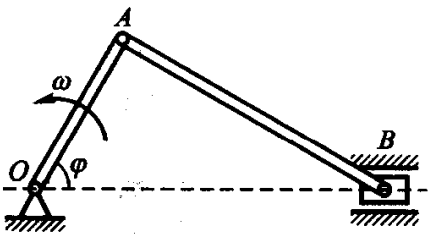
【8-83】 一曲柄连杆机构,在图示位置时($\varphi = 60°$,$OA \perp AB$),曲柄 OA 的角速度为 ω,若取滑块 B 为动点,动参考体与 OA 固连在一起,设 OA 长 r。则在该瞬时动点牵连速度的大小为(　　)。(方向在图中表示。)

A. $r\omega$。

B. $2r\omega$。

C. $\sqrt{3}r\omega$。

D. 0。



题 8-83 图

【8-84】 在发射人造地球卫星时,为什么卫星轨道平面与赤道平面间的夹角越小,则卫星相对于地面的发射速度也可以相应地减小?

【8-85】 半径为 R 的圆轮以匀角速度 ω 转动,动点 M 沿轮缘以相对速度 $v_r = R\omega = C$ 运动,如图所示。

(1) 当相对速度与轮的转向同向时[如图(a)所示],动点 M 的加速度为(　　)。

A. $a_M = 0$

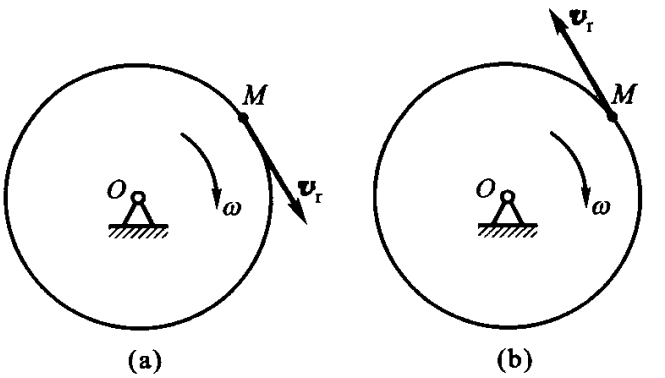
B. $a_M = 2R\omega^2$

C. $a_M = 4R\omega^2$

(2) 当相对速度与轮的转向相反时[如图(b)所示],动点 M 的加速度为(　　)。

A. $a_M = 0$　B. $a_M = 2R\omega^2$

C. $a_M = 4R\omega^2$



(a)　(b)

题 8-85 图

【8-86】 在上题图(b)中,M 点的相对速度与转向相反,又由于 $v_r = R\omega$,因此点 M 实际上是处于静止状态。试问:点 M 这样的相对于静参考系处于静止状态的点,是否会有科氏加速度?为什么?

【8-87】 在点的合成运动中,下述说法正确的是(　　)。

A. 若 v_r 为常量,则必有 $a_r = 0$

B. 若 ω_e 为常量,则必有 $a_e = 0$

C. 若 $\boldsymbol{v}_r // \boldsymbol{\omega}_e$,则必有 $\boldsymbol{a}_C = \boldsymbol{0}$

【8-88】 求解加速度时,为避免出现科氏加速度,在下列各图中均选用固结于平移刚体上的平移坐标系。

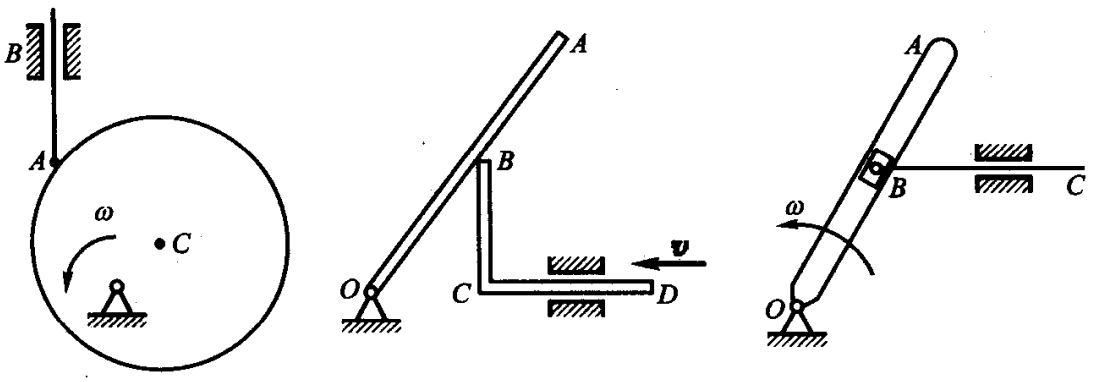
图(a)中,动系固结于 AB 上,以圆盘上与 A 接触的点 A' 为动点。

图(b)中,动系固结于 BCD 上,以 OA 杆上与 B 点接触的点 B' 为动点。

图(c)中,动系固结于 BC 上,以 OA 上与滑块 B 重合的点 B' 为动点。

(1) 这样选择好吗?

(2) 试画出相对加速度的方向。



(a)　(b)　(c)

题 8-88 图

【8-89】 在点的合成运动中,下述说法正确的是(　　)。

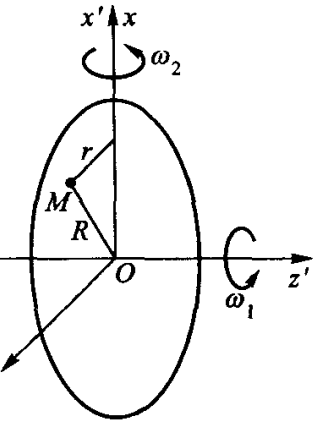
A. $\boldsymbol{a}_C$ 与 $\boldsymbol{v}_e$ 必共面,且 $\boldsymbol{a}_C \perp \boldsymbol{v}_e$　B. $\boldsymbol{a}_C$ 必与 $\boldsymbol{a}_r^t$ 垂直

C. $\boldsymbol{a}_C$ 必与 $\boldsymbol{a}_r^n$ 垂直　D. $\boldsymbol{a}_e$ 必垂直于 $\boldsymbol{\omega}_e$

【8-90】 图示转子绕其垂直对称轴 Oz' 匀速转动，角速度为 ω_1，而 Oz' 轴又以匀角速度 ω_2 绕 Ox 轴转动。转子上一点 M 到 O 点距离为 R，图示瞬时 M 点到 Ox 轴距离为 r。

(1) 给出 M 点的相对加速度，牵连加速度及科氏加速度。

(2) 若 M 点是动点，并且 M 点以相对速度 v_r 及相对加速度 a_r 在圆盘上沿半径 R 向 O 点运动。这时你将用什么方法求 M 点的绝对速度，绝对加速度？



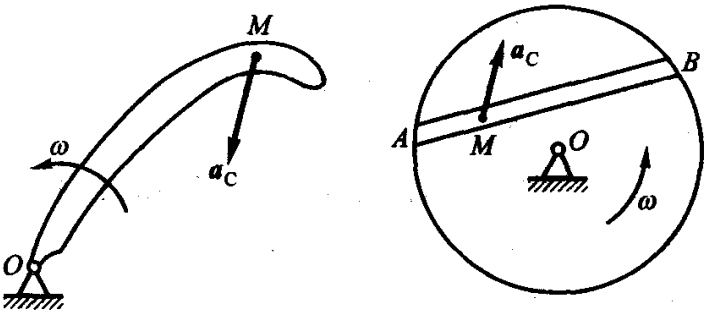
题 8-90 图

【8-91】 物体在地球表面运动时，由于地球自转而产生的科氏加速度，在北半球与南半球情况有何不同？

【8-92】 下述各图中画出的科氏加速度 a_C 的方向是否可能？

图(a)中，曲杆以角速度 ω 在图面内绕 O 轴转动，动点 M 可沿曲杆运动。

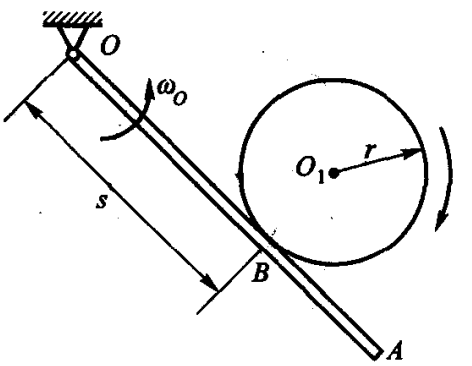
图(b)中，圆盘绕 O 轴转动，盘上有一直槽，动点 M 沿直槽运动。



(a) (b)

题 8-92 图

【8-93】 图示 OA 杆以匀角速度 ω_O 绕 O 轴转动，半径为 r 的小轮 O_1 沿 OA 杆作无滑动的滚动，轮心 O_1 相对 OA 杆的速度为 $\dot{s}$。若选 O_1 为动点，将动系固结于 OA 杆上，地面为静系，试确定下述给出的牵连速度和牵连加速度的大小和方向哪个正确？(　　)。



题 8-93 图

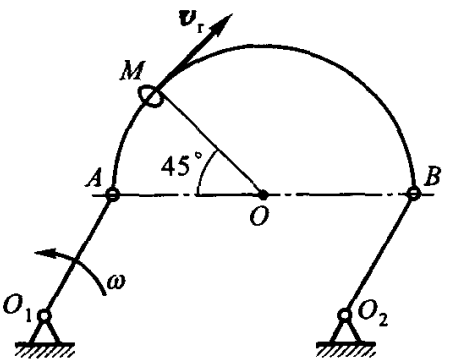
A. $v_e = s\omega_O$(垂直于 OB，沿 ω_O 转向)，$a_e = s\omega_O^2$(由 B 指向 C)

B. $v_e = (s+r)\omega_O$(垂直于 OB，沿 ω_O 转向)，$a_e = (s+r)\omega_O^2$(由 O_1 指向 O)

C. $v_e = \sqrt{s^2+r^2}\,\omega_O$(垂直于 OO_1，沿 ω_O 转向)，$a_e = \sqrt{s^2+r^2}\,\omega_O^2$(由 O_1 指向 O)

D. $v_e = \sqrt{s^2 + r^2}\,\omega_O$（垂直于 OB，沿 ω_O 转向），$a_e = \sqrt{s^2 + r^2}\,\omega_O^2$（由 B 指向 O）

【8－94】 图示四连杆机构，各杆处于同一平面内。图中 $\overset{\frown}{AB}$ 为一半圆环，O_1O_2BA 为平行四边形。小环 M 以相对速度 v_r = 常数沿 $\overset{\frown}{AB}$ 运动，O_1A 杆以角速度 ω 绕 O_1 轴（O_1 轴垂直于纸面）逆时针旋转，如图。取小环 M 为动点，动系固结在 $\overset{\frown}{AB}$ 上。在图示位置，下述给出的科氏加速度哪个正确？（　　）



题 8－94 图

A. $\boldsymbol{a}_C \perp \boldsymbol{v}_r$，且背离 O 点

B. $\boldsymbol{a}_C \perp \boldsymbol{v}_r$，且指向 O 点

C. $\boldsymbol{a}_C \perp \boldsymbol{v}_r$，并垂直于机构所在平面，指向进入该平面（纸面）

D. $\boldsymbol{a}_C = \boldsymbol{0}$

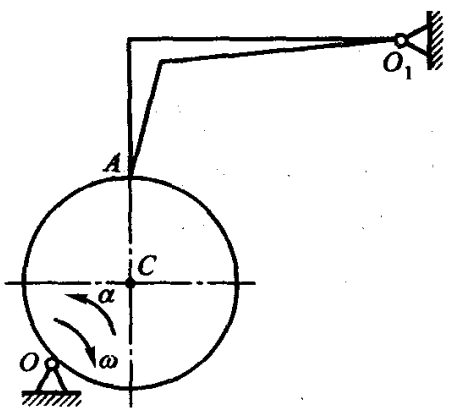
【8－95】 图示凸轮摆杆机构中，凸轮为圆形，圆心在 C 点。凸轮绕 O 轴转动，角速度为 ω，角加速度为 α，方向如图所示。摆杆 O_1A 为直角形弯杆，可绕 O_1 转动。取杆上 A 点为动点，动系固结在凸轮上。

（1）画出 A 点的速度合成平行四边形。

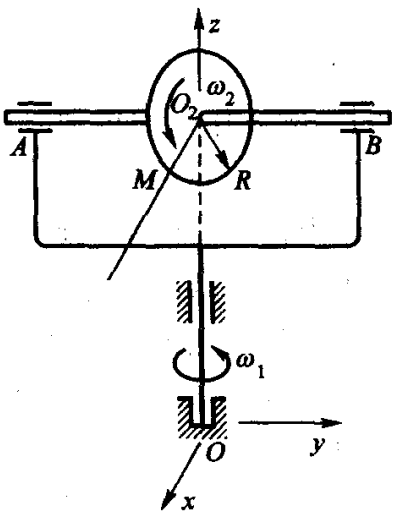
（2）在图上画 A 点复合运动的各项加速度分量。凡方向已知的分量，应画出其指向。

【8－96】 机构如图所示。已知 R，ω_1 = 常数，ω_2 = 常数。动点为轮上的 M 点，此瞬时 $O_2M \parallel Ox$ 轴，动系固连于 OAB，则 M 点的科氏加速度为（　　）。

A. $a_C = 2R\omega_1^2$　B. $a_C = 2R\omega_2^2$　C. $a_C = 2R\omega_1\omega_2$　D. $a_C = 0$



题 8－95 图



题 8－96 图

第九章　刚体的平面运动

【9-1】　刚体作平面运动时，绕基点转动的角速度和角加速度与基点的选取无关，对否？

【9-2】　在作平面运动的刚体上，若选择不同的点作为基点时，则刚体绕不同基点转动的角速度，角加速度是不同的，对否？

【9-3】　刚体的平移和定轴转动均是刚体平面运动的特例，对否？

【9-4】　刚体的平面运动与刚体的平移其相似之处是刚体上各点的运动轨迹都在同一平面内？

【9-5】　刚体作平面运动时，平面图形内两点的速度在任意轴上的投影相等，对否？为什么？

【9-6】　刚体作平面运动，用基点法可将运动分解为两部分，即随基点的平移与绕基点的转动，其中转动角速度是刚体绕基点的相对角速度，也等于刚体的绝对角速度，为什么？

【9-7】　刚体作平面运动，已知某瞬时平面图形上一点 O 的加速度为 $\boldsymbol{a}_O$，角加速度为 α，而角速度 $\omega=0$，则过 O 并垂直于 $\boldsymbol{a}_O$ 的直线 mn 上各点的加速度方向一定垂直于 mn 直线，对否？为什么？

【9-8】　刚体作平面运动时，若改变基点，则(　　)。

A. 刚体内任一点的牵连速度、相对速度、绝对速度都会改变

B. 刚体内任一点的牵连速度、相对速度都会改变，而绝对速度不会改变

C. 刚体内任一点的牵连速度会改变，而相对速度、绝对速度不会改变

D. 刚体内任一点的牵连速度、相对速度和绝对速度都不会改变

【9-9】　刚体运动时，若刚体内任一条直线均保持与其初始位置平行，则此刚体作平面运动，对否？

【9-10】　刚体的平面运动有何特点？平面运动与平移有何区别？

【9-11】　下列各种运动是平面运动的有(　　)。

A. 在水平曲线轨道上运行的列车

B. 在水平曲线轨道上运行的列车的车轮

C. 黑板擦在黑板上的运动(擦黑板)

D. 房间的门在开、合过程中

E. 在空中飞行的飞碟(设飞碟的轴线始终与地面垂直,而地面是水平的)

【9-12】 刚体运动时,问下述哪些情况一定是平面运动?(　　)

A. 刚体在运动时,其上所有直线都与自身初始位置保持平行

B. 刚体运动时,其上所有直线与某一固定直线间的距离保持不变

C. 刚体上有三点到某固定平面的距离保持不变

D. 刚体上有两点固定不动

E. 刚体上某直线及线外一点到某固定平面的距离保持不变

F. 刚体上各点到某平板距离保持不变,而该平板在运动,平板上各点到某固定平面的距离保持不变

【9-13】 判断下述说法是否正确:

A. 刚体的平移是平面运动的特殊情况。

B. 刚体的平面运动是平移的特殊情况。

C. 刚体的定轴转动是平面运动的特殊情况。

D. 平移的刚体,其运动一定不是平面运动。

E. 平移的刚体,只要其上有一点到某固定平面的距离保持不变,这刚体的运动一定是平面运动。

F. 作平面运动的刚体,只要其上有一条直线始终与自身初始位置保持平行,这刚体的运动一定是平移。

【9-14】 分析构件的平面运动时,为什么说基点的速度就是动点的牵连速度?

【9-15】 在点的合成运动与刚体平面运动中,固结动参考系的方法有何不同?

【9-16】 填空:刚体的平面运动可以分解为随同(　　)的(　　)和相对于(　　)的(　　)。(　　)部分与基点的选择有关,(　　)部分与基点的选择无关。

【9-17】 建立刚体平面运动的运动方程时,下述各说法正确的是(　　)。

A. 必须以速度为零的点为基点

B. 必须以加速度为零的点为基点

C. 必须以加速度和速度都为零的点为基点

D. 基点可任意选取

【9-18】 已知平面图形中基点 A 的速度为 $\boldsymbol{v}_A$,平面图形相对于 A 点的角速度 $\omega_A \neq 0$。下述说法正确的是(　　)。

A. 若另选一点 B 为基点,则有 $\boldsymbol{v}_B \neq \boldsymbol{v}_A$, $\omega_B \neq \omega_A$(ω_B 为平面图形相对于 B 点

的角速度）

B. 若另选一点 B 为基点，则有 $\boldsymbol{v}_B \neq \boldsymbol{v}_A$，$\omega_B = \omega_A$

C. 若另选一点 B 为基点，则有 $\boldsymbol{v}_B = \boldsymbol{v}_A$，$\omega_B = \omega_A$

D. 若另选一点 B 为基点，则有 $\boldsymbol{v}_B = \boldsymbol{v}_A$，$\omega_B \neq \omega_A$

【9－19】 凡是平面运动都可以分解为平移加转动。反过来，凡是平移与转动合成的结果都一定是平面运动吗？

【9－20】 刚体作平面运动时，基点是平移坐标系的原点，判断下述说法是否正确：

（1）用基点法求出的各点的速度和加速度：

A. 是相对于动坐标系的。

B. 是相对于静坐标系的。

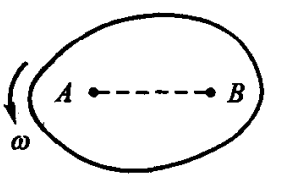
（2）用基点法求出的刚体的角速度和角加速度：

A. 仅仅是相对于动坐标系的。

B. 仅仅是相对于静坐标系的。

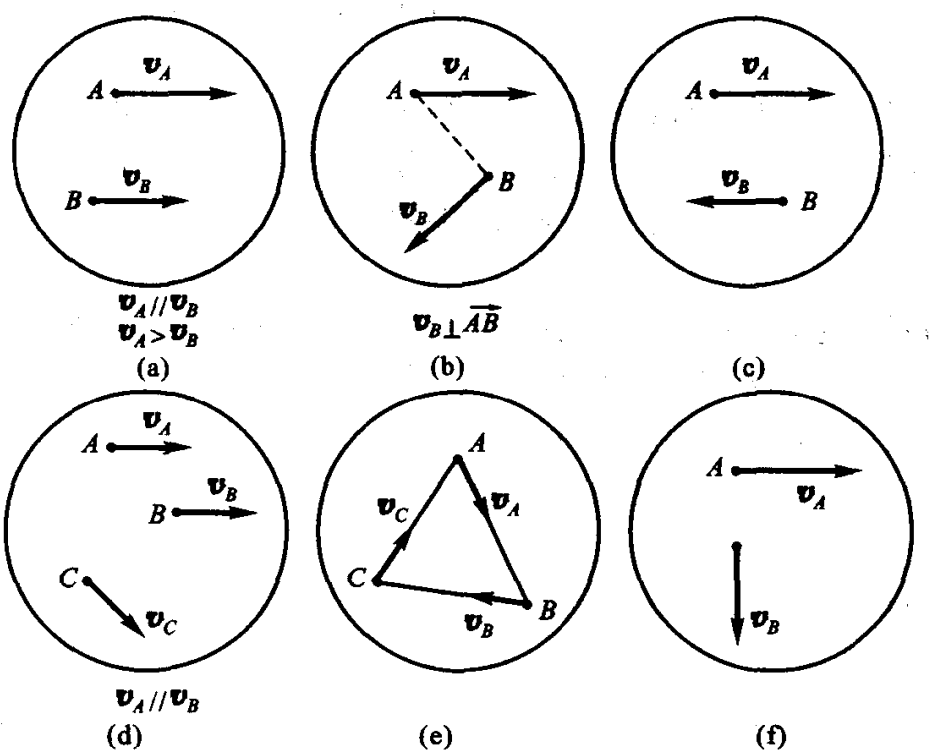
C. 既是相对于动坐标系的，又是相对于静坐标系的。

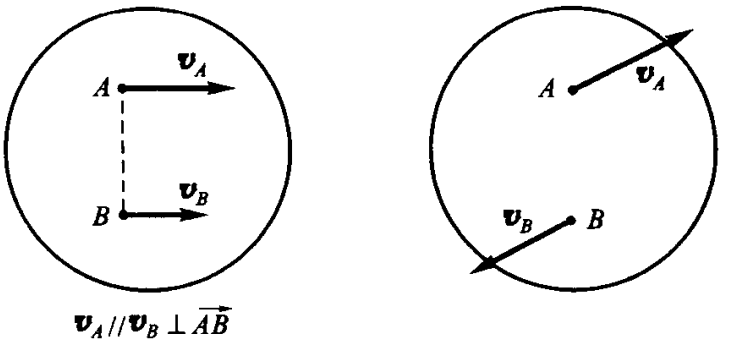
【9－21】 刚体作平面运动，如图所示。在图示瞬时，若选 A 点为基点，则 B 点绕 A 点运动的速度为 $\boldsymbol{v}_{BA}$；若以 B 为基点，则 A 点绕 B 点运动的速度为 $\boldsymbol{v}_{AB}$，则 $\boldsymbol{v}_{BA}$ 与 $\boldsymbol{v}_{AB}$ 的共同之处为（　　），$\boldsymbol{v}_{BA}$ 与 $\boldsymbol{v}_{AB}$ 的不同之处为（　　）。



题 9－21 图

【9－22】 根据作平面运动的刚体上各点速度的分布规律，判断下列平面图形上指定点的速度分布是否可能？



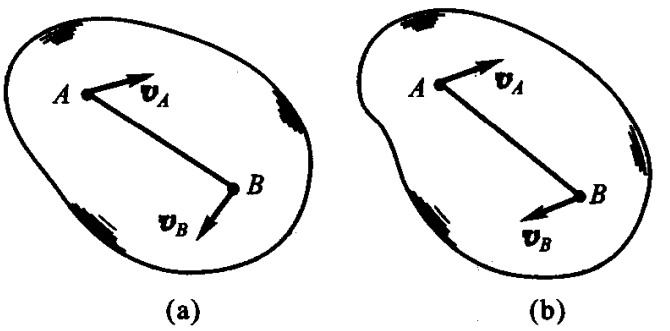


题 9－22 图

【9－23】 一个运动着的平面图形能否同时有两个速度瞬心轴？

【9－24】 速度瞬心在刚体上的位置是否是不变的？速度瞬心的加速度是否也等于零？

【9－25】 如图所示，平面图形上两点 A，B 的速度方向可能是这样的吗？为什么？



题 9－25 图

【9－26】 图形 S 作平面运动，A，B 是图形上两个不同的点，如果某瞬时 $v_A = 0$，$v_B = 0$，则该瞬时图形 S 的角速度一定等于零，对否？

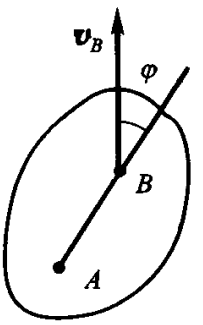
【9－27】 相对于某固定平面作平面运动的刚体，其上与此固定平面垂直的直线都作平移？

【9－28】 在某一瞬时平面图形上各点的速度大小都相等，方向都相同，则此平面图形一定作平移，因此各点加速度也相同？

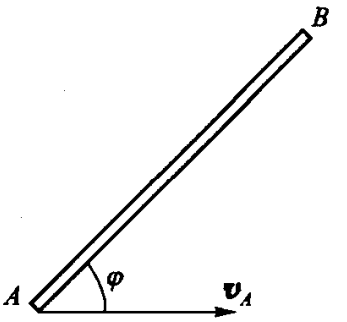
【9－29】 如图所示图形上，已知 B 点速度为 v_B，若以 A 点为基点，则 B 点相对于 A 点的速度 $v_{BA} = v_B \sin \varphi$，对吗？为什么？

【9－30】 图示杆 AB 长为 l，作平面运动。某瞬时 v_A 的大小、方向已知，如图。试求该瞬时 B 点可能有的最小速度（要指出大小、方向），并求此时 AB 杆角速度 ω_{AB} 的大小和转向。

【9－31】 刚体作平面运动时，其平面图形上各点的瞬时速度若相同，则该瞬时刚体的角速度一定为零，对否？



题 9 - 29 图

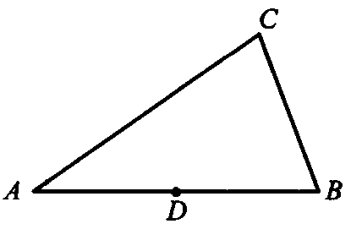


题 9 - 30 图

【9 - 32】 刚体的平面运动可以看成是绕一系列的速度瞬心轴所作的瞬时转动，对否？

【9 - 33】 轮子作平面运动时，如轮上与地面接触点的速度不等于零，即相对地面有滑动，则此时轮子一定不存在瞬时速度中心，对否？

【9 - 34】 任意三角形板 ABC 作平面运动，证明某边中点的速度等于相邻两顶角的速度矢量和之半，即 $\boldsymbol{v}_D = (\boldsymbol{v}_A + \boldsymbol{v}_B)/2$。

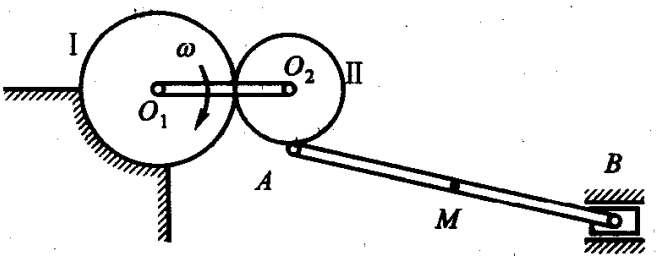


题 9 - 34 图

【9 - 35】 已知平面图形上任意两点 A，B 的速度 $\boldsymbol{v}_A$，$\boldsymbol{v}_B$，则 A，B 两点连线中点的速度 $\boldsymbol{v}_C$ = (　　)，为什么？

A. $\boldsymbol{v}_A + \boldsymbol{v}_B$　　B. $2(\boldsymbol{v}_A + \boldsymbol{v}_B)$　　C. $\dfrac{(\boldsymbol{v}_A + \boldsymbol{v}_B)}{2}$　　D. $\boldsymbol{v}_A - \boldsymbol{v}_B$

【9 - 36】 试画出图示机构中作平面运动的刚体的速度瞬心位置，并画出图中 M 点的速度方向。



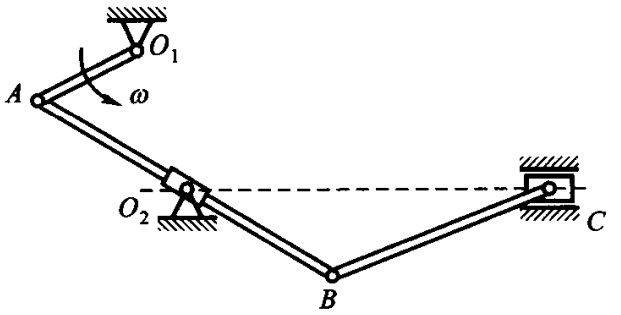
题 9 - 36 图

【9 - 37】 试画出图示机构中作平面运动的刚体的速度瞬心位置，并画出杆 BC 中点 M 的速度的方向。

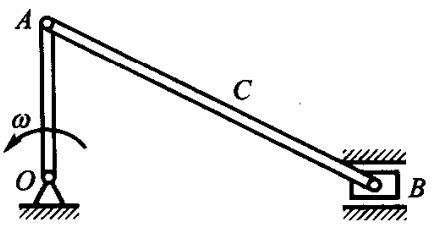
【9 - 38】 已知曲柄滑块机构中的 $AO = r$，$AB = L$，当 OA 在铅垂位置时，有角速度 ω，该瞬时连杆 AB 的角速度为(　　)，AB 中点 C 的速度为(　　)。

【9 - 39】 刚体作平面运动，某瞬时平面图形角速度为 ω_O，A，B 是平面图形上任意两点，设 $AB = L$，今取 mn 垂直 AB，则 A，B 两点的绝对速度在 mn 轴上的

投影的差值为多少？为什么？



题 9－37 图



题 9－38 图

【9－40】 已知作平面运动的平面图形上 A 点的速度 $\boldsymbol{v}_A = 10$ m/s，方向如图所示。则 B 点所有可能速度中最小速度的大小为(　　)，方向(　　)。

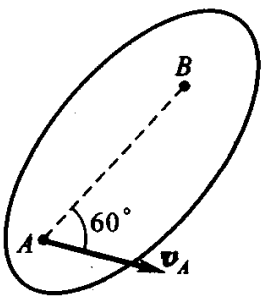
【9－41】 某瞬时，作平面运动图形上 A，B 两点的加速度相等，即 $\boldsymbol{a}_A = \boldsymbol{a}_B$，则该瞬时平面图形的角速度 ω 与角加速度 α 满足(　　)。

A. $\omega = 0, \alpha \neq 0$　　B. $\omega \neq 0, \alpha = 0$

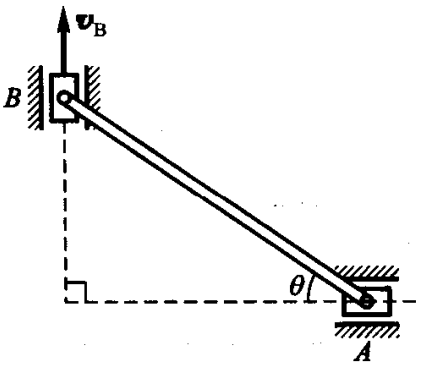
C. $\omega = 0, \alpha = 0$　　D. $\omega \neq 0, \alpha \neq 0$

【9－42】 杆 AB 的两端可分别沿水平、铅直滑道运动，已知 B 端的速度为 $\boldsymbol{v}_B$，则图示瞬时 B 点相对于 A 点的速度为(　　)。

A. $v_B \sin\theta$　　B. $v_B \cos\theta$　　C. $\dfrac{v_B}{\sin\theta}$　　D. $\dfrac{v_B}{\cos\theta}$



题 9－40 图



题 9－42 图

【9－43】 刚体作平面运动时，其平面图形上各点的瞬时速度的大小和方向若相同，则该瞬时刚体的角速度(　　)，角加速度(　　)。

A. 必须等于零　B. 可以等于零，也可以不等于零　C. 必须不等于零

【9－44】 平面图形上各点的加速度的方向都指向同一点，则此瞬时平面图形的(　　)等于零。

A. 角速度　　B. 角加速度　　C. 角速度和角加速度

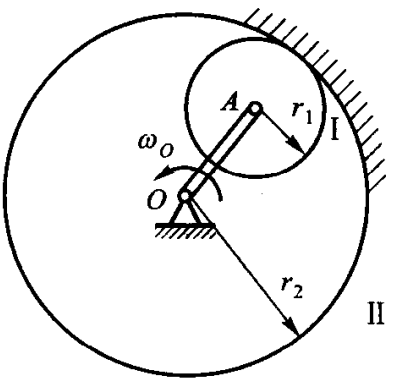
【9－45】 在图示内啮合行星齿轮转动系中，齿轮Ⅱ固定不动。已知齿轮Ⅰ和Ⅱ的半径各为 r_1 和 r_2，曲柄 OA 以匀角速度 ω_O 逆时针转动，则齿轮Ⅰ对曲柄

OA 的相对角速度 ω_{1r} 应为(　　),为什么?

A. $\left(\frac{r_2}{r_1}\right)\omega_O$(逆时针)

B. $\left(\frac{r_2}{r_1}\right)\omega_O$(顺时针)

C. $\left[\frac{(r_1+r_2)}{r_1}\right]\omega_O$(逆时针)



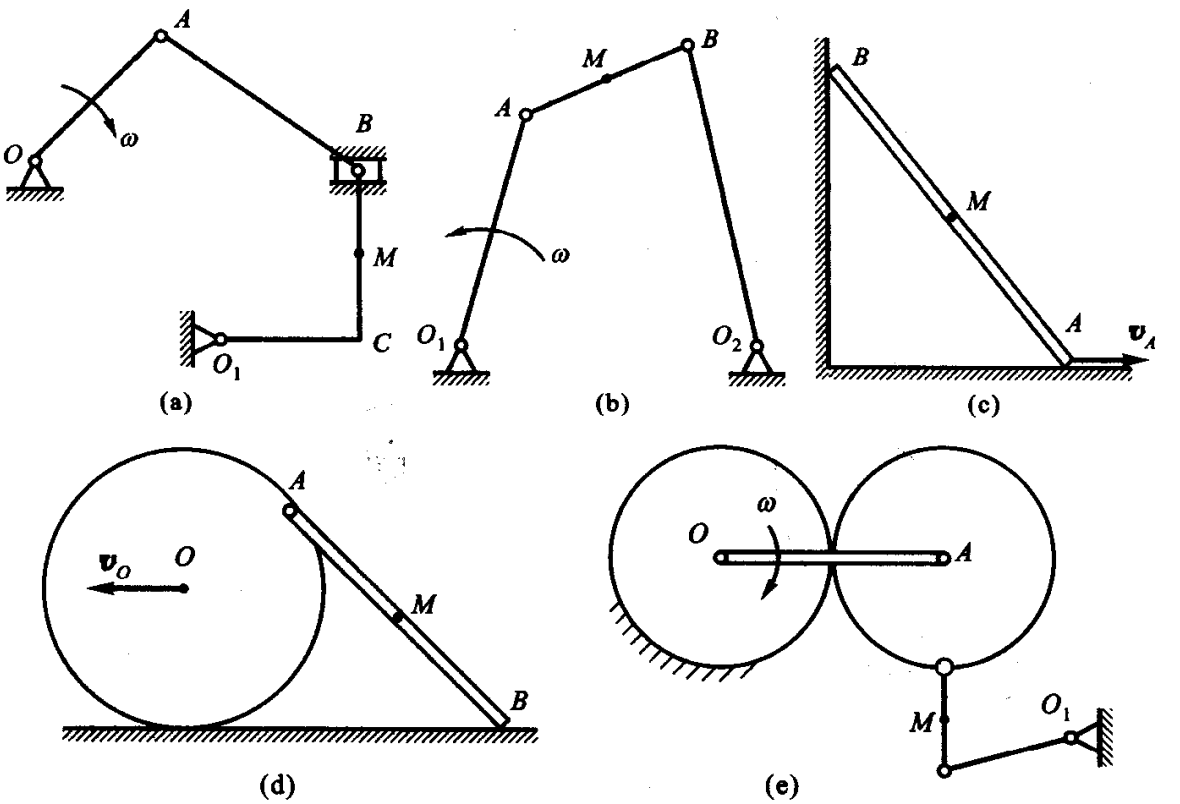
题 9-45 图

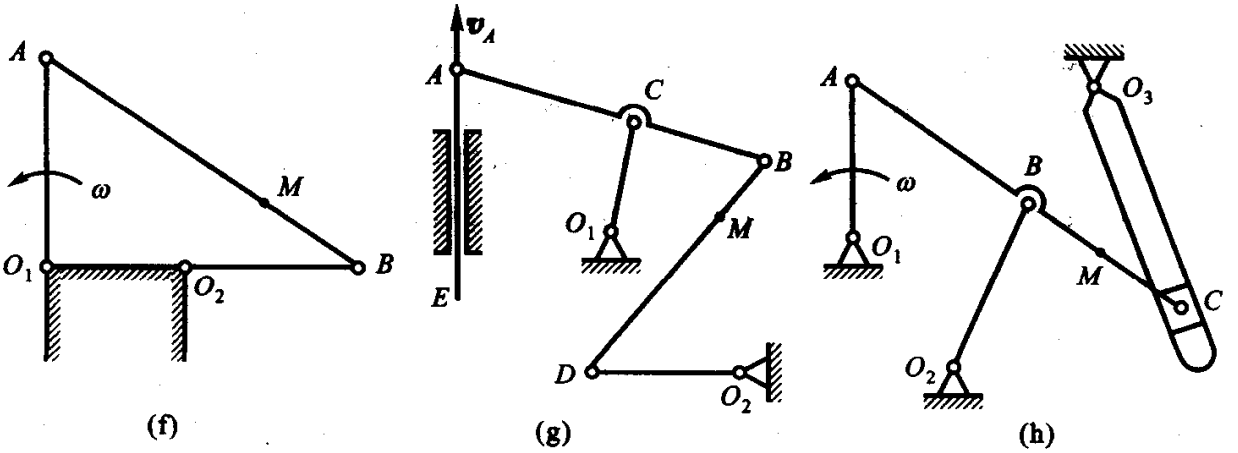
【9-46】 图示各平面机构的构件均作平面运动。

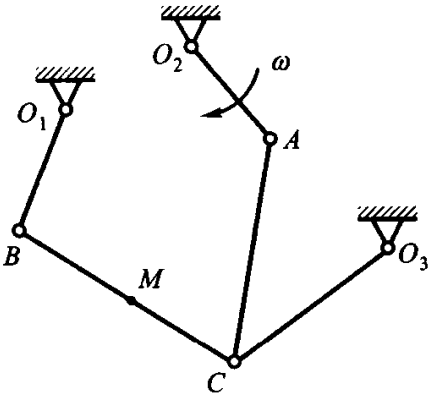
(1) 找出各刚体在图示位置的速度瞬心。

(2) 指出各刚体角速度的转向。

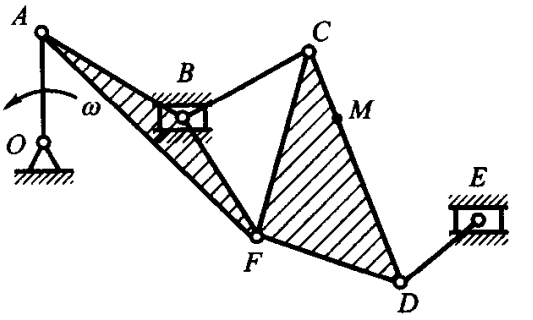
(3) 在图中画出 M 点的速度方向。



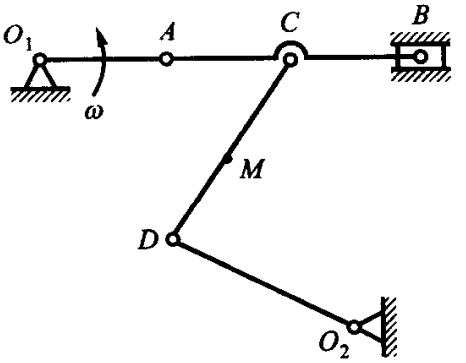




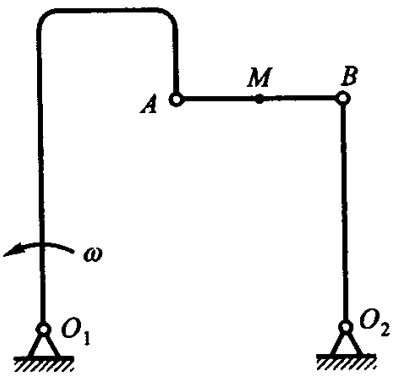
(i)



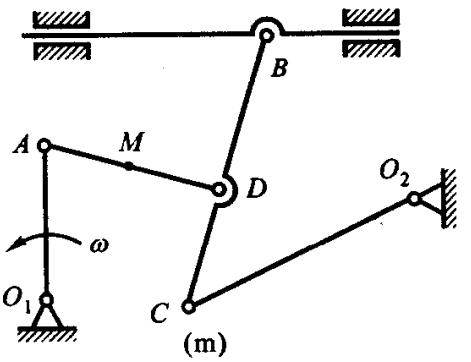
(j)



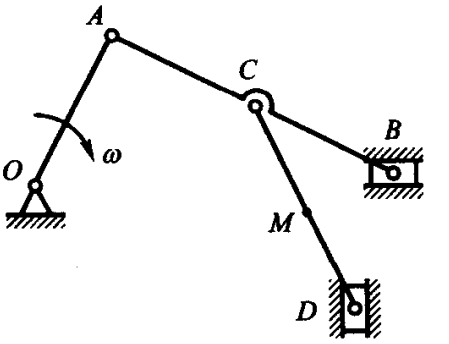
(k)



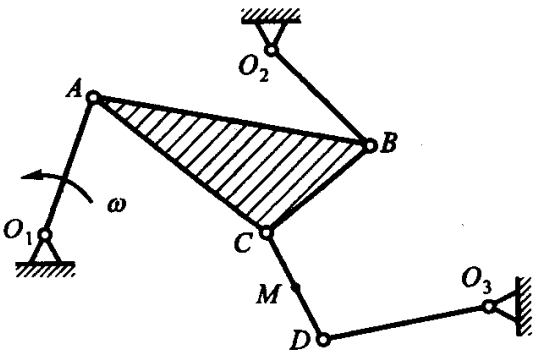
(l)



(m)



(n)



(o)

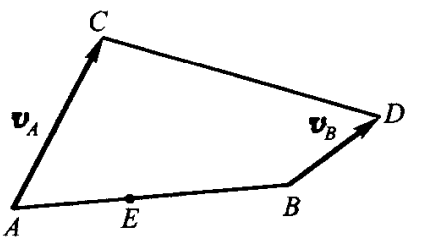
题 9 – 46 图

【9-47】 杆 AB 作平面运动，图示瞬时 A，B 两点速度 $\boldsymbol{v}_A$，$\boldsymbol{v}_B$ 的大小、方向均为已知，C，D 两点分别是 $\boldsymbol{v}_A$，$\boldsymbol{v}_B$ 的矢端，如图所示。试问：

(1) AB 杆上各点速度矢的端点是否都在直线 CD 上？

(2) 对 AB 杆上任意一点 E，设其速度矢端为 H，那么点 H 在什么位置？

(3) 设杆 AB 为无限长，它与 CD 的延长线交于点 P。试判断下述说法是否正确。



题 9-47 图

A. 点 P 的瞬时速度为零。

B. 点 P 的瞬时速度必不为零，其速度矢端必在直线 AB 上。

C. 点 P 的瞬时速度必不为零，其速度矢端必在 CD 的延长线上。

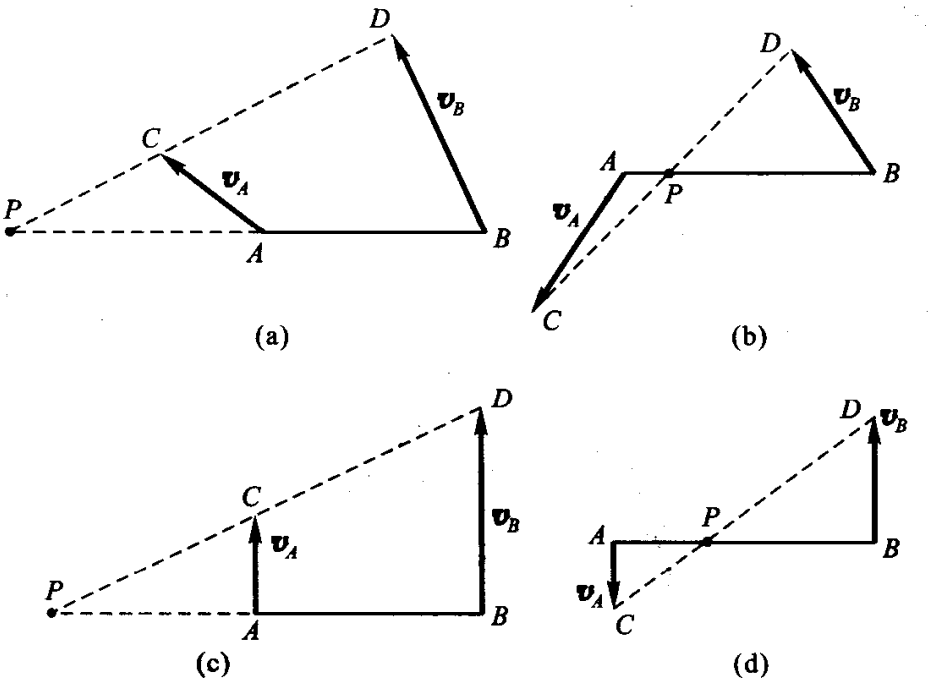
【9-48】 图中 AB 杆作平面运动。A，B 两点的瞬时速度 $\boldsymbol{v}_A$，$\boldsymbol{v}_B$ 已知，C，D 分别为其速度矢端，直线 CD 交 AB 于 P。由于 AB 杆上各点速度矢的矢端都必须在 CD 上，因此得出如下结论。试分别就各图说明这些结论是否正确：

A. P 点的瞬时速度为零。

B. P 点的瞬时加速度为零。

C. P 点速度必不为零，且 P 点速度矢端必在 CD 直线上。

注：图(a)、(c)中假设 AB 杆是极长的，上面所指 P 点是 AB 杆上的点。



题 9-48 图

【9-49】 上题图中，试证：

(1) AB 杆的速度瞬心必在过 P 点且与 CD 垂直的垂线上。

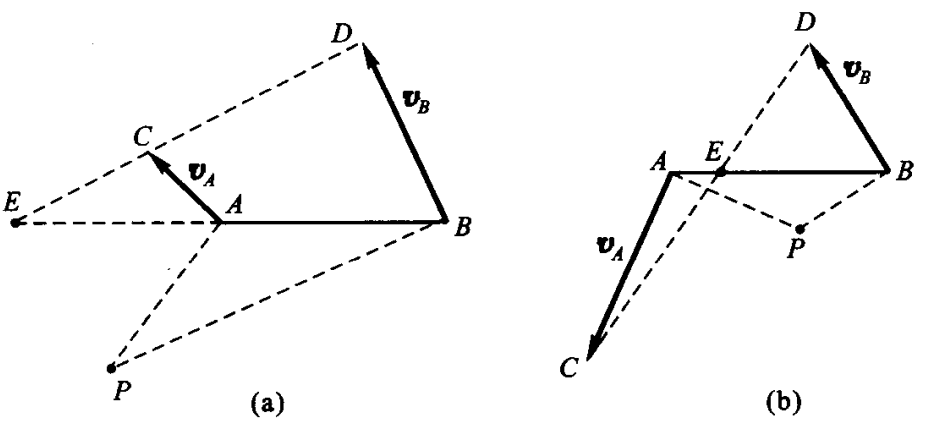
(2) 过 P 点与 CD 垂直的直线，过 A 点与 $\boldsymbol{v}_A$ 垂直的直线，过 B 点与 $\boldsymbol{v}_B$ 垂直的直线，三线必交于一点。

【9-50】 图中 AB 杆作平面运动。图示瞬时 A，B 两点的速度 $\boldsymbol{v}_A$，$\boldsymbol{v}_B$ 已知，其速度矢端分别为 C，D。直线 CD 与 AB(或其延长线)交于 E。P 点是 AB 杆的速度瞬心。试就(a)，(b)两图：

(1) 证明 P，A，C，E 四点共圆。

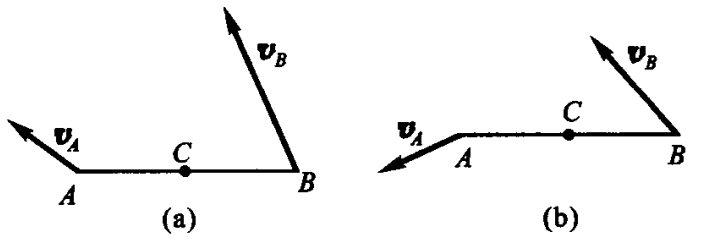
(2) 证明 P，B，D，E 四点共圆。

(3) 讨论点 P 与 E 点重合的条件。



题 9-50 图

【9-51】 图中 AB 杆作平面运动。A，B 两点的速度矢 $\boldsymbol{v}_A$，$\boldsymbol{v}_B$ 已知，C 为 AB 上任意一点。试不用计算，在图上直接作图画出 C 点速度矢 $\boldsymbol{v}_C$ 的大小和方向。(图中 $\boldsymbol{v}_A$，$\boldsymbol{v}_B$ 均为按同一比例尺画的，$\boldsymbol{v}_C$ 亦要按同一比例尺画出。)



题 9-51 图

【9-52】 上题图中，AB 杆作平面运动。下述说法正确的是(　　)。

A. 若 C 为 AB 的中点，则必有 $v_C = \dfrac{v_A + v_B}{2}$。

B. 在 AB 杆上(或其延长线)必存在一点 D，使 $\boldsymbol{v}_D$ 在 AB 直线上。

C. 在 AB 杆上(不包括其延长线)，速度最大的点必为 A 点或 B 点。

D. 在 AB 杆上，速度最小的点必为 A 点或 B 点。

E. 在图(a)中，若 $v_A > v_B$，则杆必顺时针转动；若 $v_A < v_B$，则杆必逆时针转动。

【9-53】 直杆 AB 作平面运动。由于 $\boldsymbol{v}_A$ 与 $\boldsymbol{v}_B$ 在 AB 连线上的投影必须相等，因此(　　)。

A. $\boldsymbol{v}_A$ 与 $\boldsymbol{v}_B$ 一定不能垂直

B. 若 $\boldsymbol{v}_A // \boldsymbol{v}_B$，则必有 $\boldsymbol{v}_A = \boldsymbol{v}_B$

C. 若 $v_A > v_B$，则 A 点的速度必大于杆上所有点的速度

D. 若 $v_A < v_B$，则 A 点的速度必小于杆上所有点的速度

E. 若 $v_A > v_B$，则杆的角加速度一定不为零

F. 若 $v_A > v_B$，则杆的角速度一定不为零

G. 若 $v_A > v_B$，则以为 B 基点，A 点相对于 B 点的法向加速度一定不为零，因此 A 点的加速度必不为零

【9-54】 平面图形作平面运动，下述说法正确的是(　　)。

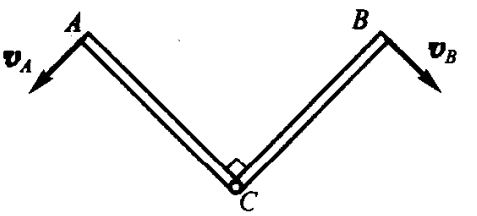
A. 若其上有三点的速度方向相同，则此平面图形在该瞬时一定作平移或瞬时平移

B. 若其上有不共线的三点，其速度大小相同，则此平面图形在该瞬时一定作平移或瞬时平移

C. 若其上有两点的速度大小及方向相同，则此平面图形在该瞬时一定作平移或瞬时平移

D. 若其上有不共线的三点，其速度方向相同，则该瞬时平面图形一定作平移或瞬时平移

【9-55】 二直杆长度均为 0.5 m，在 C 处用铰连接并在图示平面内运动。当两杆相互垂直时，$\boldsymbol{v}_A \perp AC$，$\boldsymbol{v}_B \perp BC$，且 $\boldsymbol{v}_A = 0.5$ m/s，$\boldsymbol{v}_B = 1.0$ m/s。则在该瞬时 BC 杆的角速度 ω_{BC} = (　　)，AC 杆的角速度 ω_{AC} = (　　)。

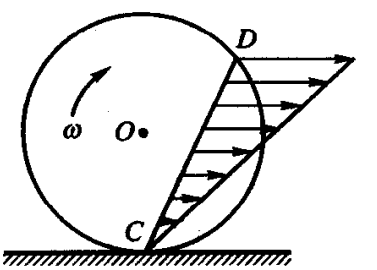


题 9-55 图

【9-56】 上题图中，二直杆长度均为 1 m，在 C 处用铰链连接并在图示平面内运动。当二杆相互垂直时，$\boldsymbol{v}_A \perp AC$，$\boldsymbol{v}_B \perp BC$。若 $\omega_{BC} = 1.2$ rad/s，则 v_B = (　　)。为什么？

【9-57】 求平面图形上点的加速度时，公式中为什么没有科氏加速度 $\boldsymbol{a}_C$ 这一项？

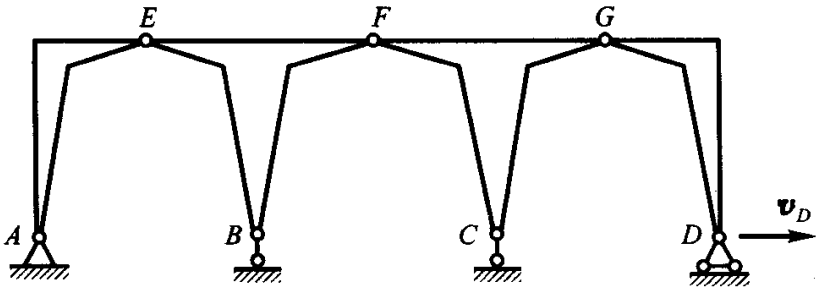
【9-58】 图中，轮 O 以角速度 ω 在水平地面上作纯滚动，CD 线上的速度分布规律是否正确？为什么？



题 9-58 图

【9-59】 图示组合拱桥，如果支座 D 在外力作用下出现水平方向的位移(速度)，试在图中画出桥拱

各部分速度瞬心的位置。



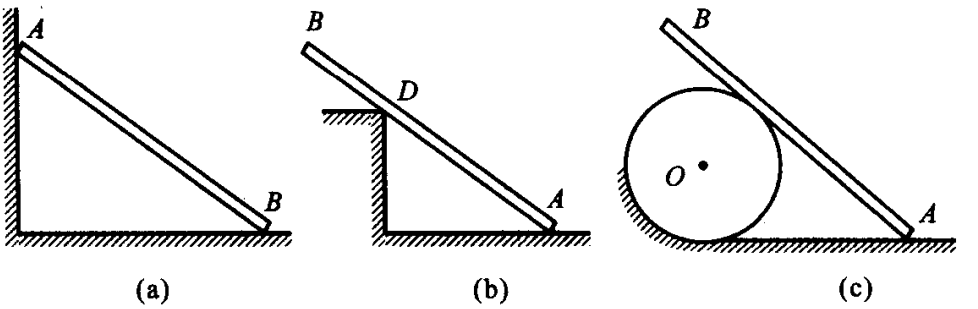
题 9 - 59 图

【9 - 60】 *AB* 杆在图面上作平面运动，试求各图中 *AB* 杆的速度瞬心轨迹及刚体上的加速度瞬心轨迹。

图(a)中，杆长 *l*，*A*，*B* 两端分别沿铅直及水平墙壁运动。

图(b)中，杆长 *l*，杆总保持与 *D* 点接触，*A* 端在水平面上向前运动。

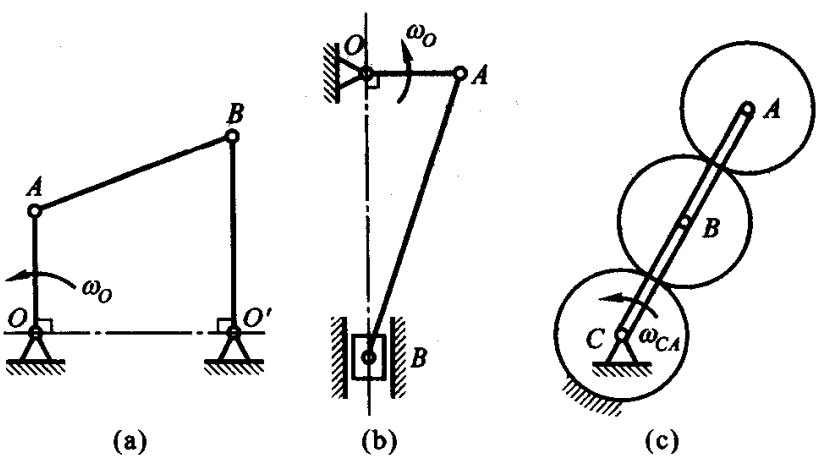
图(c)中，半径为 *R* 的圆柱固定不动。*AB* 杆长 *l*，杆总保持与圆柱接触，*A* 端在水平面上向前运动。



题 9 - 60 图

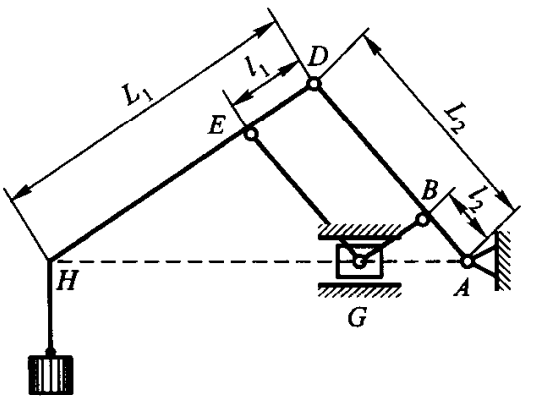
【9 - 61】 什么是瞬时平移？瞬时平移时各点的加速度是否也相等？

【9 - 62】 求图示各平面机构中构件 *AB*(直杆或齿轮)的角速度。图(a)、(b)中 ω_O 为已知。图(c)中 *AC* 杆的角速度 ω_{CA} 为已知，且各轮半径相等，轮 *C* 固定，各轮接触处均无相对滑动。



题 9 - 62 图

【9-63】 图示平面机构中，$BDEG$ 为平行四边形，A，G，H 三点共线。G 点速度已知，大小为 v_G，方向向右。试不通过计算，用几何作图法求出 H 点的速度 v_H。



题 9-63 图

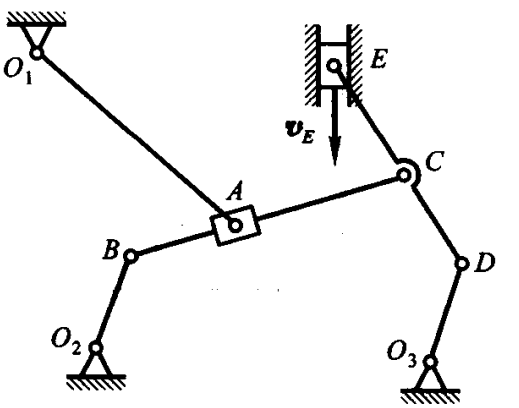
【9-64】 在上题图中，

(1) GE 杆的速度瞬心如何确定？试在图中画出。

(2) 若 G 点固定，A 点可铅直运动。已知 A 点速度大小为 v_A，方向垂直向下，试用几何作图求 H 点的速度 v_H。

(3) 在 G 点固定，A 点速度垂直向下时，如何确定 AD 杆的速度瞬心？试在图中画出。

【9-65】 图示平面机构中，滑块 E 的速度 v_E 已知。取套筒 A 为动点，杆 BC 为动系。画出动点 A 的速度平行四边形。



题 9-65 图

【9-66】 在刚体或刚体系的平面运动中，如下各说法是否正确？

A. 某机构的速度瞬心为 C。

B. 某瞬时，刚体绕其速度瞬心转动的角速度为 ω，若以刚体上另一点 A(非瞬心)为基点，则此瞬时刚体绕基点 A 转动的角速度不是 ω。

C. 刚体的平面运动可以分解为随同瞬心的平移与绕瞬心的转动。

D. 刚体任何瞬时的角速度和角加速度都与基点的选择无关。

【9-67】 试证：当 $\omega=0$ 时，平面图形上两点的加速度在此两点连线上的投影相等。

【9-68】 刚体作平面运动时，其平面图形上任意两点的加速度在该两点连线上的投影皆相等，则该瞬时刚体的角速度必须等于零，对否？为什么？

【9-69】 刚体作平面运动，已知某瞬时平面图形上一点 O 的加速度为 a_O，角加速度为 α，而角速度 $\omega=0$，则过 O 点并垂直 a_O 的直线 mn 上各点的加速度方向一定指向 O 点，对否？

【9-70】 圆轮沿直线轨道作纯滚动，若轮心作匀速运动，则轮缘上任意一点的加速度的方向均指向轮心，对否？为什么？

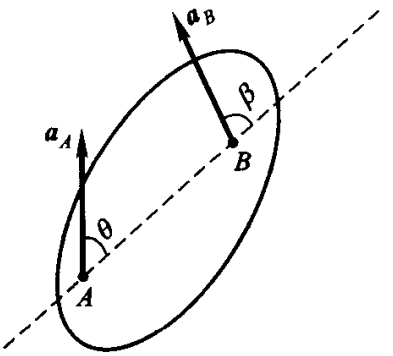
【9-71】 一半径为 R 的圆轮，沿直线轨道作纯滚动。若轮心作匀速运动，

其速度大小为 v，则轮缘上任意一点加速度的大小均为$\frac{v^2}{R}$，对否？为什么？

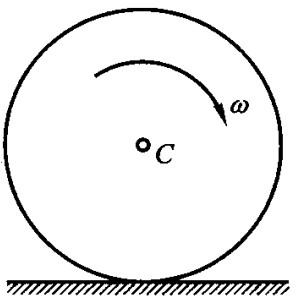
【9－72】 若平面图形上各点的加速度矢量都指向同一点，则此瞬时平面图形的角加速度一定为零，对否？

【9－73】 已知某瞬时平面图形上 A，B 两点的加速度分别为 $\boldsymbol{a}_A$，$\boldsymbol{a}_B$，$AB=L$，角速度为 ω。则此两点的加速度在该两点连线上的投影之差的绝对值，即 $|a_A\cos\theta - a_B\cos\beta| =$（　　），为什么？

【9－74】 半径为 R 的圆盘，沿直线作纯滚动，则其速度瞬心的加速度的大小等于（　　），方向（　　），能否称其为旋轮线的法向加速度？



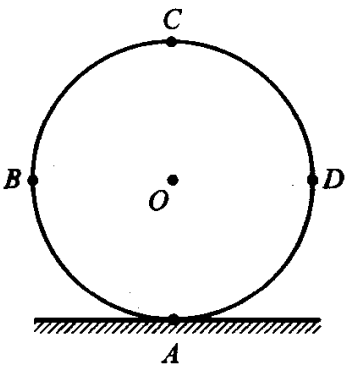
题 9－73 图



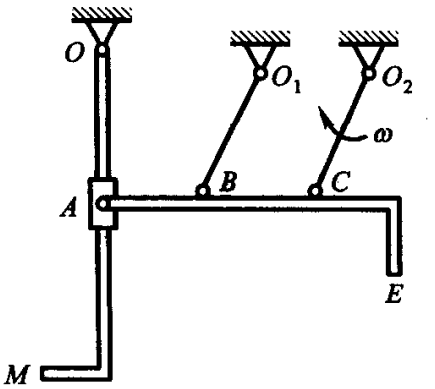
题 9－74 图

【9－75】 当车辆作匀速直线运动时，设车轮在路面上只滚不滑。则轮上 O，A，B，C，D 诸点中（　　）点速度最小，（　　）点速度最大，（　　）点加速度最小，（　　）点的加速度大小相等。

【9－76】 在图示机构中 $O_1B \parallel O_2C$，设 O_2C 以匀角速度 ω 转动。试画出图示位置时，点 M 的速度的方向；点 E 的加速度的方向。



题 9－75 图



题 9－76 图

【9－77】 什么是瞬时加速度中心？在一般情况下，瞬时加速度中心与瞬时速度中心是否是同一个点？瞬时加速度中心的位置是否是固定不变的？

【9－78】 试证明，在任意瞬时，作平面运动的平面图形必存在而且唯一存

在瞬时加速度中心。

【9－79】 平面图形在平面上运动，判断下述说法是否正确：

A. 其上任意两点的加速度在这两点连线上的投影一定相等。

B. 若其上有两点的速度在这两点连线的垂线（垂线也在此平面内）上投影相等，则此瞬时所有各点的速度大小及方向都相同。

C. 若其上两点的速度为零，则此瞬时所有各点速度一定都为零。

D. 若其上有两点的速度矢量之差为零，则此瞬时该平面图形一定是瞬时平移或平移。

【9－80】 平面图形在其平面内运动，某瞬时其上有两点的加速度相等。判断下述说法是否正确：

A. 其上各点速度在该瞬时一定都相等。

B. 其上各点加速度在该瞬时一定都相等。

C. 该图形在此瞬时一定作平移。

D. 该平面图形在此瞬时角速度可能不为零，但角加速度一定为零。

E. 该平面图形在此瞬时的角加速度不一定为零，而角速度一定为零。

F. 在该瞬时，其上各点的速度不一定都相等，加速度也不一定都相等。

【9－81】 平面图形在其平面内运动，其上有两点速度在某瞬时相同。判断下述说法是否正确：

A. 在该瞬时，其上各点速度都相等。

B. 在该瞬时，其上各点加速度都相等。

C. 在该瞬时，图形的角加速度一定为零，但角速度不一定为零。

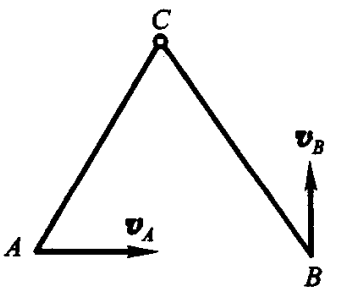
D. 在该瞬时，图形的角速度一定为零，但角加速度不一定为零。

【9－82】 若平面图形的角速度 $\omega \neq 0$，判断下述各说法是否正确：

A. 图形上不可能有两点在某瞬时其速度相同。

B. 图形上不可能有两点在某瞬时其加速度相同。

【9－83】 图中机构在平面上运动，杆 AC 与 BC 在 C 点铰接。已知 v_A，v_B 及各部分尺寸，欲求 C 点的速度 v_C。



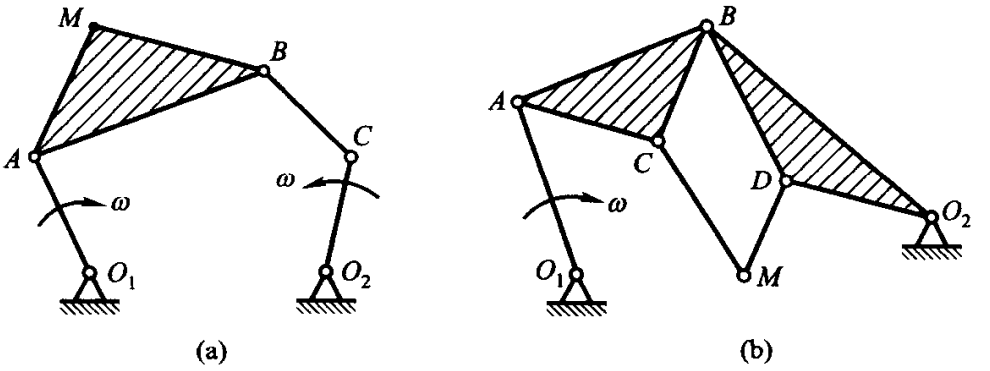
题 9－83 图

(1) 你将用什么方法求解？说出主要求解过程（不必进行求解）。

(2) 图中 v_A，v_B 均为按比例画出。你能否不用计算，只用几何作图方法求出 C 点的速度 v_C？试在图上画出。

(3) 试在图中画出 AC 及 BC 杆的速度瞬心。

【9－84】 图示平面机构中，各部分尺寸及位置均为已知，试在图中画出 M 点的速度方向。

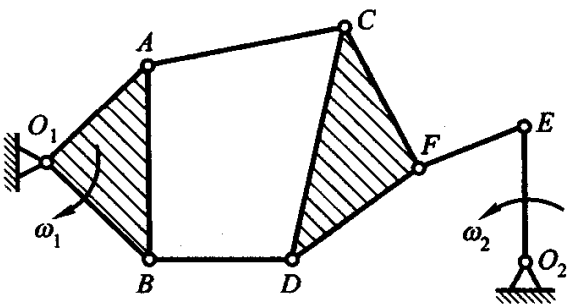


题 9－84 图

图(a)中，$O_1A = O_2C$，两杆角速度大小皆为 ω，转向相反。

图(b)中，O_1A 杆的角速度 ω 为已知。

【9－85】 图示平面机构中，各部分尺寸及 ω_1，ω_2 皆为已知，且 $\omega_1 = \omega_2$，$O_1A = O_1B = O_2E$。你能否求出 F 点的速度 $\boldsymbol{v}_F$？说出你的思路及主要求解步骤。



题 9－85 图

【9－86】 平面图形作平面运动。以点 A 为基点，问 B 点相对于 A 点的速度 $\boldsymbol{v}_{BA}$，加速度 $\boldsymbol{a}_{BA}$ 与另一点 C 相对于 A 点的速度 $\boldsymbol{v}_{CA}$，加速度 $\boldsymbol{a}_{CA}$ 之间有何关系？

若以点 B 为基点，问 C 点相对于 B 点的速度 $\boldsymbol{v}_{CB}$，加速度 $\boldsymbol{a}_{CB}$，与以 A 为基点时的速度 $\boldsymbol{v}_{CA}$，加速度 $\boldsymbol{a}_{CA}$ 之间有何关系？

以 B 为基点，A 点相对于 B 点的速度 $\boldsymbol{v}_{AB}$、加速度 $\boldsymbol{a}_{AB}$ 与以为 A 基点时 B 点相对于 A 点的速度 $\boldsymbol{v}_{BA}$，加速度 $\boldsymbol{a}_{BA}$ 之间有何关系？

【9－87】 设平面图形的加速度瞬心为 M，试判断下述说法是否正确：

A. 图形上各点的加速度方向必与过该点与加速度瞬心 M 点的直线垂直。

B. 图形上各点的加速度大小必与该点到 M 点的距离成正比。

C. 图形上各点的加速度方向与过该点及 M 点的直线间所夹的角都相等。

D. 图形上各点的加速度分布与图形绕 M 点作定轴转动时相同。

【9－88】 刚体作平面运动时，其平面图形上任意两点的加速度在该两点连线上的投影相等，则该瞬时刚体的角速度(　　)，角加速度(　　)。

A. 必为零　　B. 可以为零，也可以为零　　C. 肯定不为零

【9-89】 刚体作平面运动，某瞬时平面图形的角速度为 ω，角加速度为 α，则其上任意两点 A，B 的加速度在 A，B 连线上投影(　　)。

A. 必相等　　B. 相差 $AB\cdot\omega^2$

C. 相差 $AB\cdot\alpha$　　D. 相差($AB\cdot\omega^2+AB\cdot\alpha$)

【9-90】 某一瞬时，作平面运动的平面图形内任意两点的加速度在此两点连线上投影相等，则可以断定该瞬时平面图形的(　　)，为什么？

A. 角速度 $\omega=0$　　B. 角加速度 $\alpha=0$

C. ω，α 同时为零　　D. ω，α 均不为零

【9-91】 刚体平移时其上各点轨迹(　　)，速度(　　)，加速度(　　)；而瞬时平移时其上各点的轨迹(　　)，速度(　　)，加速度(　　)。

A. 相同　　B. 不相同

【9-92】 刚体平移时，刚体的角速度(　　)，角加速度(　　)；而刚体瞬时平移时，刚体的角速度(　　)，角加速度(　　)。

A. 为零　　B. 不为零

【9-93】 刚体定轴转动时，轴上各点的速度(　　)，加速度(　　)；而绕速度瞬心转动时，速度瞬心的速度(　　)，加速度(　　)。

A. 为零　　B. 不为零

【9-94】 刚体定轴转动与绕速度瞬心转动其上各点速度分布(　　)；两者的加速度分布(　　)。

A. 相同　　B. 不相同

【9-95】 速度瞬心在刚体上的位置(　　)时间改变；定轴转动中心在刚体上的位置(　　)时间改变。

A. 随　　B. 不随

【9-96】 一个平面图形若其瞬时加速度中心与瞬时速度中心重合，则此图形作(　　)。

【9-97】 平面图形的速度瞬心与加速度瞬心都不是平面图形上一个(　　)的点，它们的位置(　　)。速度瞬心与加速度瞬心是(　　)点。(　　)的速度为零，加速度不为零，(　　)的速度不为零，加速度为零。

【9-98】 若平面图形的角加速度为零，则一定不存在加速度瞬心？

【9-99】 平面图形上各点速度的大小与该点到速度瞬心的距离成正比；各点的加速度大小与到瞬时加速度中心的距离成正比？

【9-100】 半径为 r 的圆盘沿直线固定轨道作纯滚动，圆盘的瞬时速度中心 P 点的加速度 $\boldsymbol{a}_P$ 指向圆心，$a_P=\omega^2 r$，这个加速度是 P 点绝对运动(　　)。为什么

A. 法向加速度　　B. 切向加速度

C. 既不是切向加速度，又不是法向加速度

【9－101】 刚体平移时刚体上任一点的轨迹(　　)空间曲线，刚体平面运动时刚体上任一点的轨迹(　　)平面曲线。

A. 一定是　　B. 可能是　　C. 不可能是

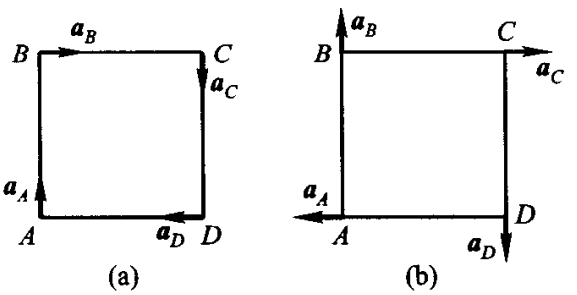
【9－102】 作平面运动的平面图形，瞬时速度中心上(　　)存在加速度。瞬时平移时(　　)存在角加速度。

A. 不一定　　B. 一定　　C. 一定不

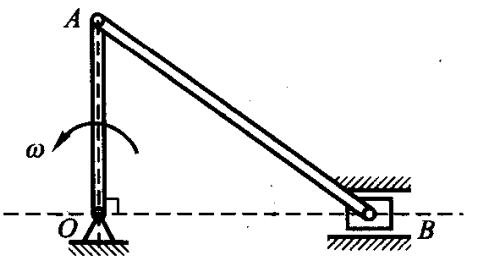
【9－103】 正方形平板在自身平面运动，若其顶点 A，B，C，D 的加速度大小相等，方向由图(a)，(b)表示，则(　　)。

A. (a)，(b)两种运动都可能　　B. (a)，(b)两种运动都不可能

C. (a)运动可能，(b)运动不可能　　D. (a)运动不可能，(b)运动可能



题 9－103 图



题 9－104 图

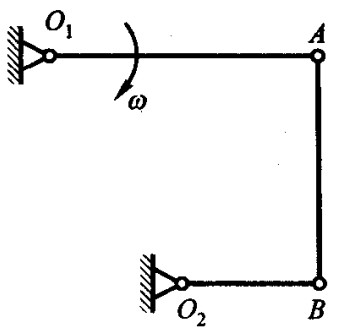
【9－104】 曲柄连杆机构中，曲柄 OA 以匀角速度 ω 绕 O 轴转动，则图示瞬时($OA \perp OB$)连杆 AB 的角加速度为(　　)。

A. $\alpha_{AB} \neq 0$，逆时针　　B. $\alpha_{AB} \neq 0$，顺时针　　C. $\alpha_{AB} = 0$

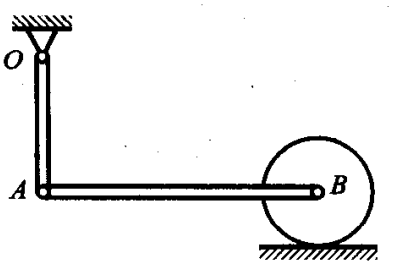
【9－105】 曲柄 O_1A 以匀角速度 ω 转动，当系统运动到图示位置($O_1A \parallel O_2B$，$AB \perp O_2B$)时，有 $\boldsymbol{v}_A$(　　)$\boldsymbol{v}_B$，$\boldsymbol{a}_A$(　　)$\boldsymbol{a}_B$，ω_{AB}(　　)0，α_{AB}(　　)0。

A. 等于　　B. 不等于

【9－106】 平面机构在图示位置时，AB 杆水平而 OA 杆铅直，若 B 点的速度 $v_B \neq 0$，加速度 $a_B = 0$。则此瞬时 OA 杆的角速度，角加速度为(　　)，为什么？



题 9－105 图

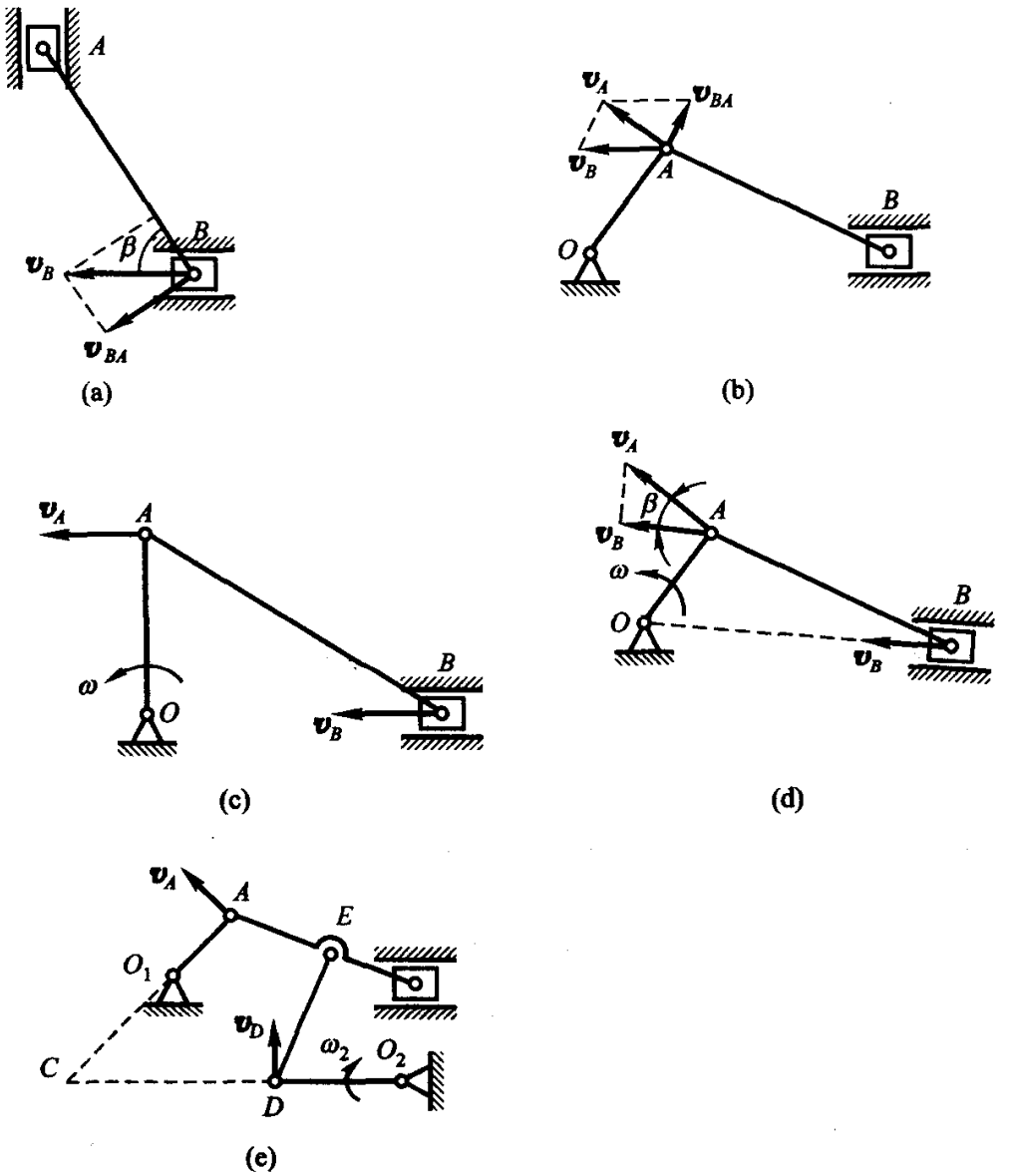


题 9－106 图

A. $\omega=0,\alpha\neq0$　　B. $\omega\neq0,\alpha\neq0$

C. $\omega=0,\alpha=0$　　D. $\omega\neq0,\alpha=0$

【9-107】 下列各题的计算过程中有没有错误？如有错，为什么错？



题 9-107 图

(1) 如图(a)所示，已知 $\boldsymbol{v}_B$，则 $v_{BA}=v_B\sin\beta$，所以 $\omega_{AB}=\dfrac{v_{BA}}{AB}=\dfrac{v_B\sin\beta}{AB}$。

(2) 如图(b)所示，已知，$\boldsymbol{v}_B=\boldsymbol{v}_A+\boldsymbol{v}_{BA}$，则速度平行四边形如图所示。

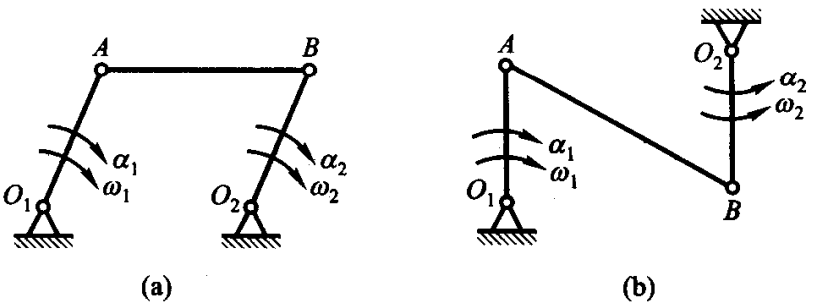
(3) 如图(c)所示，已知 $\omega=$ 常量，$OA=r$，$v_A=\omega r=$ 常量，在图示瞬时 $\boldsymbol{v}_A=\boldsymbol{v}_B$，则 $v_B=\omega r=$ 常量，所以 $a_B=\dfrac{\mathrm{d}v_B}{\mathrm{d}t}=0$。

(4) 如图(d)所示，已知 $v_A=\omega\cdot OA$，所以 $v_B=v_A\cos\beta$。

(5) 如图(e)所示，已知 $v_A=\omega_1\cdot O_1A$，方向如图；$\boldsymbol{v}_D$ 垂直于 O_2D。于是可确

定速度瞬心 C 的位置，求得：$v_D = \frac{v_A}{AC} \cdot CD$，$\omega_2 = \frac{v_D}{O_2D} = \frac{v_A}{AC} \cdot \frac{CD}{O_2D}$。

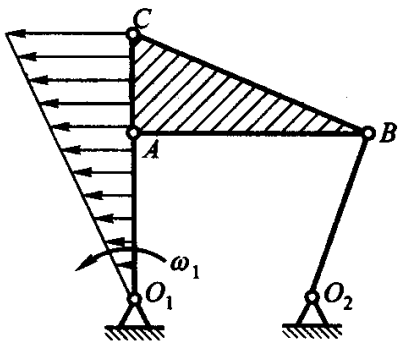
【9－108】 在图(a)、(b)所示瞬时，已知 $O_1A \parallel O_2B$，问 ω_1 与 ω_2，α_1 与 α_2 是否相等？



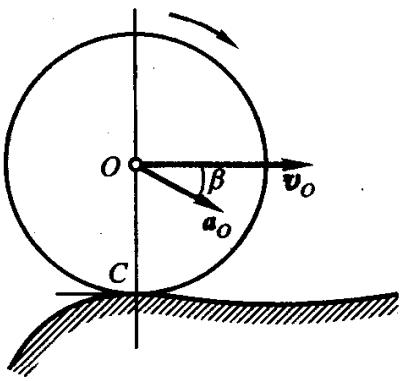
题 9－108 图

【9－109】 如图所示，O_1A 杆的角速度为 ω_1，板 ABC 和杆 O_1A 铰接。问图中 O_1A 和 AC 上各点的速度分布规律对不对？为什么？

【9－110】 如图所示，车轮沿曲面滚动。已知轮心 O 在某一瞬时的速度 $\boldsymbol{v}_O$ 和加速度 $\boldsymbol{a}_O$。问车轮的角加速度是否等于 $a_O\cos\beta/R$？速度瞬心 C 的加速度大小和方向如何确定？



题 9－109 图



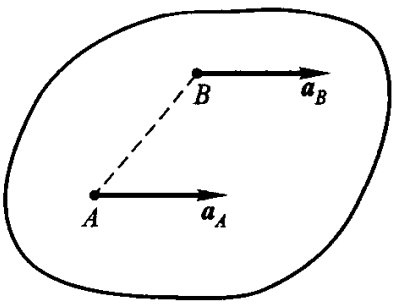
题 9－110 图

【9－111】 平面图形在其平面内运动，某瞬时其上有两点的加速度矢相同。试判断下述说法是否正确：

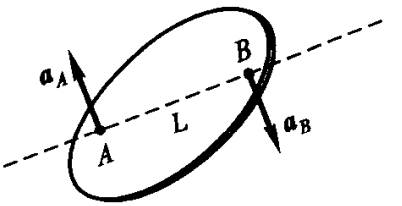
(1) 其上各点速度在该瞬时一定都相等。

(2) 其上各点加速度在该瞬时一定都相等。

【9－112】 刚体作平面运动，其平面图形内两点 A，B 相距 $L = 0.2$ m，两点的加速度垂直 AB 连线、转向相反、大小均为 2 m/s^2。则该瞬时图形的角速度 ω =(　　)，转向(　　)；角加速度 α =(　　)，转向(　　)。



题 9－111 图



题 9－112 图

【9－113】 半径为 R 的圆柱在水平面上连滚带滑的向前运动，图示瞬时 A 为圆柱的最高点，如图所示。问下述结果是否正确？为什么？

A. $a_C = \dfrac{\mathrm{d}v_C}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\omega R) = R\alpha$。

B. 圆柱顶点 A 的速度为：$v_A = 2v_C$。

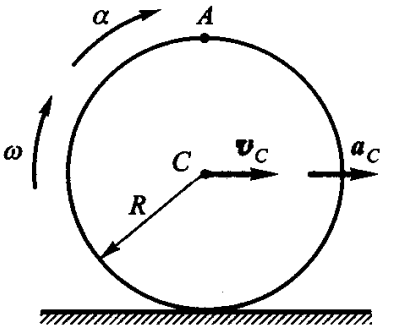
C. A 点的切向加速度为：$a_A^{\mathrm{t}} = a_C + R\alpha$。

D. A 点的法向加速度为：$a_A^{\mathrm{n}} = \omega^2 R$。

E. A 点的法向加速度为：$a_A^{\mathrm{n}} = v_A^2/R$。

F. A 点的法向加速度为：$a_A^{\mathrm{n}} = v_A^2/2R$。

G. $\omega = (v_A - v_C)/R$。



题 9－113 图

【9－114】 图示 OAB 为曲柄连杆机构，轮 B 在水平地面上作纯滚动。$OA = r$，$AB = l$，OB 连线水平，曲柄 OA 以匀角速度 ω 绕 O 轴旋转。图示瞬时 $\angle AOB = 60°$，$\angle OAB = 90°$。问：

(1) AB 杆绕 B 点转动的角速度与绕 AB 杆速度瞬心转动的角速度是否在任何时刻都相等？

(2) 在图示瞬时，用瞬心法可求得 B 点的速度：$v_B = \dfrac{2}{\sqrt{3}} r\omega$；

则轮 B 的角加速度为：

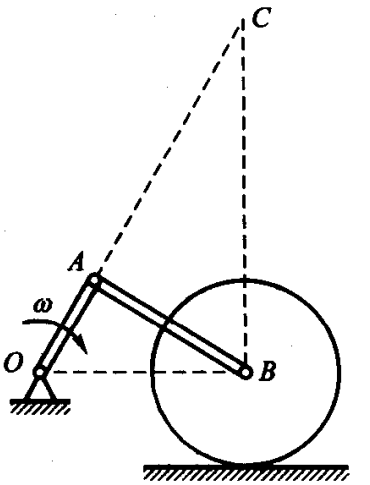
$$\alpha_B = \frac{\mathrm{d}\omega_B}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{v_B}{R}\right) = \frac{1}{R}\frac{\mathrm{d}v_B}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{R}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{2}{\sqrt{3}} r\omega\right)$$

因为 ω = 常量，所以 $\alpha_B = 0$。

这样作对吗？为什么？

(3) 如图，C 为该瞬时 AB 杆的速度瞬心。可求得 AB 杆的角速度为：$\omega_{AB} = \dfrac{v_A}{AC}$。

则 AB 杆的角加速度为



题 9－114 图

$$\alpha_{AB}=\frac{\mathrm{d}\omega_{AB}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{v_A}{AC}\right)=\frac{1}{AC}\frac{\mathrm{d}v_A}{\mathrm{d}t}=\frac{1}{AC}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\omega r)$$

因为 $\omega=$ 常量，所以 $\alpha_{AB}=0$。

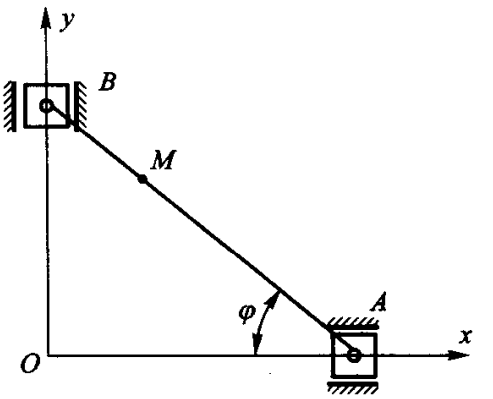
这样作对吗？为什么？

【9－115】 图示平面机构，A，B 仅能在 x，y 轴上运动，$AB=l$，A 点的运动方程为 $x_A=30\sin\pi t$。图示瞬时 $\varphi=60°$。

(1) 你能用几种方法求出该瞬时滑块 B 相对于滑块 A 的相对加速度？

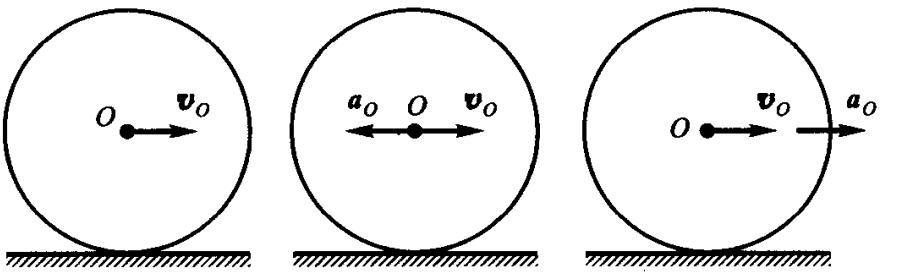
(2) 你能用几种方法求出 AB 杆上 M 点(设 $AM=b$)的速度和加速度？

以上两问均需指出你所用的方法及其主要求解过程。



题 9－115 图

【9－116】 图示半径为 R 的车轮在水平直线上作纯滚动。试确定在下列各种情况下，车轮上与地面接触点的加速度大小与方向：



题 9－116 图

(1) 轮心以匀速 $\boldsymbol{v}_O$ 运动，如图(a)所示。

(2) 轮心有加速度 $\boldsymbol{a}_O$，该瞬时轮心的速度 $\boldsymbol{v}_O$，其方向与 $\boldsymbol{a}_O$ 相反，如图(b)所示。

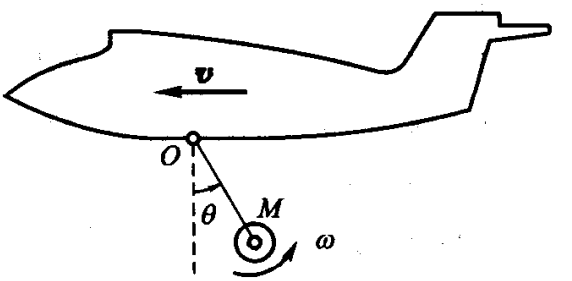
(3) 该瞬时轮心速度 $\boldsymbol{v}_O$ 与加速度 $\boldsymbol{a}_O$ 方向相同，如图(c)所示。

【9－117】 飞机以匀速 $\boldsymbol{v}$ 沿水平直线飞行，飞机的支承轮(起落架) OM 以匀角速度 ω 收回。问：

(1) OM 的速度瞬心在哪里？

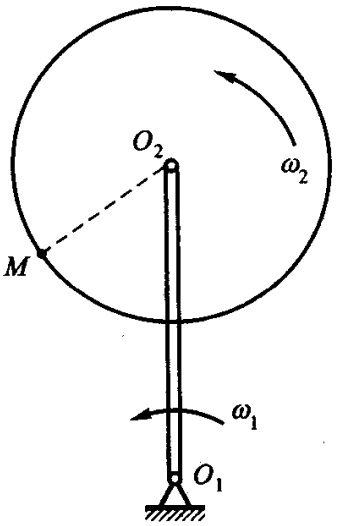
(2) M 点的加速度方向总是指向 O 点，对吗？

(3) M 点的绝对切向加速度为零，对吗？



题 9－117 图

【9-118】 图示平面机构，轮子以匀角速度（绝对角速度）ω_2 绕轮心 O_2 转动，杆 O_1O_2 以匀角速度 ω_1 绕轴 O_1 转动。轮子半径为 r，杆 $O_1O_2=2r$，M 为轮子边缘上的一点。在图示瞬时，O_2M 与 O_1O_2 夹角为 60°。



题 9-118 图

(1) 写出用直角坐标表达的 M 点的运动方程、速度和加速度。

(2) 以 M 为动点，动系固结在 O_1O_2 上。试画出用点的合成运动方法求解时 M 点的速度合成及加速度合成矢量图。

(3) 以 O_2 为基点，试画出用刚体平面运动方法求解时 M 点的速度及加速度矢量图。

(4) 在 $\omega_2=\omega_1$、$\omega_2=2\omega_1$、$\omega_2=-\omega_1$ 三种情况下，指出轮子的速度瞬心。

(5) 若要使轮子的速度瞬心恒在 O_1 点，ω_1 与 ω_2 之间应有什么关系？

【9-119】 上题图中，

(1) 取 M 为动点，动系固结在杆 O_1O_2 上，问 M 点的相对速度大小是否为 $\omega_2 r$？

(2) 当使用刚体平面运动方法求解时，M 点相对于 O_2 点的速度大小 v_{MO_2} 是否为 $\omega_2 r$？

【9-120】 题 9-118 图中，问下述说法是否正确：

A. 轮子的速度瞬心在任何瞬时都在过 O_1，O_2 两点的直线上。

B. 轮子的速度瞬心有时可能在过 O_1，O_2 两点的直线之外。

C. 只要 ω_1，ω_2 不同时为零，则无论如何选择 ω_1 及 ω_2 的大小，都不可能使图示瞬时的 M 点速度为零。

D. 若 $\omega_2=-\omega_1$，则轮子作平移。

E. 若 $\omega_2=0$，则轮子作平移。

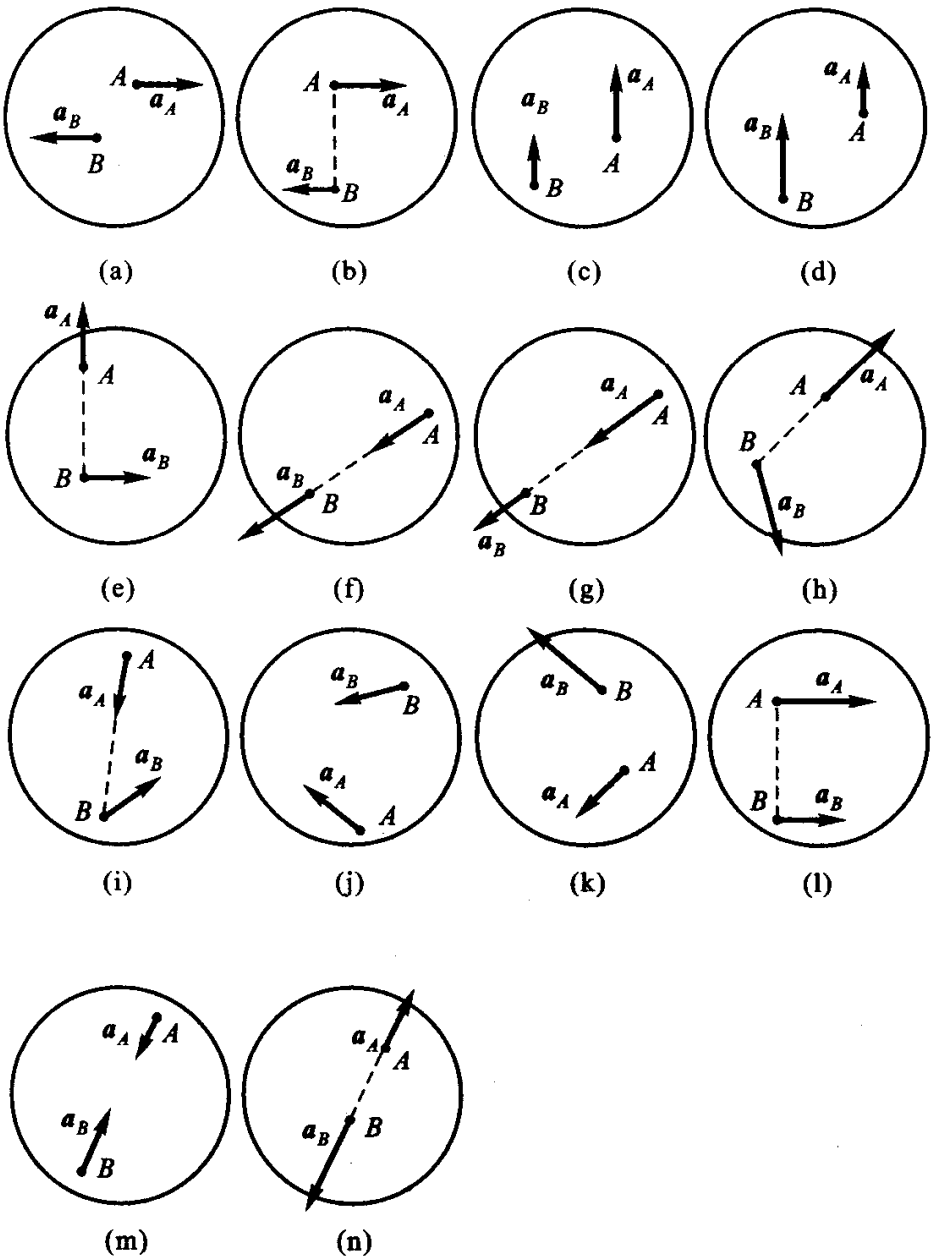
F. 由于 ω_1 及 ω_2 为常量，因此 M 点的切向加速度必为零。

G. 设 N 为轮子上另一点，则 N 点的全加速度 $\boldsymbol{a}_N$ 与 O_2N 间的夹角一定和 $\boldsymbol{a}_M$ 与 O_2M 之间的夹角相等。

【9-121】 图示各平面图形均作平面运动。问图示各种运动状态是否可能？

图(a)中，$\boldsymbol{a}_A$ 与 $\boldsymbol{a}_B$ 平行，且 $\boldsymbol{a}_A=-\boldsymbol{a}_B$。

图(b)中，$\boldsymbol{a}_A$ 与 $\boldsymbol{a}_B$ 都与 A，B 连线垂直，且 $\boldsymbol{a}_A$，$\boldsymbol{a}_B$ 反向。



题 9 - 121 图

图(c)中，a_A 与 a_B 平行，且 $a_A > a_B$。

图(d)中，a_A 与 a_B 平行，且 $a_B > a_A$。

图(e)中，a_A 沿 A，B 连线，a_B 与 A，B 连线垂直。

图(f)中，a_A 与 a_B 都沿 A，B 连线，且 $a_B > a_A$。

图(g)中，a_A 与 a_B 都沿 A，B 连线，且 $a_A > a_B$。

图(h)中及图(i)中，a_A 均沿 A，B 连线。

图(j)及图(k)中，a_A 与 a_B 方向如图示。

图(l)中，a_A，a_B 皆与 A，B 连线垂直，且 $a_A > a_B$。

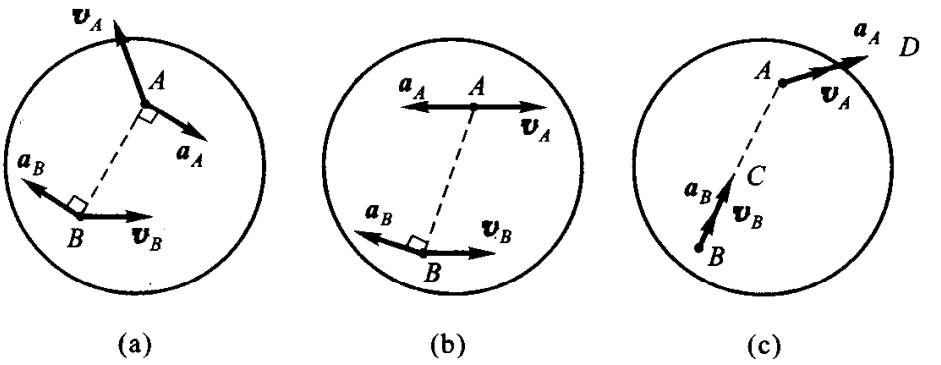
图(m)、(n)中，a_A，a_B 都在 A，B 连线上。

【9 - 122】 图示平面图形的运动状态是否可能？

图(a)中，$\boldsymbol{a}_A$，$\boldsymbol{a}_B$ 都与 AB 垂直，$\boldsymbol{v}_A$，$\boldsymbol{v}_B$ 在 AB 连线上的投影相等。

图(b)中，$\boldsymbol{v}_A$ 与 $\boldsymbol{v}_B$ 平行且相等，$\boldsymbol{a}_B$ 与 AB 垂直，$\boldsymbol{a}_A$ 与 $\boldsymbol{v}_A$ 共线。

图(c)中，矢量 $\overrightarrow{BC}$ 与 $\overrightarrow{AD}$ 在 AB 线上的投影相等，BC 在 AB 线上。$\boldsymbol{a}_B = \boldsymbol{v}_B = \overrightarrow{BC}$，$\boldsymbol{a}_A = \boldsymbol{v}_A = \overrightarrow{AD}$。



题 9－122 图

【9－123】 试判断图示的平面图形运动状态是否可能？

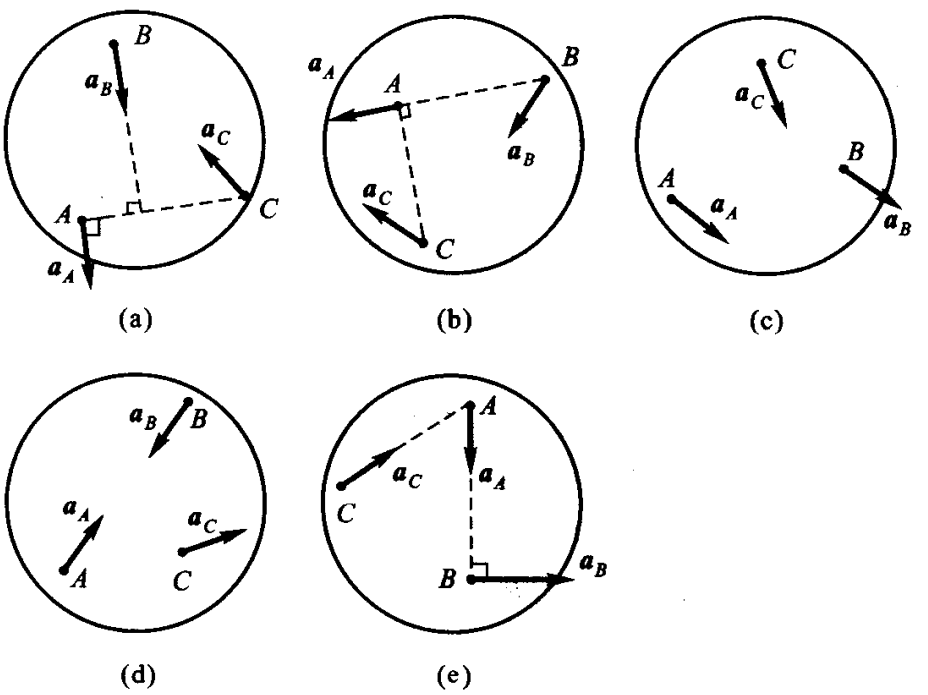
图(a)中，$\boldsymbol{a}_A$，$\boldsymbol{a}_B$ 都与 AC 连线垂直，且 $a_B > a_A$。

图(b)中，$AB \perp AC$，$\boldsymbol{a}_A$ 沿 AB 线，$\boldsymbol{a}_B$ 在 AB 线上的投影与 a_A 相等。

图(c)中，$\boldsymbol{a}_A$ 与 $\boldsymbol{a}_B$ 平行且相等，即 $\boldsymbol{a}_A = \boldsymbol{a}_B$。

图(d)中，$\boldsymbol{a}_A$ 与 $\boldsymbol{a}_B$ 都在 A，B 连线上。

图(e)中，$\boldsymbol{a}_A$ 沿 A，B 连线，$\boldsymbol{a}_C$ 沿 C，A 连线，$\boldsymbol{a}_B$ 与 AB 垂直。



题 9－123 图

【9－124】 图示各平面机构中，欲求图示瞬时指定点的加速度。

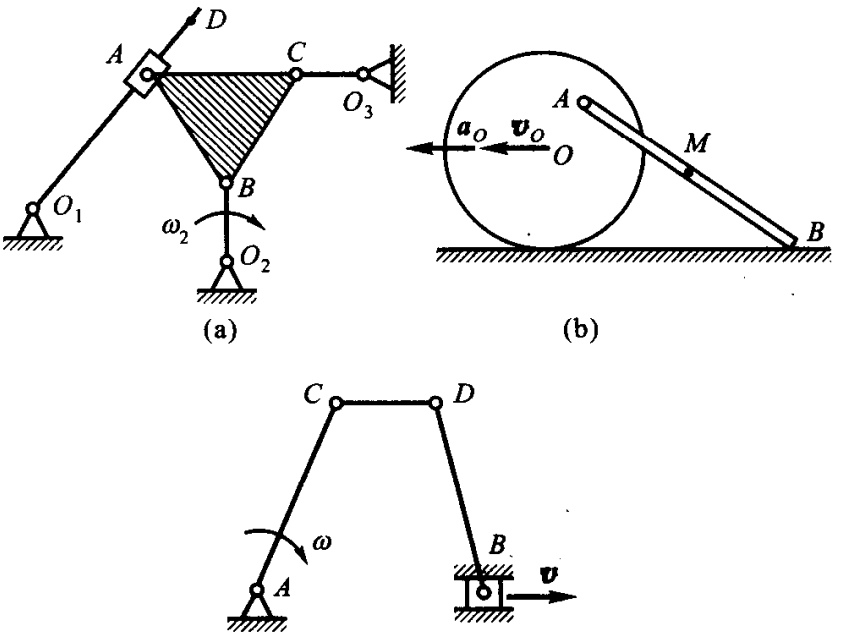
(1) 说出主要的解题过程(不必求解)。

(2) 画出各步骤的加速度矢量图。

图(a)中,已知各部分尺寸及 ω_2,且 ω_2 = 常量,欲求 D 点加速度 $\boldsymbol{a}_D$。

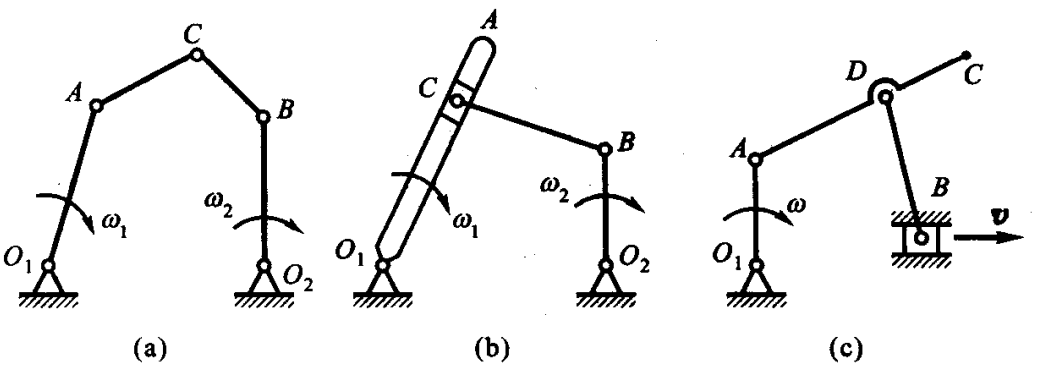
图(b)中,已知各部分尺寸,轮 O 作纯滚动,A 为铰链,B 点在水平直线上运动。轮 O 的速度 $\boldsymbol{v}_O$ 及加速度 $\boldsymbol{a}_O$ 已知。欲求 AB 杆上 M 点的加速度。

图(c)中,各部分尺寸已知,AC 杆的角速度为 ω,且 ω 为常量。C,D 为铰链,滑块 B 以匀速 $\boldsymbol{v}$ 作直线运动。欲求图示瞬时 D 点的加速度。



题 9 - 124 图

【9 - 125】 图示各平面机构中,各部分尺寸及图示瞬时的位置已知。凡图上标出的角速度或速度皆为已知,且皆为常量。欲求出各图中 C 点的速度和加速度,你将采用什么方法?说出解题的步骤及所用公式。



题 9 - 125 图

【9 - 126】 研究平面图形上各点的速度和加速度时,基点只能是该图形上或其延展部分上的点,而不能是其他图形(刚体)上的点,对否?

【9-127】 平面图形的角速度不等于零，则图形上不可能存在两个或两个以上速度为零的点，对否？

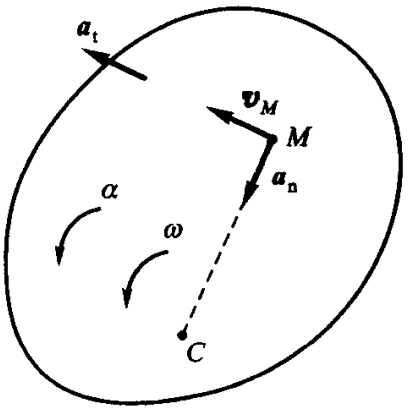
【9-128】 已知某瞬时平面图形的速度瞬心为 C，角速度为 ω，角加速度为 α。M 为平面图形上一点。试判断下述说法是否正确：

A. 该瞬时，M 点的速度大小为 $v_M = \omega \cdot CM$，方向垂直于 CM，指向如图。

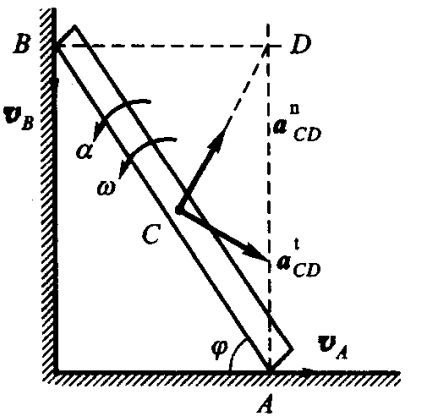
B. 该瞬时，M 点的法向加速度大小为 $a_n = \omega^2 \cdot CM$，指向点 C。

C. 该瞬时，M 点的切向加速度大小为 $a_t = \alpha \cdot CM$，方向垂直于 CM，指向同 α。

【9-129】 如图所示，杆 AB 长为 l，其速度瞬心为 D，角速度 ω、角加速度 α 为已知，按如下方法计算杆 AB 中点 C 的加速度，$\boldsymbol{a}_C = \boldsymbol{a}^{n}_{CD} + \boldsymbol{a}^{t}_{CD}$，而 $a^{n}_{CD} = \frac{l}{2}\omega^2$，$a^{t}_{CD} = \frac{l}{2}\alpha$。这种计算方法对不对？为什么？

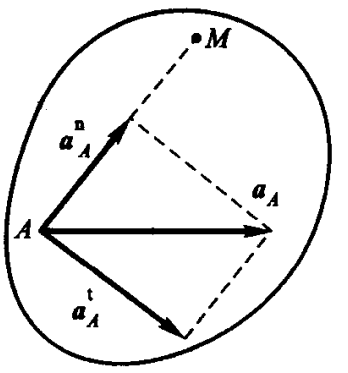


题 9-128 图



题 9-129 图

【9-130】 图示平面图形的加速度瞬心为 M。图形上一点 A 的加速度为 $\boldsymbol{a}_A$，将 $\boldsymbol{a}_A$ 分解为沿 AM 方向及垂直于 AM 方向的两个分量 $\boldsymbol{a}^{n}_A$ 及 $\boldsymbol{a}^{t}_A$，如图所示。试问：这两个加速度分量是否是 A 点的法向加速度及切向加速度？为什么？



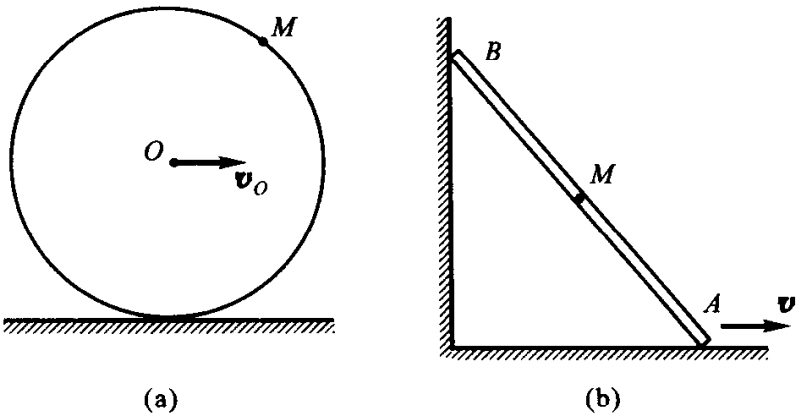
题 9-130 图

【9-131】 图(a)中，圆轮在水平直线上作纯滚动，轮心速度 $\boldsymbol{v}_O$ 为常量。图(b)中，直杆 AB 作平面运动，M 为 AB 上一点。A 端沿水平直线以常速 $\boldsymbol{v}$ 运动，B 端沿铅直墙壁向下运动。找出圆轮与直杆 AB 的加速度瞬心，并分别画出图示瞬时 M 点的加速度方向。

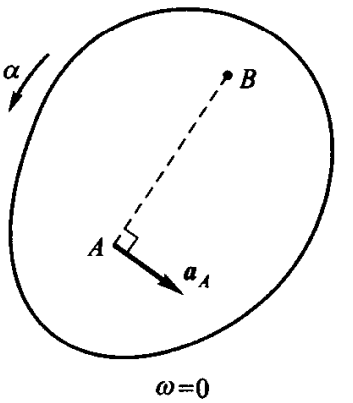
【9-132】 A，B 为某平面图形上两点，A 点加速度 $\boldsymbol{a}_A$ 与 AB 垂直，图形角速度在图示瞬时为零，角加速度 α 方向如图所示。则 B 点的加速度方向为(判断正误)：

A. 指向 A 点。　　B. 垂直于 AB 连线。

C. 与 AB 直线夹角为 φ，但 $\varphi \neq 90°$。　　D. 沿 AB 直线，背离 A 点。



题 9－131 图



题 9－132 图

【9－133】 A，B 为平面图形上两点，图示瞬时 $\boldsymbol{a}_A // \boldsymbol{a}_B$，$\boldsymbol{a}_A$ 与 AB 线夹角为 φ，如图所示。判断下述各说法是否正确：

A. 若 $\varphi = 90°$，且 $a_A > a_B$ 时，在该瞬时必有 $\omega = 0$，α 为逆时针方向。

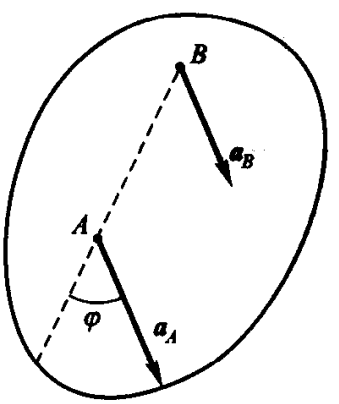
B. 若 $\varphi < 90°$，且 $a_A > a_B$，则运动是不可能的。

C. 若 $\varphi < 90°$，且 $a_A < a_B$，则运动是不可能的。

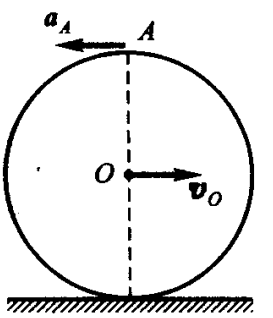
D. 若 $\boldsymbol{a}_A = \boldsymbol{a}_B$，则平面图形必为平移。

E. 若 $\boldsymbol{a}_A = -\boldsymbol{a}_B$，则当 $\varphi < 90°$时运动是不可能的，当 $\varphi \geqslant 90°$时运动是可能的。

【9－134】 半径为 R 的圆轮在水平直线轨道上运动，已知图示瞬时圆轮角加速度 $\alpha = 0$，轮心速度 $\boldsymbol{v}_O$（水平向右），轮最高点 A 的加速度 $\boldsymbol{a}$（水平向左）。则该瞬时圆轮的角速度为（　　），O 点加速度的大小为（　　），方向为（　　），为什么？



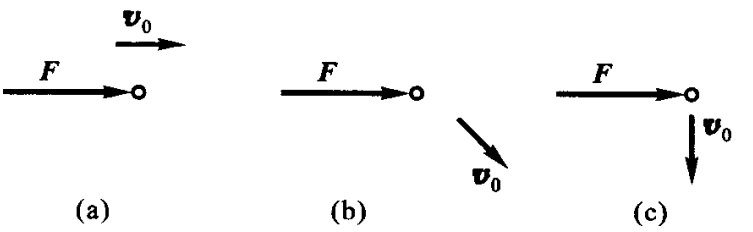
题 9－133 图



题 9－134 图

第十章　质点动力学的基本方程

【10－1】　三个质量相同的质点，在某瞬时的速度分别如图所示，若对它们作用了大小、方向相同的力 F，问质点的运动情况是否相同？



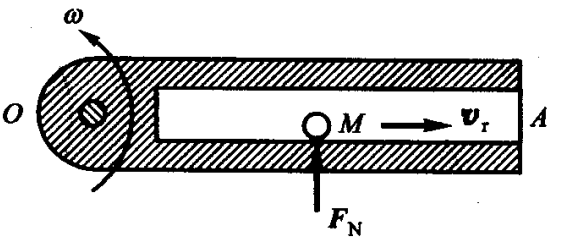
题 10－1 图

【10－2】　质点在空间运动，已知作用力。为求质点的运动方程需要几个初始条件？在平面内运动呢？沿给定的轨道运动呢？

【10－3】　某人用枪瞄准了空中一悬挂的靶体。如在子弹射出的同时靶体开始自由下落，不计空气阻力，问子弹能否击中靶体？

【10－4】　假定地球是一个纯圆球，同样的物体在赤道、南北极以及其他位置的重力是否相等？铅垂线是否沿地球表面的法线？

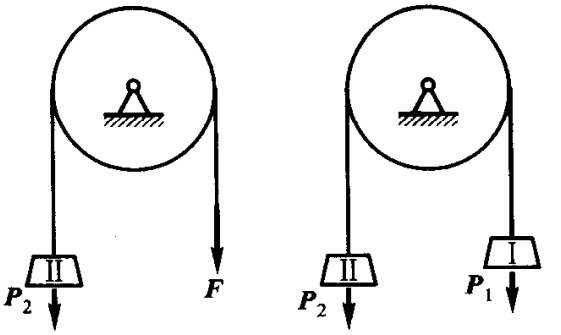
【10－5】　如图所示，管 OA 内有一小球 M，管壁光滑，初始时小球静止。当管 OA 在水平面内绕轴 O 转动时，小球为什么向管口运动？如 ω 为常数，管壁水平侧压力 F_N 等于多少？如用细绳连接 OM 以拉住小球，F_N 又等于多少？



题 10－5 图

【10－6】　如图所示，绳拉力 $F=2$ kN，物重 $P_2=1$ kN，$P_1=2$ kN。若滑轮质量不计，问在图中(a)、(b)两种情况下，重物Ⅱ的加速度是否相同？两根绳中的

张力是否相同?



(a) (b)

题 10-6 图

【10-7】 凡是作匀速运动的质点都不受到力的作用,对否?

【10-8】 质点运动状态的改变,不仅决定于作用于质点上的力,对否?

【10-9】 二自由质点,仅其运动微分方程相同,还不能肯定其运动规律相同,对否?

【10-10】 只要知道作用在质点上的力,那么质点在任一瞬时的运动状态就完全确定了,对否?

【10-11】 在同一地点、同一坐标系内,以相同大小的初速度$\boldsymbol{v}_0$斜抛两质量相同的小球,若不计空气阻力,则两者的运动微分方程一定相同,对否?

【10-12】 已知质点的质量和作用于质点的力,质点的运动规律就完全确定,对否?

【10-13】 质点在常力作用下,一定作匀加速直线运动,对否?

【10-14】 一小车在力 $\boldsymbol{F}$ 作用下沿 x 轴正向运动,其初速度为 $v_0>0$,如力 $\boldsymbol{F}$ 的方向与 x 轴正向一致,大小随时间减小,则小车的速度也是随时间逐渐减小的,对否?

【10-15】 一个质点只要有运动,就一定有力的作用,而且运动的方向就是它受力的方向,对否?

【10-16】 同一运动质点,在不同的惯性参考系中运动,其运动的初始条件是不同的,对否?

【10-17】 在同一地点、同一坐标系内,以相同大小的初速度 v_0 斜抛两质量相同的小球,若不计空气阻力,则它们落地时速度的大小相同,对否?

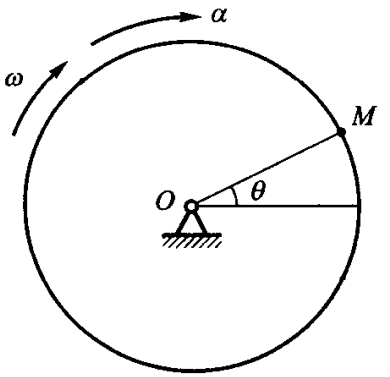
【10-18】 质点的运动方向一定是合外力的方向,质点的加速度方向一定是合外力的方向对否?

【10-19】 质点受到的力越大,运动的速度也一定越大,对否?

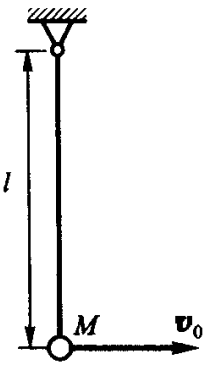
【10-20】 在惯性参考系中,不论初始条件如何变化,只要质点不受力的作用,则该质点应保持静止或匀速直线运动状态,对否?

【10-21】 在一水平放置的、不计质量的圆盘边缘上固结一质量为 m 的质点 M，圆盘以角速度 ω，角加速度 α 绕轴 O 转动，则系统在图示位置轴 O 处约束力为_____（须在图上画出该力）。

【10-22】 质量 $m=2$ kg 的重物 M 挂在长 $l=0.5$ m 的细绳下端，重物受到水平冲击后获得了速度 $v_0=5$ m/s，则此时绳子的拉力等于_____。



题 10-21 图



题 10-22 图

【10-23】 竖直上抛一质量为 m 的小球 A. 假设空气阻力 F_R 与速度 v 的一次方成正比，即 $F_R=-\mu v$，其中 μ 为阻力常数。选取如图所示坐标轴，则小球 A 的运动微分方程为(　　)。

A. $m\ddot{x}=-mg-\mu\dot{x}$（上升阶段），$m\ddot{x}=-mg+\mu\dot{x}$（下降阶段）

B. $m\ddot{x}=-mg-\mu\dot{x}$（上升阶段），$m\ddot{x}=mg-\mu\dot{x}$（下降阶段）

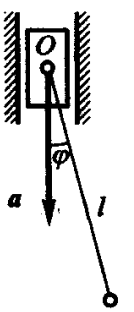
C. $m\ddot{x}=-mg-\mu\dot{x}$（上升或下降阶段）

D. $m\ddot{x}=mg+\mu\dot{x}$（上升阶段），$m\ddot{x}=mg-\mu\dot{x}$（下降阶段）

【10-24】 如图所示单摆，摆杆长为 l，小球质量为 m，其悬挂点 O 以匀加速度 a 向下运动。则当单摆相对静止时，摆杆的内力为(　　)。

A. 0　　B. $m(g-a)\cos\varphi$　　C. $mg\cos\varphi$　　D. $m(g+a)\cos\varphi$

题 10-23 图

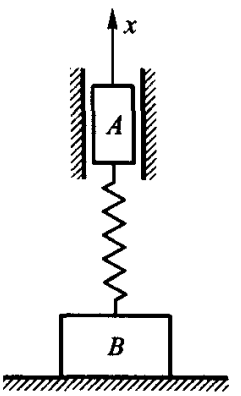


题 10-24 图

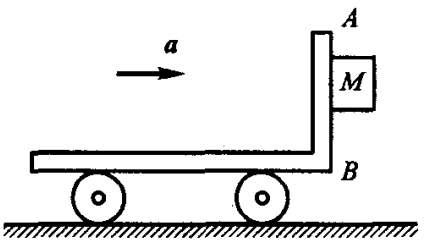
【10-25】 物块 A 和 B 的质量分别为 m_A 和 m_B，两物块间用一不计质量的弹簧连接，如图所示。设物块 A 的铅直运动规律为 $x=x_0\sin\omega t$（其中 x_0，ω 为常量），物块 B 保持静止在水平面上。则在物块 A 运动过程中，水平面所受压力的

大小为_____。

【10-26】 小车 AB 的侧面铅直，物块 M 与小车间的静摩擦因数为 f_s。若使物块 M 不致下落，则小车的运动加速度 a 的大小应满足_____。

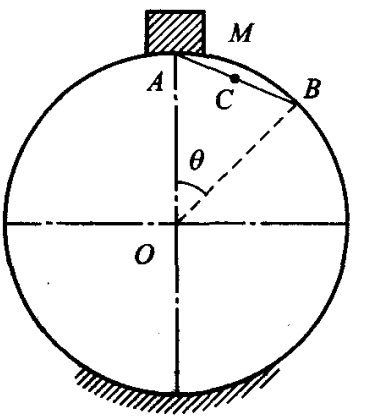


题 10-25 图



题 10-26 图

【10-27】 如图所示，质量为 m 的质点 M 沿圆上的弦 AB 运动，此质点受一指向圆心 O 的吸引力 F 作用，力 F 的大小与质点 M 到点 O 的距离成反比，比例常数为 k。开始时，质点 M 处于图示 A 点位置，初始速度为零。已知圆的半径为 R，点 O 到 AB 弦的距离为 h，则质点经过弦 AB 的中心 C 时的速度大小为_____。



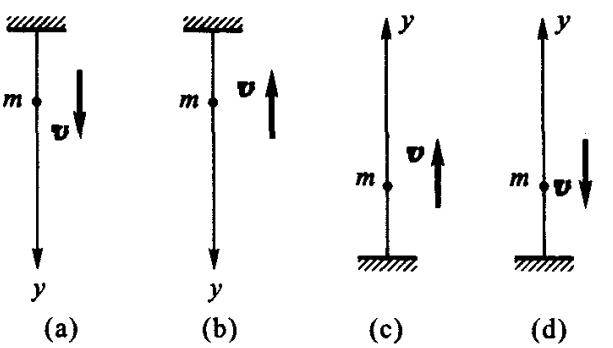
题 10-27 图

【10-28】 质量为 m 的小球，沿铅垂方向运动，受介质阻力 $F_R = -kv$（k 为常数）作用。当小球上升或下降时，在图示四种情况下质点的运动微分方程分别为：

图(a)_____。

图(b)_____。

图(c)_____。



题 10-28 图

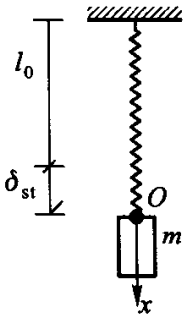
图(d)_____。

【10-29】 已知物体的质量为 m，弹簧的刚度为 k，原长为 l_0，静伸长为 δ_{st}，则对于以弹簧静伸长末端为坐标原点、铅直向下的坐标 Ox，$x_0 = \delta_{st} + x$ 为弹簧变形量，重物的运动微分方程为____。

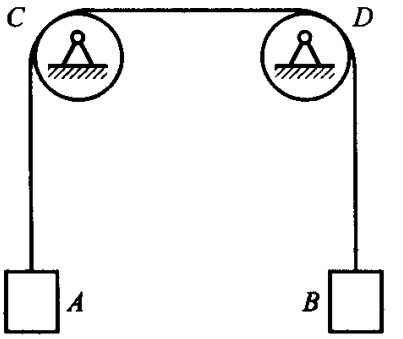
A. $m\ddot{x} = mg - kx_0$　B. $m\ddot{x} = kx_0$　C. $m\ddot{x} = -kx$　D. $m\ddot{x} = mg + kx_0$

【10-30】 已知 A 物重 $P_1 = 20$ N，B 物重 $P_2 = 30$ N，不计滑轮 C，D 质量，并略去各处摩擦，则绳水平段的拉力为____。

A. 30 N　B. 20 N　C. 16 N　D. 24 N



题 10-29 图



题 10-30 图

【10-31】 求解质点动力学问题时，质点的初始条件是用来____。

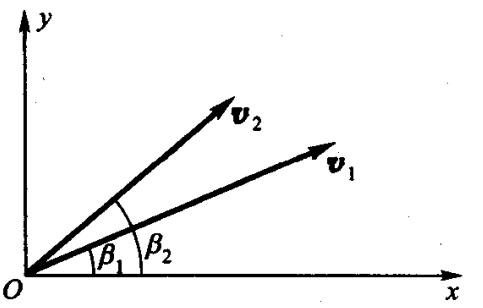
A. 分析力的变化规律　　B. 建立质点运动微分方程

C. 确定积分常数　　D. 分离积分变量

【10-32】 在某地以相同大小的初速度（$v_1 = v_2$），不同发射角斜抛两个质量相同的小球，若空气阻力不计，对选定的坐标系 Oxy，两小球的运动微分方程____，运动的初始条件____，落地时速度的方向____。

A. 相同。

B. 不同。



题 10-32 图

【10-33】 质量为 m 的物体自高 H 处水平抛出，运动中受到与速度一次方成正比的空气阻力 $\boldsymbol{F}_R = -km\boldsymbol{v}$，$k$ 为常数。则其运动微分方程为____。

A. $m\ddot{x} = -km\dot{x}$，$m\ddot{y} = -km\dot{y} - mg$

B. $m\ddot{x} = km\dot{x}$，$m\ddot{y} = km\dot{y} - mg$

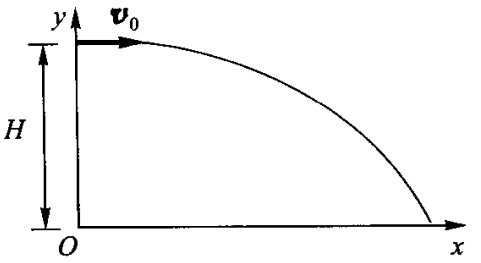
C. $m\ddot{x} = -km\dot{x}$，$m\ddot{y} = km\dot{y} - mg$

D. $m\ddot{x} = km\dot{x}$，$m\ddot{y} = -km\dot{y} + mg$

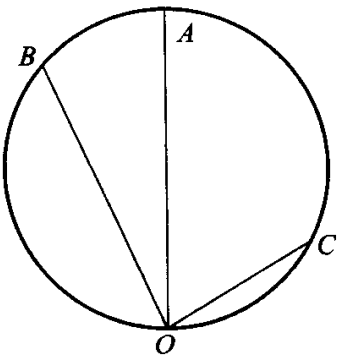
【10-34】 在铅直面内的一块圆板上刻有三道直槽 AO，BO，CO，三个质量

相等的小球 M_1，M_2，M_3 在重力作用下自静止开始同时从 A，B，C，三点分别沿各槽运动，不计摩擦，则____到达 O 点。

A. M_1 小球先　B. M_2 小球先　C. M_3 小球先　D. 三球同时



题 10－33 图



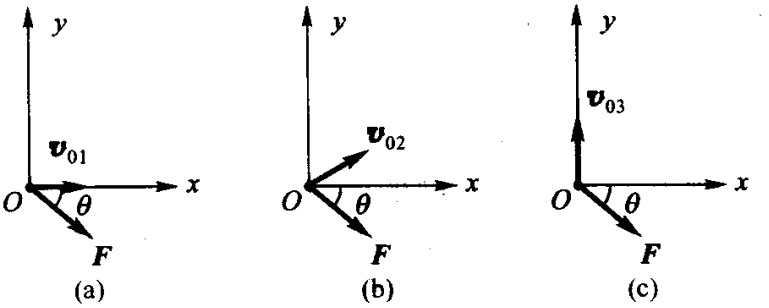
题 10－34 图

【10－35】 三个质量相同的质点，在相同的力 F 作用下。若初始位置都在坐标原点 O（如图所示），但初速度不同，则三个质点的运动微分方程____三个质点的运动方程____。

A. 相同　　B. 不同

C. (b)，(c)相同　　D. (a)，(b)相同

E. (a)，(c)相同　　F. 无法确定



题 10－35 图

【10－36】 距地面高为 H 的质点 M，具有水平初速度 v_0，则该质点落地时的水平距离 l 与____成正比。

A. H　　B. $\sqrt{H}$　　C. H^2　　D. H^3

【10－37】 若不计空气阻力，自由下落的石块与以一定初速水平抛出的石块相比，哪一个下落加速度较大？为什么？

【10－38】 已知月球表面上重力加速度为地球表面重力加速度的六分之一。问：

在地球上体重 600 N 的人，在月球表面上使用地球上用的天平和砝码称这个人的重量是多少？用弹簧秤称呢？

【10－39】 电梯里放一重物，试比较在下述几种情况下，重物对地板压力的

大小：

A. 电梯静止不动。

B. 电梯匀速上升。

C. 电梯加速上升(加速度大小为 a)。

D. 电梯减速上升(加速度大小为 a)。

E. 电梯匀速下降。

F. 电梯加速下降(加速度大小为 a)。

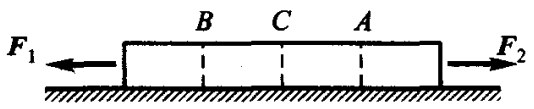
G. 电梯减速下降(加速度大小为 a)。

【10-40】 重为 $\boldsymbol{P}$ 的重物，放在倾角为 θ 的斜面上，其间动滑动摩擦因数为 f，重物以加速度 $\boldsymbol{a}$ 沿斜面向下滑动。现在，在此物块上又焊接一重为 $\boldsymbol{P}$ 的重物。问：

(1) 焊接物块前与焊接物块之后，物块与斜面间动滑动摩擦力大小是否相同？

(2) 焊接物块前与焊接物块之后，重物向下滑动的加速度是否相同？

【10-41】 匀质杆置于光滑水平面上，两端分别作用拉力 $\boldsymbol{F}_1$ 和 $\boldsymbol{F}_2$，并且 $F_1 > F_2$，如图所示。问：



题 10-41 图

(1) A 与 B 两处截面上，哪个截面张力较大？

(2) 任意截面处张力的大小与杆的密度是否有关？

(3) C 处截面的张力等于多少？

【10-42】 两个运动的质量相同的质点，初始速度大小相同，但方向不同。如果任意时刻两个质点所受外力大小、方向都完全相同，问下述各说法对吗？

A. 任意时刻两质点的速度大小相同。

B. 任意时刻两质点的加速度相同。

C. 两质点运动轨迹形状相同。

D. 两质点的切向加速度相同。

【10-43】 甲站在地面上以初速 $\boldsymbol{v}_0$ 抛一个球给在另一位置固定站立的乙。在球的初速度大小 $\boldsymbol{v}_0$ 不变的条件下，问下述说法是否正确：

A. 甲必须以某一唯一确定的角度抛出球。

B. 甲可以按某两个不同角度中的任一个角度抛出球。

C. 可供甲选择的抛出角度是无限多的。

【10-44】 设空气阻力与抛射体的速度平方成正比，试写出物体铅直向上、铅垂向下及倾斜抛射三种情况下的运动微分方程。

【10-45】 假设地球的引力增加一倍，问下列现象是否变化？

(1) 单摆的振动周期。

(2) 弹簧质量系统的振动周期。

(3) 轮船的吃水线。

(4) 重物沿粗糙斜面向下滑动的加速度。

【10-46】 火车在加速运动时,水箱中的水面是否保持水平?应该是什么形状?试说明将水箱分成许多隔层的优点。

【10-47】 两个质点,质量相同,初始速度的大小和方向也完全相同,以后任何瞬时的速度大小都相同。试判断下述说法是否正确:

A. 任何瞬时,这两个质点的切向加速度大小必相同。

B. 任何瞬时,这两个质点受力大小必相同。

C. 这两个质点的运动方程一定相同。

【10-48】 两个质量相同的质点,沿相同的圆周运动,其中受力较大的质点_____。

A. 切向加速度一定较大　　B. 法向加速度一定较大

C. 全加速度一定较大　　D. 不能确定加速度是否较大

【10-49】 两个不同半径的圆形轨道光滑连接(连接点是两圆的切点)。一质点在一大小不变的切向力作用下沿此轨道运动。问:

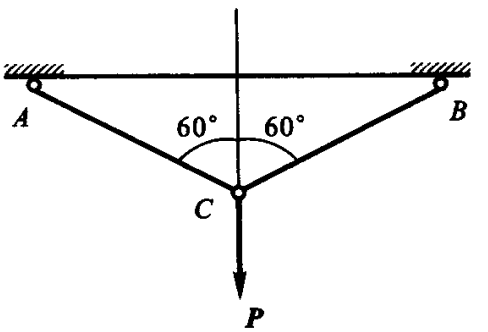
(1) 点的速度-时间曲线是否是光滑曲线?

(2) 点的加速度-时间曲线是否是光滑曲线?

【10-50】 图中小球 C 重 P,由绳索 AC,BC 悬挂处于静止。此时由静力学可求得绳的张力 $F_{AC}=F_{BC}=P$。现将 BC 绳突然剪断,试判断在刚剪断瞬时下述各说法正确的是(　　)。

A. 在该瞬时,仍然有 $F_{AC}=P$　　B. 在该瞬时,$F_{AC}>P$

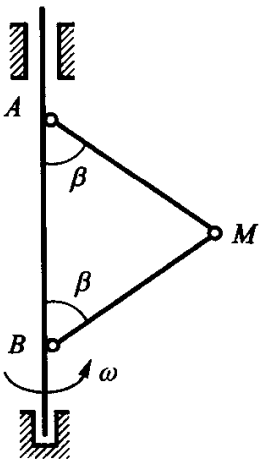
C. 在该瞬时,$F_{AC}<P$　　D. 在该瞬时,$F_{AC}=0$



题 10-50 图

【10-51】 图示球 M 重 P,由两根无重杆 AM 及 BM 支承,且 $AM=BM$。系统以角速度 ω 绕铅直轴 AB 旋转,如图所示。下述各说法正确的是(　　)。

A. 两杆内力大小相等,即 $F_{AM}=F_{BM}$　B. $F_{AM}>F_{BM}$　C. $F_{AM}<F_{BM}$



题 10－51 图

【10－52】 在真空中，水平或斜抛出的物体运动可分解为两个运动：一个是水平运动，一个是铅直运动，且这两个运动互不影响。如果计入空气阻力，并且阻力与速度平方成正比，在物体落地前，问：

（1）水平方向的运动微分方程是否可写为：$m\ddot{x} = -\lambda\dot{x}^2$。

（2）物体在铅直方向的运动是否影响水平方向的运动？水平方向的运动是否也影响铅直方向的运动？

【10－53】 在距地面同一高度上，有两个相同的物体。在同一时刻，甲物体开始自由下落，而乙物体以较高的速度沿水平方向射出。试就下述情况回答，哪一个物体先着地？

（1）不计空气阻力。

（2）空气阻力与速度的一次方成比例。

（3）空气阻力与速度的平方成比例。

第十一章　动量定理

【11－1】　质点系的内力不能改变质点系的动量，也不能改变每一质点的动量，对否？

【11－2】　质点系的外力能改变质点系的动量，也能改变每一质点的动量，对否？

【11－3】　质点系的动量与外力的主矢有关，若外力的主矢为零，质点系动量的大小不变，质点系中每个质点的动量的大小与方向也不变，对否？

【11－4】　质点系的动量为零，质点系中各质点的动量必为零；质点系中各质点的动量为零，质点系的动量必为零；对否？

【11－5】　质点系只受力偶作用，则质点系的总动量与各质点的动量均不变，对否？

质点系只受力偶作用，则质点系质心的运动状态与各质点的运动状态不变，对否？

【11－6】　质点系的总动量为零，该质点系就一定处于静止状态，对否？能否举出不处于静止状态的例子来？

【11－7】　质点系的总动量为零，该质点系就可能处于静止状态，对否？能否举出处于静止状态的例子来？

【11－8】　质点系总动量的方向一定是外力主矢的方向，对否？

【11－9】　质点系的总动量一定大于其中任一质点的动量。

【11－10】　两质点 A，B 的质量相同，在同一瞬时的速度分别为 v_A，v_B，且 $v_A = v_B$，则两质点的动量一定相同，对否？

【11－11】　在通常情况下，动量中的速度是相对什么坐标系的速度？

【11－12】　质点系动量守恒时，其质心和各质点一定不动，对否？

【11－13】　三根相同的均质杆分别用细绳悬挂，使质心在同一水平线上，且使一杆水平，一杆铅直，一杆倾斜，若同时剪断三根绳，使其自由下落，不计空气阻力，问三根杆质心的运动规律是否相同？为什么？

【11－14】 一大气球下悬吊一软梯，软梯上爬有一人，系统初始静止。当此人沿软梯向上爬时，气球怎样运动？为什么？

*【11－15】 一大气球下悬吊一软梯，质量为 m_1，软梯上爬有一人，质量为 m_2，系统在浮力 $\boldsymbol{F}$ 作用下加速上升，若人以相对软梯的加速度 $\boldsymbol{a}_r$ 上升，则气球的加速度如何？

【11－16】 冲量是力在一段时间内对物体的累积效应，是否经过的时间越长，变力的冲量就一定越大？

【11－17】 在一段时间内，变力的冲量为零，则该变力也一定为零。

【11－18】 物体 A，B 的重量相同，在同一时间间隔内，物体 A 沿水平方向移动距离 s，物体 B 沿铅直方向移动距离也为 s，两物体重力的冲量是否相同？两物体重力的功是否相同？

【11－19】 物体一直静置于水平面上，物体的动量为零，则物体重力的冲量也为零。

*【11－20】 在理想光滑水平轨道上，单独有一车厢，初始静止，一人在车厢的一端沿水平方向发射一子弹后，有四种情况发生：

(1) 子弹碰到车厢另一端时落下。

(2) 车厢壁较厚，子弹射入车厢壁经 Δt 时间停在车厢壁内。

(3) 子弹穿透车厢。

(4) 子弹反射弹回。

在以上四种情况下，车厢的动量如何变化？子弹的动量如何变化？整个系统的动量如何变化？整个系统的质心如何变化？车厢如何运动？

*【11－21】 在理想光滑水平轨道上，单独有一车厢，车厢作匀速直线运动，一人在车厢的一端沿水平方向发射一子弹后，有四种情况发生：

(1) 子弹碰到车厢另一端时落下。

(2) 车厢壁较厚，子弹射入车厢壁经 Δt 时间停在车厢壁内。

(3) 子弹穿透车厢。

(4) 子弹反射弹回。

在以上四种情况下，车厢的动量如何变化？子弹的动量如何变化？整个系统的动量如何变化？整个系统的质心如何变化？车厢如何运动？

【11－22】 质点系的动量 $\boldsymbol{p}=\sum m_i\boldsymbol{v}_i$，又 $\boldsymbol{p}=m\boldsymbol{v}_C$，那么，能否说质点系的动量作用在质心上？力需要考虑其作用点，考虑质点系的动量时，用不用考虑其作用点？

【11－23】 质点系所受的外力(不是指主矢)不同，则动量的变化率必不相同，对吗？

【11－24】 质点系只要受到外力作用，则在任何方向动量均不守恒，对吗？

【11－25】 只要质点系外力的冲量为零，则质点系的动量必时时相等，对吗？

【11－26】 两质点系的质量分别为 m_1，m_2，在同一瞬时质心速度的大小分别为 v_{C1}，v_{C2}，则（　　）。

A．当 $m_1 = m_2$，$v_{C1} = v_{C2}$ 时，两质点系的动量必定相等

B．当 $m_1 = m_2$，$v_{C1} \neq v_{C2}$ 时，两质点系的动量必定不相等

C．当 $m_1 \neq m_2$，$v_{C1} = v_{C2}$ 时，两质点系的动量有可能相等

D．当 $m_1 \neq m_2$，$v_{C1} \neq v_{C2}$ 时，两质点系的动量有可能相等

【11－27】 质点系动量定理的导数形式为 $\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{p}}{\mathrm{d}t} = \sum \boldsymbol{F}_i^{(e)}$，积分形式为 $\boldsymbol{p}_2 - \boldsymbol{p}_1 = \sum \int_{t_1}^{t_2} \boldsymbol{F}\mathrm{d}t$，则（　　）。

A．导数形式和积分形式均可在自然轴上投影

B．导数形式和积分形式均不可在自然轴上投影

C．导数形式能在自然轴上投影，积分形式不能在自然轴上投影

D．导数形式不能在自然轴上投影，积分形式可在自然轴上投影

【11－28】 质点系动量定理的微分形式为 $\mathrm{d}\boldsymbol{p} = \sum \boldsymbol{F}_i^{(e)}\mathrm{d}t$，式中 $\sum \boldsymbol{F}_i^{(e)}\mathrm{d}t$ 指的是（　　）。

A．所有主动力的元冲量的矢量和

B．所有约束力的元冲量的矢量和

C．所有外力的元冲量的矢量和

D．所有内力的元冲量的矢量和

【11－29】 质点系质心在某轴上的坐标不变，则（　　）。

A．作用于质点系上所有外力的矢量和必恒等于零

B．质点系质心的初速度必为零

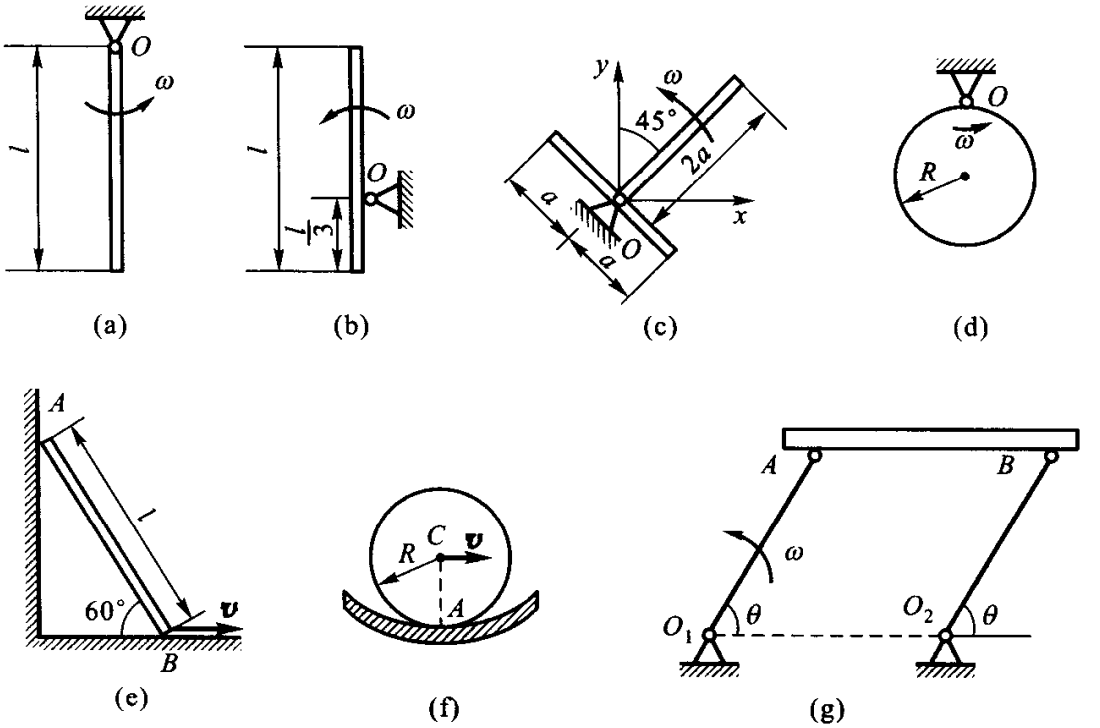
C．质点系各质点的初速度在此轴的分速度必为零

D．开始时质心的初速度并不一定等于零，但质点系上所有外力在此轴上投影的代数和必恒等于零

【11－30】 图(a)，(b)，(c)，(d)，(e)，(f)中各均质物体的质量均为 m，图(g)中 $O_1A \parallel O_2B$，且不计杆 O_1A，O_2B 的质量，杆 AB 的质量为 m，求各物体动量的大小。

求各物体动量的大小与求各物体的动量有无区别？此题若要求各物体的动量，又该如何求？

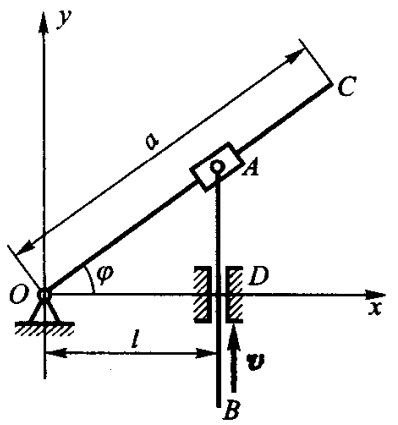
【11－31】 图示平面机构中，均质杆 AB 质量为 m_1，长为 $2l$，以匀速度 $\boldsymbol{v}$ 向上运动。均质摇杆 OC 长为 a，质量为 m_2，滑块 A 的质量为 m_3，若设 $m_1 = m_2 =$



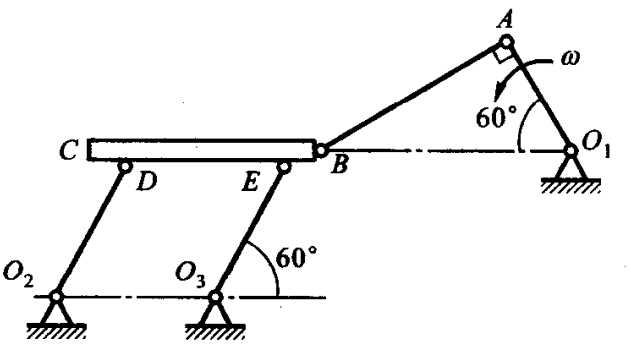
题 11 - 30 图

$m_3 = m$，$\varphi = 45°$，求图示瞬时系统的动量。

【11 - 32】 图示平面机构中，均质曲柄 O_1A 长为 l，质量为 m_1，角速度为 ω；均质杆 AB 质量为 m_2，BC 板质量为 m_3，均质杆 O_2D，O_3E 长均为 l，且始终平行，质量均为 m_4。若设 $m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = m$，求图示瞬时系统的动量。



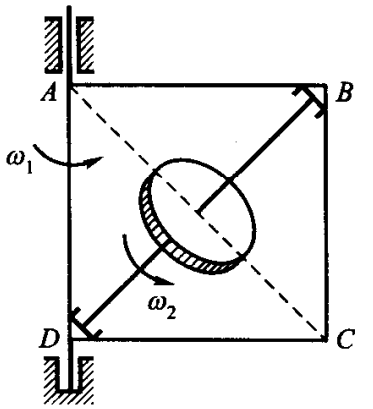
题 11 - 31 图



题 11 - 32 图

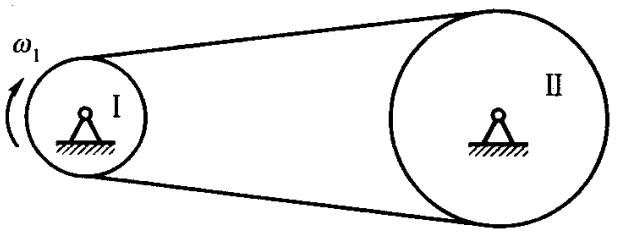
【11 - 33】 均质正方形框架 $ABCD$ 的质量为 m_1，边长为 l，以角速度 ω_1 绕定轴 AD 转动。框架中心有一均质圆盘，质量为 m_2，半径为 r，以角速度 ω_2 绕对角线 BD 转动，如图所示。则此系统的动量为多少？

【11 - 34】 图示轮Ⅰ，Ⅱ为均质圆盘，质量分别为 m_1，m_2，半径分别为 R_1，R_2，胶带为均质，总质量为 m_3。轮Ⅰ的角速度为 ω_1，此系统的动量为多少？若轮的转速、系统的质量有变化，系统的动量有无改变？

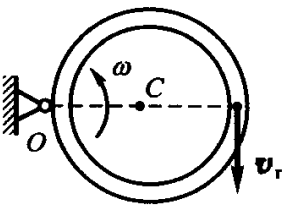


题 11－33 图

【11－35】 半径为 R，质量为 m 的均质细圆环绕水平轴 O 以角速度 ω 转动，圆环内充满同一种液体，液体总质量也为 m，以大小不变的相对速度 $\boldsymbol{v}_r$ 在环内顺时针方向流动，求 OC 处于水平位置时，系统的动量。并问系统的动量与液体的流动有无关系。

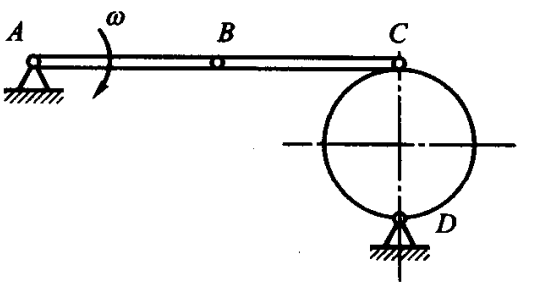


题 11－34 图



题 11－35 图

【11－36】 质量皆为 m 的均质细杆 AB，BC 和均质圆盘位于铅垂平面内，$AB = BC = CD = 2R$，图示瞬时，A，B，C 处于同一水平线上，CD 铅直，AB 杆以匀角速度 ω 绕轴 A 转动，该瞬时 BC 杆的速度瞬心为点 C，圆盘不动，AB，BC 杆的动量分别为 $mR\omega$（↓），则系统的动量等于 $2mR\omega$（↓）。而此时 AB，BC 杆的质心位于点 B，其速度为 $2R\omega$，且 AB，BC 杆的质量为 $2m$，若动量按 $\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}_C$ 计算，则系统的动量等于 $4mR\omega$（↓），这样计算对不对，为什么？



题 11－36 图

【11－37】 炮弹飞出炮膛后，如无空气阻力，质心沿抛物线运动。炮弹爆炸后，质心运动规律不变，若有一弹片落地后，质心是否还沿原抛物线运动？为什么？

【11－38】 在光滑的水平面上放置一静止的均质圆盘，当它受一力偶作用时，盘心将如何运动？盘心运动的情况与力偶作用的位置是否有关？如果盘面内受一大小和方向都不变的力作用，盘心将如何运动？盘心运动的情况与此力的作用点是否有关？

【11－39】 两物块 A 和 B，质量分别为 m_A 和 m_B，初始均静止。如物块 A 沿斜面下滑的速度为 $\boldsymbol{v}_A$，物块 B 向左的速度为 $\boldsymbol{v}_B$，如图所示，则系统的动量

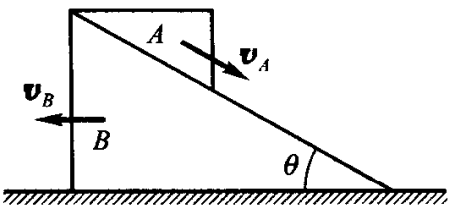
$$\boldsymbol{p} = m_B \boldsymbol{v}_B + m_A \boldsymbol{v}_A$$

对吗？

若接触面均光滑，据动量守恒定律，有

$$m_A v_A \cos\theta = m_B v_B$$

对吗？



题 11－39 图

【11－40】 质量为 m_1 的人在质量为 m_2 的小车上，以相对速度 $\boldsymbol{v}_r$ 在小车上作直线运动。设小车与地面无摩擦，系统初始静止。则，因为水平方向动量守恒，有

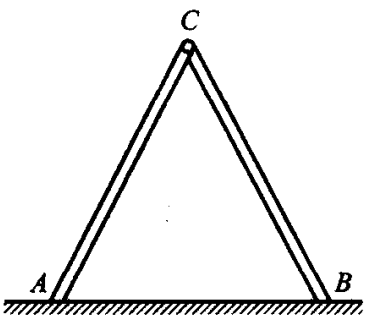
$$m_1 v_r + m_2 v = 0$$

所以

$$v = -\frac{m_1}{m_2} v_r$$

这样计算对吗？为什么？

【11－41】 两均质直杆 AC 和 CB，长度相同，质量分别为 m_1 和 m_2。两杆在点 C 用铰链连接，初始时维持在铅垂面内不动，设地面绝对光滑，两杆被释放后将分开倒向地面。问 m_1 和 m_2 相等与不相等时，点 C 运动轨迹是否相同？



题 11－41 图

【11－42】 A，B，C 三个物体的重量均为 $\boldsymbol{P}$，在同一时间间隔内，物体 A 水平移动距离 s 米，物体 B 铅垂下落 s 米，物体 C 铅直上升 s 米。这三个物体的重力在此时间内的冲量是否相同？为什么？

【11－43】 判断下述各说法是否正确：

A. 在某段时间内，若冲量为零，则力一定为零。

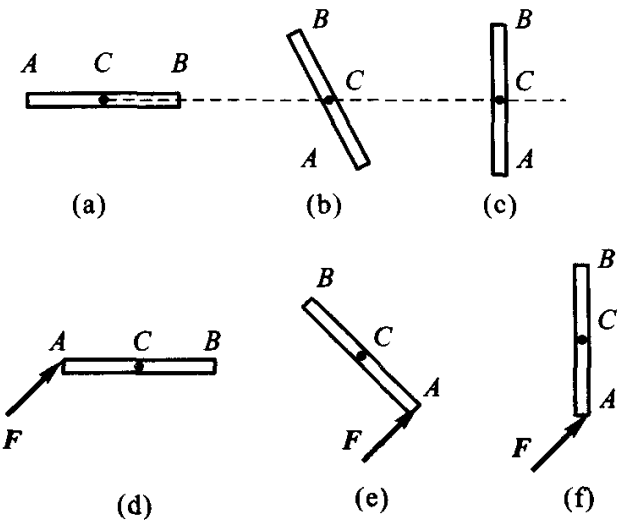
B. 在某一大小、方向均不变的力作用下，时间越长，冲量越大。

C. 由 $\boldsymbol{I} = \int_0^t \boldsymbol{F}\mathrm{d}t$，得冲量大小为：

$$I = |\boldsymbol{I}| = \int_0^t |\boldsymbol{F}|\,\mathrm{d}t$$

【11－44】 图(a)，(b)，(c)所示三根完全相同的均质杆，其质心在同一水平

线上，若同时自由释放此三根杆，三根杆质心的运动规律是否相同？图(d)，(e)，(f)所示三根完全相同的均质杆，其质心在同一水平线上，若同时在三根杆的点 A 加大小、方向完全相同的力 $\boldsymbol{F}$，三根杆质心的加速度是否相同？



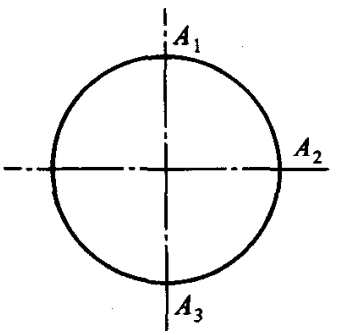
题 11－44 图

【11－45】 质量为 m 的质点 A 以匀速 $\boldsymbol{v}$ 沿圆周运动，如图所示。求在下列过程中质点所受合力的冲量：

(1) 质点由 A_1 运动到 A_2(四分之一圆周)。

(2) 质点由 A_1 运动到 A_3(二分之一圆周)。

(3) 质点由 A_1 运动一周后又返回到 A_1 点。



题 11－45 图

【11－46】 某质点的动量为：

$$\boldsymbol{p} = 3e^{-t} \times \boldsymbol{i} - 2\cos t \times \boldsymbol{j} - 3\sin 5t \times \boldsymbol{k}$$

求作用在质点上的力 $\boldsymbol{F}$。

【11－47】 动量守恒和质心运动守恒的条件为(　　)。

A. $\sum \boldsymbol{F}^{(e)} = 0$，或其投影式 $\sum F_x^{(e)} = 0, \sum F_y^{(e)} = 0, \sum F_z^{(e)} = 0$

B. $\sum \boldsymbol{I}^{(e)} = 0$，或其投影式 $\sum I_x^{(e)} = 0, \sum I_y^{(e)} = 0, \sum I_z^{(e)} = 0$

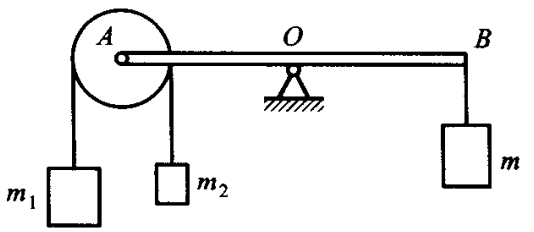
C. $\sum \boldsymbol{F}^{(e)} = 0$，或 $\sum \boldsymbol{I}^{(e)} = 0$ 都可以

【11－48】 质点系作任意运动，取质心为平移坐标系原点，第 i 个质点的质量为 m_i，其相对于动坐标系的速度为 $\boldsymbol{v}_{ir}$。则不论质点系作何种运动或受什么样的外力作用，其上所有质点相对运动的动量之矢量和一定为零，即 $\sum m_i \boldsymbol{v}_{ir} = 0$，对吗？为什么？

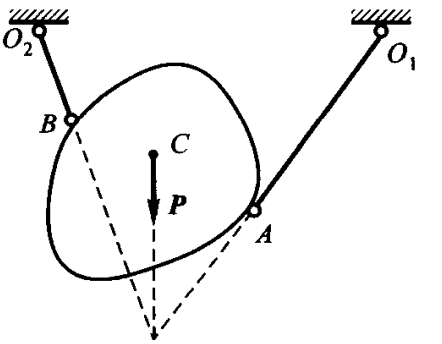
【11－49】 动量定理的微分形式和质心运动定理的公式可否在任意轴上投影？动量定理的积分形式是否也可在任意轴上投影？为什么？

【11－50】 图示杠杆长 $OA = OB$，滑轮、杠杆、绳的质量不计。滑轮两端通过绳索悬挂重物，且 $m_1 > m_2$，如图所示。欲使杠杆平衡，B 端的质量 m 应为下述哪种情况？（　　）

A. $m = m_1 + m_2$　B. $m > m_1 + m_2$　C. $m < m_1 + m_2$



题 11－50 图



题 11－51 图

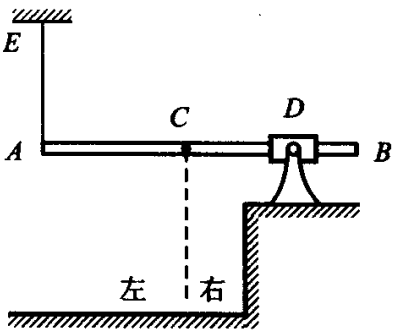
【11－51】 图示物体重心在点 C，重物由绳索 O_1A 与 O_2B 吊住，处于平衡。现将 O_2B 突然剪断，在剪断后的极短时间内，点 C 除向下运动外，是向左方运动还是向右方运动？为什么？

【11－52】 均质杆 AB 质心为 C，可在光滑槽中自由滑动，槽 D 可绕点 D 自由转动。图示位置 AB 水平，细绳 EA 拴住 A 端使系统静止。若剪断绳 EA，不计摩擦，在 A 端到达地面前，质心 C 将（　　）。

A. 沿铅直线（图中虚线）运动

B. 偏向铅直线左方运动

C. 偏向铅直线右方运动



题 11－52 图

【11－53】 作用在质点上的力的冲量和 $\sum \boldsymbol{I} \neq 0$，则质点的动量大小一定改变，对吗？

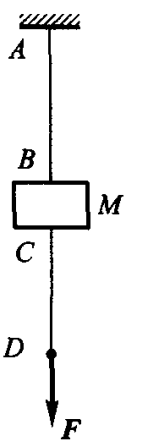
【11－54】 一个重为 $\boldsymbol{P}$ 的质点，在空中以速度 $\boldsymbol{v}$ 沿水平方向抛出。飞出 5 s 后，受到一个铅直向上、大小为 $5\boldsymbol{P}$ 的力作用，作用时间为 2 s，之后又自由飞行 3 s。不计空气阻力，则此时质点速度的大小和方向如何？

【11－55】 试直接用关于质点的牛顿第二定律 $m\boldsymbol{a}=\boldsymbol{F}$，推导出质点系的质心运动定理 $m\boldsymbol{a}_C=\sum\boldsymbol{F}_i$。

【11－56】 如图，绳索 AB 悬挂一重物 M，重物 M 下又吊一同样的绳索 CD。问在下述两种情况下，AB 与 CD 绳哪根先断？为什么？

(1) 在点 D 加铅垂向下的力 $\boldsymbol{F}$，此力由小到大，逐渐增加。

(2) 在点 D 突然加力，猛的向下一拉。



题 11－56 图

【11－57】 物体在月球上的重量是地球上重量的六分之一，问：

(1) 若一门大炮在地球上发射时，炮弹出口速度为 $\boldsymbol{v}$，那么，同一门大炮在月球上发射时其出口速度为多少？

(2) 同一高度，以同一初速度水平射出的子弹，经过相同的时间，不计空气阻力，落地之前，在地球上与月球上哪一个动量更大些(各指相对于地球与月球的动量)？

【11－58】 均质直杆 AB 直立在光滑的水平面上，A 端在上，B 端与水平面接触。当杆由铅直位置无初速度倒下时，杆端点 A 的轨迹是下述的哪一种？(　　)

A. 是一条直线段

B. 是一个四分之一的圆弧

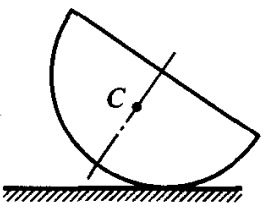
C. 是一个四分之一的椭圆弧

D. 是上述三种之外的一条曲线段

【11－59】 图示半圆柱质心位于点 C，放在水平面上。将其在图示位置无初速释放后，在下述两种情况下，质心将怎样运动？

(1) 圆柱与水平面间无摩擦。

(2) 圆柱与水平面间有很大的摩擦因数。



题 11－59 图

第十二章　动量矩定理

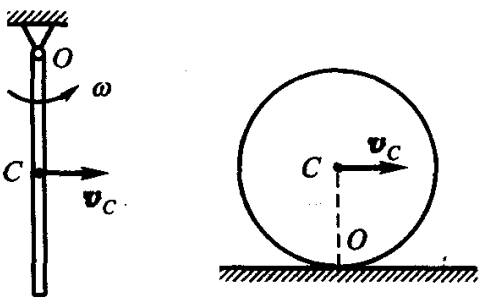
【12－1】　动量矩的计算和力矩的计算有何区别？若冲量取矩，是否叫冲量矩？动量矩、力矩、冲量矩的计算有何区别？

【12－2】　力矩有对点的矩(矢量)与对轴的矩(代数量)，且力对点的矩与对轴的矩之间有一定的关系。动量是否也有对点的矩与对轴的矩？动量对点的矩与对轴的矩是否也有类似的关系？

【12－3】　质点系的动量计算有简便计算公式 $\boldsymbol{p}=\sum m_i\boldsymbol{v}_i=m\boldsymbol{v}_C$，质点系的动量矩计算是否有简便计算公式 $\boldsymbol{L}_O=\sum \boldsymbol{r}_i\times m_i\boldsymbol{v}_i=\boldsymbol{r}_C\times m\boldsymbol{v}_C$？(式中 $\boldsymbol{r}_C$ 为质心到 O 点的矢径。)

【12－4】　图(a)中，均质杆的质量为 m，杆长为 l，质心 C 的速度为 $\boldsymbol{v}_C$，则对 O 点的动量矩为 $L_O=mv_C\cdot\dfrac{l}{2}$，对吗？

图(b)中，做纯滚动的均质圆盘的质量为 m，半径为 R，质心 C 的速度为 $\boldsymbol{v}_C$，则对地面上 O 点的动量矩为 $L_O=mv_C\cdot R$，对吗？



题 12－4 图

【12－5】　在推导动量矩定理和使用动量矩定理时，为什么要强调对固定点或固定轴？对任意动点(或动轴)，能否使用常写常用的动量矩定理的形式？

【12－6】　在平面问题中力对点的矩，空间问题中力对轴的矩均是代数量，习惯规定逆时针为正，顺时针为负。在动量矩的计算中，若动量矩为代数量，特

别是对轴的动量矩，如何规定其正负号？是否和力矩正负号规定一样？

【12－7】 某质点系对空间任一固定点的动量矩都完全相同，且不为零，这种情况可能吗？为什么？试举出一例。

【12－8】 质点系对某 O 点的动量矩为 $\boldsymbol{L}_O = \sum \boldsymbol{r}_i \times m_i \boldsymbol{v}_i$，则(　　)。

A．$\boldsymbol{L}_O$ 是瞬时量

B．$\boldsymbol{L}_O$ 是定位(点)矢量

C．O 点必须是固定点

D．O 点可以是任意点

【12－9】 计算题 11－30 中图(a)，(b)，(c)，(d)中各物体对其转轴 O 的动量矩，对图(e)，(f)，(g)中的物体，能否计算且如何计算其动量矩？

【12－10】 能否计算且如何计算题 11－31 中整个系统对 O 点的动量矩？

【12－11】 能否计算且如何计算题 11－32 中整个系统对 O_1(或 O_2，O_3)点的动量矩？

【12－12】 质点系动量矩定理的数学表达式为 $\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{L}_O}{\mathrm{d}t} = \sum \boldsymbol{M}_O(\boldsymbol{F}_i^{(e)})$，则(　　)。

A．O 点必须是固定点

B．O 点可以是任意点

C．O 点可以是固定点，也可以是任意点

D．O 点可以是固定点，也可以是质心

【12－13】 对物体系使用动量矩定理，是对整体使用动量矩定理方便还是分别对每一个物体使用动量矩定理方便？而使用刚体绕定轴转动微分方程呢？

【12－14】 为什么给出了动量定理的积分形式 $\boldsymbol{p}_2 - \boldsymbol{p}_1 = \boldsymbol{I}$，而动量矩定理一般只给出了微分形式 $\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{L}_O}{\mathrm{d}t} = \sum \boldsymbol{r}_i \times \boldsymbol{F}_i^{(e)}$，而不给积分形式？

【12－15】 质点对某固定点 O 的动量矩矢量表达式为

$$\boldsymbol{L}_O = 6t^2\boldsymbol{i} + (8t^3 + 5)\boldsymbol{j} - (t - 7)\boldsymbol{k}$$

则作用于此质点上的力对固定点 O 点的力矩等于什么？

【12－16】 非均质圆盘沿固定水平面做纯滚动，在应用动量矩定理时，则(　　)。

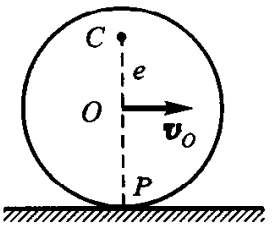
A．可对圆心 O 用动量矩定理

B．可对质心 C 用动量矩定理

C．可对速度瞬心 P 用动量矩定理

D．对 P 点或 C 点用动量矩定理均可

【12－17】 系统的动量守恒，则动量矩也必定守恒，对吗？系统的动量矩守

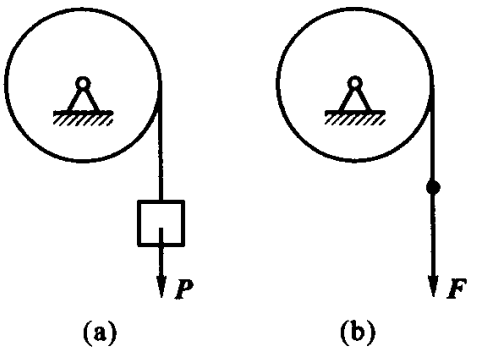


题 12 - 16 图

恒，则动量也必定守恒，对吗？

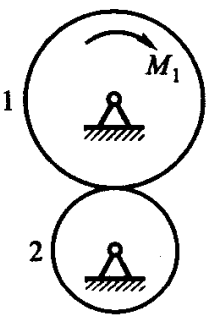
【12 - 18】 系统的动量矩守恒，则每一质点的动量矩都一定保持不变，对吗？

【12 - 19】 图示两个完全相同均质轮，图(a)中绳的一端挂一重物，重量等于 P，图(b)中绳的一端受拉力 F，且 $F = P$，问两轮的角加速度是否相同？绳中的拉力是否相同？为什么？



题 12 - 19 图

【12 - 20】 图示系统中，均质轮对质心的转动惯量分别为 J_1，J_2，则轮 1 的角加速度 $\alpha_1 = \dfrac{M_1}{J_1 + J_2}$，对不对？



题 12 - 20 图

【12 - 21】 细绳跨过不计轴承摩擦的不计质量的滑轮，一只猴沿绳的一端向上爬动。另一端系一砝码，与猴同重。开始时系统静止，问砝码将如何运动？

【12 - 22】 细绳跨过不计轴承摩擦的不计质量的滑轮，两猴质量相同，初始静止在无重绳上，离地面高度相同。若两猴同时开始向上爬，且相对绳的速度大

小可以相同也可以不相同，问站在地面看，两猴的速度如何？在任一瞬时，两猴离地面的高度如何？

【12－23】 细绳跨过不计轴承摩擦的不计质量的滑轮，两猴质量相同，初始静止在无重绳上，离地面高度相同。若两猴同时开始一个向上爬，另一个向下爬，且相对绳的速度大小可以相同也可以不相同，问站在地面看，两猴的速度如何？在任一瞬时，两猴离地面的高度如何？

【12－24】 在题 12－22 和题 12－23 中，若两猴的质量不同，其他条件不变，问站在地面看，两猴的速度如何？在任一瞬时，两猴离地面的高度如何？

【12－25】 在题 12－22，12－23，12－24 中，若考虑滑轮的质量，且滑轮为均质轮，则各题又该如何回答？

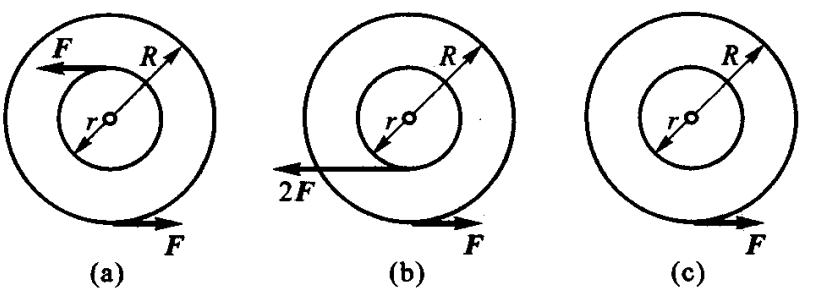
【12－26】 计算系统的动量与动量矩时，用不用考虑此时系统具有不具有加速度与角加速度？

【12－27】 用公式 $\boldsymbol{L}_O = \boldsymbol{L}_C + \boldsymbol{r}_C \times m\boldsymbol{v}_C$ 计算刚体平面运动对刚体平面运动的平面中任意点 O 点的动量矩时，对质心的动量矩与 $\boldsymbol{r}_C \times m\boldsymbol{v}_C$ 是否一定是大小（绝对值）相加？为什么？

【12－28】 在运动学中，刚体的平面运动可分解为随基点的平移与绕基点的转动，此处的基点可以是任选的。在动力学中，研究刚体平面运动时，却把基点选在质心上，刚体的平面运动分解为随质心的平移与绕质心的转动，此处的基点不能是任选的，为什么？

【12－29】 在求解刚体平面运动动力学问题时，能否用相对于速度瞬心的动量矩定理代替相对于质心的动量矩定理？

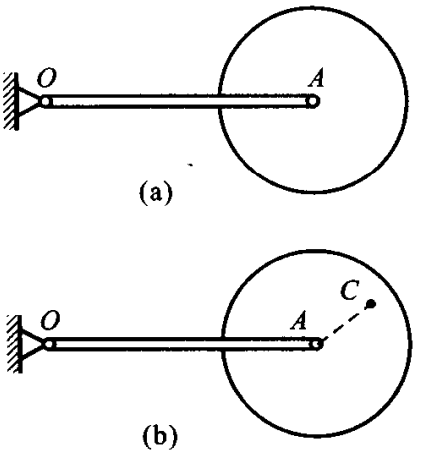
【12－30】 质量为 m 的均质圆盘，平放在光滑的水平面上，其受力情况如图所示。开始时，圆盘静止，且 $R = 2r$。则各圆盘将如何运动？



题 12－30 图

【12－31】 如图所示，在铅垂面内，杆 OA 可绕轴 O 自由转动。图(a)中，均质圆盘可绕其质心轴 A 自由转动；图(b)中，非均质圆盘也可绕轴 A 自由转动，但质心 C 不在点 A。杆 OA 为水平位置时，系统静止，当自由释放系统后，圆盘各作什么运动？为什么？

【12－32】 如图所示，一半径为 R 的均质轮在水平面上只滚动而不滑动，不

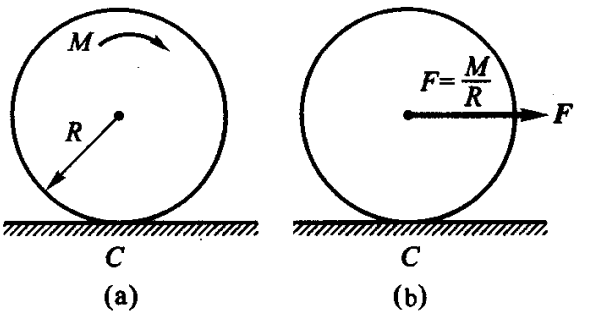


题 12－31 图

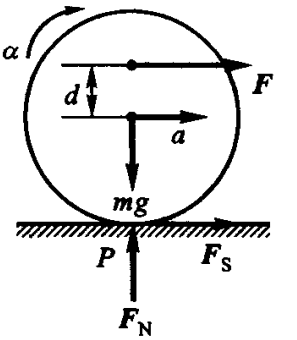
计滚动摩阻，问在下述两种情况下，轮心的加速度是否相等？接触处的摩擦力是否相同？且如何定量求出？

(1) 在轮上作用一顺时针转向的力偶，其矩为 M，如图(a)所示。

(2) 在轮心作用一水平向右的力 F，$F=\dfrac{M}{R}$，如图(b)所示。



题 12－32 图



题 12－33 图

【12－33】 均质圆轮沿水平面只滚不滑，半径为 R，如在圆轮面内作用一水平力 F，问力作用于什么位置能使地面摩擦力等于零？在什么情况下，地面摩擦力能与力 F 同向？

【12－34】 平面运动刚体，如所受外力主矢为零时，刚体只能是绕质心的转动吗？如所受外力对质心的主矩为零时，刚体只能作平移吗？

【12－35】 计算动量矩的公式为 $\boldsymbol{L}_O=\sum \boldsymbol{r}_i\times m_i\boldsymbol{v}_i$，$\boldsymbol{L}_O$ 的大小与方向一般会因点 O 的不同而不同，那么，在水平直线轨道(地面)上做纯滚动的均质圆轮，质量为 m，半径为 R，轮心速度为 $\boldsymbol{v}$，其对轨道(地面)上任意一固定点的动量矩是否会因点而异？分别等于什么？还对哪些点的动量矩完全相同？

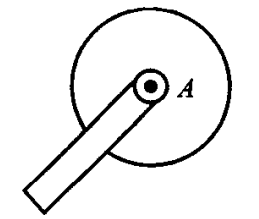
【12－36】 如图所示，均质杆、均质圆盘质量均为 m，杆长为 $2R$，圆盘半径为 R，两者铰接于点 A，系统放在光滑水平面上，初始静止。现受一矩为 M 的力偶作用，则下列哪些说法正确？(　　)

A. 如 M 作用于圆盘上，则盘绕 A 转动，杆不动

B. 如 M 作用于杆上，则杆绕 A 转动，盘不动

C. 如 M 作用于杆上，则盘为平移

D. 不论 M 作用于哪个物体上，系统运动都一样



题 12-36 图

【12-37】 质点系内力的主矢以及内力对任一点(或任一轴)的主矩是多少？在任意时间段内，内力冲量的矢量和是多少？

【12-38】 内力能否改变质点系的动量矩？内力能否改变质点系的动量？内力能否改变质点系内各质点的动量和动量矩？

【12-39】 月球绕地球运动，以地球及月球作为一个系统。在原点固结于地球中心的平移坐标系中，系统对地球中心的动量矩为 L。若在原点固结于系统质心的平移坐标系中，则此系统对系统质心的动量矩(　　)。

A. 等于 L　B. 大于 L　C. 小于 L

【12-40】 某质点在力场中运动，设场力为 $\boldsymbol{F}=f(r)\boldsymbol{r}$，其中 $\boldsymbol{r}$ 为质点的矢径，$f(r)$是 r 的任意函数。

试证：质点对坐标原点的动量矩守恒。

*【12-41】 在下述各种运动中，是否存在某定点使物体对该点的动量矩守恒？若存在，试指出该点以及这些点的集合。

(1) 质点以大小不变的速度沿固定圆柱表面上的等螺距螺旋线向上运动。

(2) 均质薄圆盘(厚度不计)沿水平直线作纯滚动，且质心速度为常量。

(3) 均质圆锥在水平面上作纯滚动，且角速度大小不变。

(4) 人造卫星沿椭圆轨道绕地球运动，不计空气阻力及地球本身的运动。

(5) 水平抛出的沿抛物线运动的质点，不计空气阻力。

(6) 圆锥摆绕铅直轴以等速转动。摆杆质量不计，摆锤尺寸不计。

(7) 两个质量不同的质点，在光滑水平面以大小、方向皆不相同的常速运动并发生非完全弹性碰撞前后。

(8) 均质等腰三角形薄板以不变的角速度绕其底边作定轴转动。

【12-42】 在题 12-41 所给出的各种情况中，是否存在某定轴，使物体对该轴的动量矩守恒？若存在，试指出这些轴的位置。

【12-43】 均质平面薄板，取 x，y 轴在此平面上，z 轴与之垂直。设薄板对 x，y，z 轴的转动惯量分别为 J_x，J_y，J_z，试证：

$$J_z = J_x + J_y$$

【12-44】 两根轴 z，z' 互相平行，且均不通过刚体质心，其与质心轴的距离分别为 a，b。已知刚体质量为 m，试推导出刚体对 z 及 z' 轴转动惯量 J_z 及 $J_{z'}$ 之间的关系。

【12－45】 在质量不变的条件下，为增大物体的转动惯量可以采取哪些办法？

【12－46】 什么是回转半径？它是否就是物体质心到转轴的距离或轮缘到轮心的距离？

【12－47】 绕定轴转动刚体，在计算对此轴的转动惯量时，下述的两种简化是否正确：

A．将刚体质量集中在质心。

B．将刚体质量集中于一点，此点到转轴的距离等于回转半径。

【12－48】 在刚体绕定轴转动问题中：

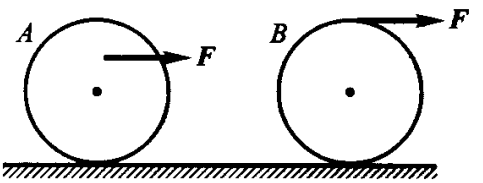
(1) 若已知外力对转轴的矩及刚体对定轴的转动惯量，能否完全确定刚体的运动？

(2) 若已知刚体绕定轴转动的转动方程及刚体对定轴的转动惯量，能否完全确定作用在刚体上的外力对定轴之矩？

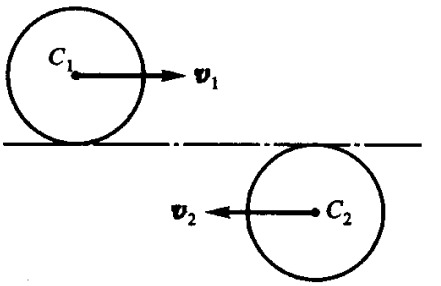
【12－49】 两个完全相同的均质圆盘，静止立放在水平面上。如果在两盘的不同位置上各作用一个大小、方向都相同的水平力 F，如图所示，试判断在下述两种情况下，两盘中哪一个的质心运动得较快？为什么？

(1) 水平面绝对光滑，无摩擦。

(2) 水平面与盘间有较大的摩擦力，足以使圆盘在其上作纯滚动。



题 12－49 图



题 12－50 图

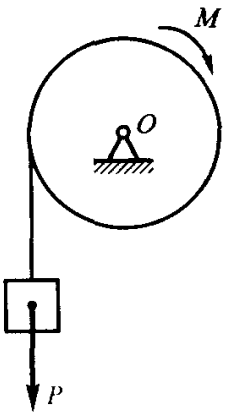
【12－50】 两个完全相同的圆盘，以等速反向在光滑水平面上平移。当两圆盘相切时，由于摩擦，使两圆盘产生同方向的转动，如图所示。问系统的动量矩是否守恒？

【12－51】 图示均质圆盘转动惯量为 J_O，其上绕以绳索，绳下悬一重为 P 的重物。现在圆盘上加一矩为 M 的力偶，设圆盘的角加速度为 α，问如下等式是否成立？为什么？

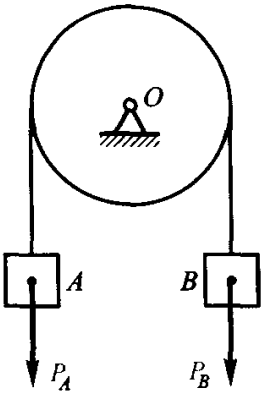
$$J_O\alpha = M - Pr$$

【12－52】 图示均质圆盘，转动惯量为 J_O，可绕定轴 O 自由转动，轴承处无摩擦。盘上绕以绳索，绳两端各挂一重物，其重量分别为 P_A 与 P_B。设绳与圆盘间有足够大的摩擦力，使绳不能在圆盘上打滑。悬挂 A，B 两重物的绳索张力分

别为 F_A 与 F_B。试判断下述各说法是否正确：



题 12－51 图



题 12－52 图

A. 在 $P_A > P_B$ 的条件下，只要适当选择 P_A 与 P_B 的大小，一定能使 $F_A = F_B$

B. 无论 P_A，P_B 为多大，只要 $P_A > P_B$，则在圆盘上加一适当大小的逆时针转向的力偶，一定能使 $F_A = F_B$

C. 无论 P_A，P_B 为多大，只要 $P_A > P_B$，则在圆盘上加一适当大小的顺时针转向的力偶，一定能使 $F_A = F_B$

D. 在 $P_A > P_B$ 的条件下，在圆盘上加一逆时针转向的力偶，必须适当选择 P_A，P_B 的大小以及力偶矩的大小，才能使 $F_A = F_B$

E. 在 $P_A > P_B$ 的条件下，在圆盘上加一顺时针转向的力偶，必须适当选择 P_A，P_B 的大小及力偶矩的大小，才能使 $F_A = F_B$

F. 无论怎样选择圆盘上所加力偶的转向及大小以及 P_A，P_B 的大小，只要 $P_A \neq P_B$，则绝不可能使 $F_A = F_B$

【12－53】 自行车在水平路面上由静止出发开始前进，是什么力使它有向前的加速度？人脚蹬车是内力，内力能改变质心的运动吗？

【12－54】 质量为 m 的质点 M，不计重力及空气阻力，问：在下述两种情况下，质点 M 对定点 O 的动量矩是否相等？

(1) 长为 r 的无重绳索，一端系在定点 O，另一端系住质点 M，使 M 点以匀速绕定点 O 作圆周运动。

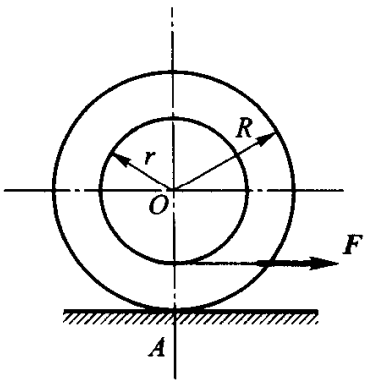
(2) 绳索突然断掉，M 点飞出之后。

【12－55】 一个均质圆轮，半径为 r，质量为 m，立于水平面上，不计滚动摩阻。若当轮上作用力偶时，轮在地面上作纯滚动；而当轮心作用水平力 F 时地面绝对光滑，无摩擦，且有 $F = \dfrac{M}{r}$。试问这二种情况下轮心的加速度是否相等？

【12－56】 圆盘半径为 R，轮心有一半径为 r 的圆，其上绕以细绳，绳质量不计，绳端作用一个不变的水平力 F，圆盘在水平面上作纯滚动，如图所示。设

圆盘与地面的接触点为 A，圆盘对点 A 的转动惯量为 J_A。问下式是否成立？为什么？

$$J_A\alpha = F(R - r)$$



题 12－56 图

【12－57】 均质长方形板由 A，B 两处的滑轮支承在光滑水平面上，如图所示。初始板处于静止，若突然撤去 B 端的支承面，试判断下述各说法是否正确：

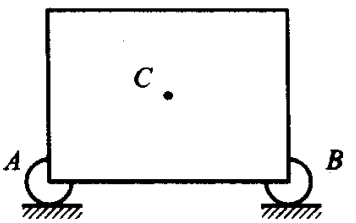
在撤去 B 端支承面的瞬时：

A．A 点有水平向左的加速度。

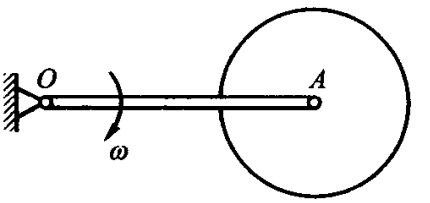
B．A 点有水平向右的加速度。

C．A 点加速度方向铅直向上。

D．A 点加速度为零。



题 12－57 图



题 12－58 图

【12－58】 图中杆 OA 长为 l，质量不计，均质圆盘半径为 R，质量为 m，圆心在 A 点。已知杆 OA 以角速度 ω 绕 O 轴转动，如图所示，试求如下几种情况下圆盘对定点 O 的动量矩：

(1) 圆盘固结于 OA 杆上。

(2) 圆盘绕轴 A 相对于杆以角速度 $-\omega$ 转动。

(3) 圆盘绕轴 A 相对于杆以角速度 ω 转动。

(4) 圆盘以绝对角速度 ω 绕 A 轴转动。

(5) 圆盘以绝对角速度 $-\omega$ 绕 A 轴转动。

【12－59】 在质点系相对于质心的动量矩定理 $\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{L}_C}{\mathrm{d}t} = \boldsymbol{M}_C$ 中，$\boldsymbol{L}_C$ 是相对于质心平移坐标系的相对动量对质心的主矩。

问：若 $\boldsymbol{L}_C$ 是绝对动量(即相对于静止坐标系的动量)对质心的主矩，上式是否仍然成立？试给出证明。

【12－60】 设 O 为定点(坐标原点)，C 为质点系质心，$\boldsymbol{r}_C$，$\boldsymbol{v}_C$ 分别为质心矢径及质心速度，m 为质点系总质量，$\boldsymbol{L}_O$ 与 $\boldsymbol{L}_C$ 分别代表质点系对定点 O 及对质心 C 的动量矩。试证：

$$\boldsymbol{L}_O = \boldsymbol{r}_C \times m\boldsymbol{v}_C + \boldsymbol{L}_C$$

【12－61】 利用题 12－60 中的公式，证明质点系相对于质心的动量矩定

理：

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{L}_C}{\mathrm{d}t} = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{M}_C(\boldsymbol{F}_i^{(e)})$$

式中：$\boldsymbol{L}_C$ 是质点系对质心的动量矩，$\boldsymbol{F}_i^{(e)}$ 为作用于质点系的外力。

*【12－62】 设 C 点为质点系的质心，O 为静止坐标系的原点，O' 为质点系上任一动点。质点系对 O，O' 及 C 点的动量矩分别为 $\boldsymbol{L}_O$，$\boldsymbol{L}_{O'}$ 及 $\boldsymbol{L}_C$，C 及 O' 点的矢径分别为 $\boldsymbol{r}_C$ 及 $\boldsymbol{r}_{O'}$，质点系质量为 m，质心速度为 $\boldsymbol{v}_C$。试问：下列各式在 A，B，C 中哪种情况下一定成立？

(1) $\boldsymbol{L}_O = \boldsymbol{L}_{O'} + \boldsymbol{r}_{O'} \times m\boldsymbol{v}_C$

(2) $\boldsymbol{L}_O = \boldsymbol{L}_C + \boldsymbol{r}_C \times m\boldsymbol{v}_C$

A．上述各量都是用相对静止坐标系的动量来计算的

B．上述各量都是用相对于以动点 O' 为原点的平移坐标系的动量来计算的

C．上述各量都是用相对于随质心平移坐标系的动量来计算的。

*【12－63】 质点系相对于任意动点 O' 的动量矩定理可用下式表达：

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{L}_{O'} = \boldsymbol{M}_{O'} + \boldsymbol{M}_{O'}(\boldsymbol{Q}^{(e)})$$

试解释式中各量的物理意义。

*【12－64】 对于固定点或质心，有动量矩定理：$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{L}_C}{\mathrm{d}t} = \boldsymbol{M}_C$。现矩心不是固定点，也不是质心，而是任意动点 O'，其瞬时速度为 $\boldsymbol{v}_{O'}$，加速度为 $\boldsymbol{a}_{O'}$。质点系的绝对运动对动点 O' 的动量矩为 $\boldsymbol{L}_{O'}$，外力对 O' 点的主矩为 $\boldsymbol{M}_{O'}$。问：在下述哪些情况下，公式

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{L}_{O'}}{\mathrm{d}t} = \boldsymbol{M}_{O'}$$

一定成立？

A．动矩心 O' 的加速度 $\boldsymbol{a}_{O'} = 0$。

B．动矩心 O' 是速度瞬心，即 $\boldsymbol{v}_{O'} = 0$。

C．动矩心 O' 的速度矢 $\boldsymbol{v}_{O'}$ 通过质心。

D．动矩心 O' 的加速度矢与质心加速度矢平行，即 $\boldsymbol{a}_{O'} \parallel \boldsymbol{a}_C$。

E．动矩心 O' 的速度矢与质心速度矢平行，即 $\boldsymbol{v}_{O'} \parallel \boldsymbol{v}_C$。

F．质心速度为零，即 $\boldsymbol{v}_C = \boldsymbol{0}$。

*【12－65】 设 O' 为任意动点，$O'x'y'z'$ 为以 O' 为原点的平移坐标系。$\boldsymbol{r}_C'$ 为质心在动系 $O'x'y'z'$ 中的矢径，O' 点的速度和加速度分别为 $\boldsymbol{v}_{O'}$ 与 $\boldsymbol{a}_{O'}$，质点系在相对于动系 $O'x'y'z'$ 的运动中对 O' 点的动量矩为 $\boldsymbol{L}_{O'r}$，外力对 O' 点的主矩为

$\boldsymbol{M}_{O'}$。

试问：在下述哪些情况中公式

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{L}_{O'\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t} = \boldsymbol{M}_{O'}$$

一定成立？

A. 动矩心 O' 的加速度为零，即 $\boldsymbol{a}_{O'} = \boldsymbol{0}$。

B. 动矩心 O' 的加速度矢通过质心 C。

C. 动矩心 O' 是速度瞬心，即 $\boldsymbol{v}_{O'} = \boldsymbol{0}$。

D. 动矩心 O' 的速度矢通过质心。

E. 动矩心 O' 的速度矢与质心速度矢平行，即 $\boldsymbol{v}_{O'} /\!/ \boldsymbol{v}_C$。

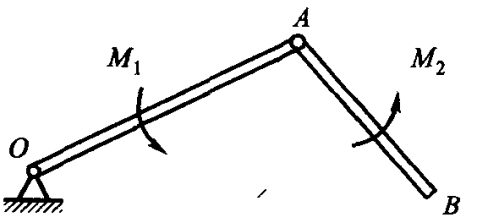
F. 动矩心 O' 的加速度矢与质心的相对矢径（即质心在动系 $O'x'y'z'$ 中的矢径）平行，即 $\boldsymbol{a}_{O'} /\!/ \boldsymbol{r}'_C$。

G. 质心绝对速度 $\boldsymbol{v}_C = \boldsymbol{0}$。

*【12－66】 设 O' 为任意动点，$O'x'y'z'$ 是以 O' 为原点的平移坐标系。$\boldsymbol{L}_{O'}$ 代表质点系在绝对运动中对 O' 点的动量矩，$\boldsymbol{L}_{O'\mathrm{r}}$ 代表质点系在相对于动系 $O'x'y'z'$ 的运动中对 O' 点的动量矩。问下式是否一定成立？

$$\boldsymbol{L}_{O'} = \boldsymbol{L}_{O'\mathrm{r}}$$

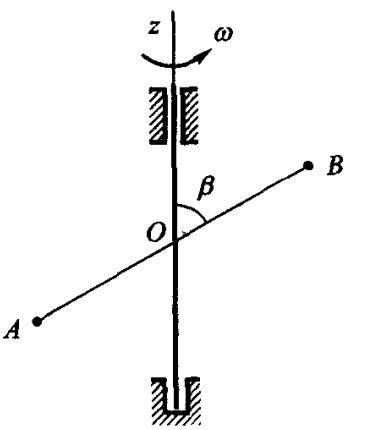
【12－67】 图示机构初始在光滑水平面上静止，杆 OA，AB 在 A 点铰接，不计摩擦。如果在 OA 与 AB 杆上各作用一个力偶，力偶矩分别为 M_1 和 M_2，如图所示。设 OAB 系统对 O 点的动量矩为 L_O，问下式是否正确：



题 12－67 图

$$\frac{\mathrm{d}L_O}{\mathrm{d}t} = M_1 + M_2$$

【12－68】 图示无重刚杆焊接在 z 轴上，与 z 轴夹角 $\beta \neq 90°$，两球 A，B 焊接在杆两端，两球质量相同，且 $AO = OB$，系统绕 z 轴以不变的角速度 ω 转动。试判断下述各说法是否正确：



题 12－68 图

A. 系统对 O 点的动量矩守恒，对 z 轴的动量矩不守恒。

B. 系统对 O 点的动量矩不守恒，对 z 轴的动量矩守恒。

C. 系统对 O 点及 z 轴的动量矩都守恒。

D. 系统对 O 点及 z 轴的动量矩都不守恒。

【12－69】 判断下面给出的各图中求角加速度的公式哪个是正确的：

图(a)中，力 F 与杆 OA 垂直，C 点为 OA 质心，J_C 与 J_O 分别为杆对 C 点及 O 点的转动惯量。无摩擦，不计重力，在力 F 作用下杆 OA 相对于质心 C 转动的角加速度为(　　)。

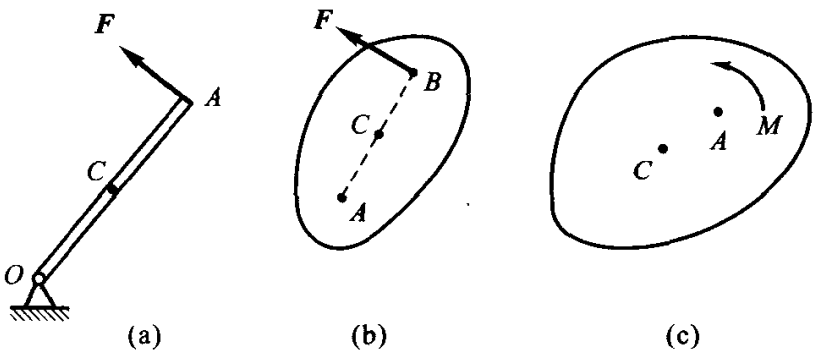
A. $\alpha_C = \dfrac{AC \cdot F}{J_C}$　　B. $\alpha_C = \dfrac{OA \cdot F}{J_O}$

图(b)中，刚体作平面运动，C 为质心，A，B 为刚体上两点，且 A，C，B 共线。J_A，J_C 分别为刚体对 A 点及 C 点的转动惯量，力 F 作用于 B 点且与 AB 垂直。刚体相对于 A 点转动的角加速度为(　　)。

A. $\alpha_A = \dfrac{AB \cdot F}{J_A}$　　B. $\alpha_A = \dfrac{BC \cdot F}{J_C}$

图(c)中，刚体作平面运动，C 为质心，A 为刚体上任意一点，J_A，J_C 分别为刚体对 A 点及 C 点的转动惯量，在 A 处作用有矩为 M 的力偶。刚体相对 A 点转动的角加速度为(　　)。

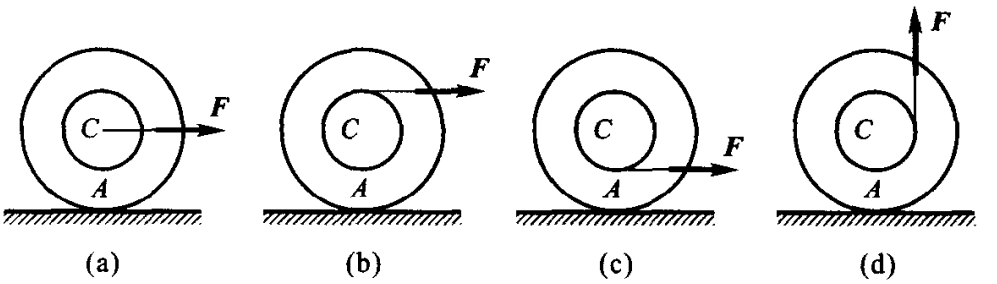
A. $\alpha_A = \dfrac{M}{J_C}$　　B. $\alpha_A = \dfrac{M}{J_A}$



题 12－69 图

【12－70】 铅垂面内有四个均质圆盘，尺寸形状及质量都完全相同，大、小圆半径的关系为 $R = 2r$。各圆盘受力大小皆为 F，力的作用点及方向如图所示。问：

(1) 若四个圆盘皆在水平面上作纯滚动，问哪一个圆盘的质心加速度最大？



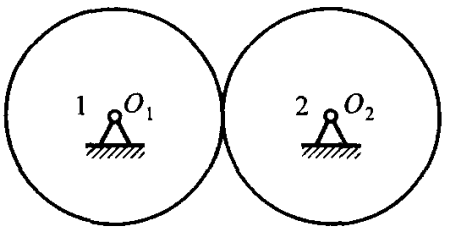
题 12－70 图

试将它们按质心加速度由大到小的顺序排列。

(2) 若要保证圆盘作纯滚动,问哪一图中所需摩擦因数为最小? 试将它们按保证作纯滚动所需摩擦因数由小到大的顺序排列。

【12-71】 图示两个均质圆轮,半径皆为 r,对轮心的转动惯量皆为 J,两轮间接触处在任何情况下均无相对滑动(总保持纯滚动)。

(1) 若此时已知轮 1 以角速度 ω 绕 O_1 逆时针转动,试判断下述各说法的正误:



题 12-71 图

A. 系统的动量为零,对 O_1 点的动量矩为零。

B. 系统的动量为零,对 O_1 点的动量矩为 $L_{O1}=2J\omega$。

C. 系统的动量为零,对 O_1 点的动量矩为 $L_{O1}=2J\omega+4r^2m\omega^2$。($m$ 为轮的质量。)

D. 系统的动量不为零,对 O_1 点的动量矩也不为零。

(2) 若在轮 1 上加一逆时针转向的力偶,其矩为 M,不计转轴处摩擦,试判断下述各说法的正误:

A. 设 L_{O1} 为整个系统(即两个轮)对 O_1 点的动量矩,则必有:

$$\frac{\mathrm{d}L_{O1}}{\mathrm{d}t}=M$$

B. 设轮 1 的角加速度为 α 则必有

$$2J\alpha=M$$

C. 设轮质量皆为 m,轮 1 角加速度为 α,则必有:

$$(2J+4mr^2)\alpha=M$$

【12-72】 在题 12-71 图中,若两轮的转动惯量皆为 J,质心都在各自转轴上,轮 1 半径为 R,轮 2 半径为 r,两轮接触处无相对滑动,轮 1 的角速度为 ω。试判断下述各说法是否正确:

A. 系统对 O_1 轴的动量矩为零。

B. 系统对 O_1 轴的动量矩不为零。

C. 若在轮 1 上加一矩为 M 的力偶,设 α_1 为轮 1 的角加速度,则有 $2J\alpha_1=M$。

D. 设 L_{O1} 为系统对 O_1 轴的动量矩,M 为作用在轮 1 上的力偶的矩,则

$$\frac{\mathrm{d}L_{O1}}{\mathrm{d}t}=M$$

【12-73】 在题 12-71 图中,若两轮的半径皆为 r,质心都在各自转轴上,两轮对各自轮心的转动惯量分别为 J_1 和 J_2,且 $J_1\neq J_2$,两轮接触处无相对滑动。轮 1 的角速度为 ω,轮 1 上作用矩为 M 的力偶。试判断下述各说法是否正

确：

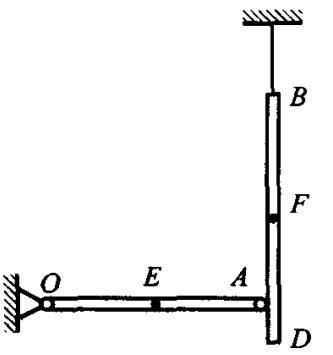
A. 系统对 O_1 轴的动量矩与系统对 O_2 轴的动量矩相等，且不为零。

B. 设轮 1 的角加速度为 α_1，则

$$(J_1 + J_2)\alpha_1 = M$$

C. 系统对 O_1 轴的动量矩为零。

【12－74】 图中均质杆 OA，BD 长皆为 l，质量皆为 m，重为 P，两杆的质心分别为 E，F，整个系统的质心为 C。B 点由细绳悬挂在天棚下，BD 铅直，OA 水平，两杆在 A 点铰接，系统处于平衡状态，如图所示。现突然剪断悬挂 BD 的细绳，试判断下述各说法是否正确：



题 12－74 图

A. 由于两杆所受重力方向都是铅直向下的，因此在 OA 杆转至铅直位置之前 BD 杆将作平移

B. 在 OA 杆转至铅直位置之前的任一瞬时，设系统对 O 点的转动惯量为 J_O，则 OA 杆转动的角加速度为：

$$\alpha_{OA} = \frac{M_O(P_1) + M_O(P_2)}{J_O}$$

C. 在刚剪断细绳的瞬时，系统质心 C 的加速度方向铅直向下，其大小为：

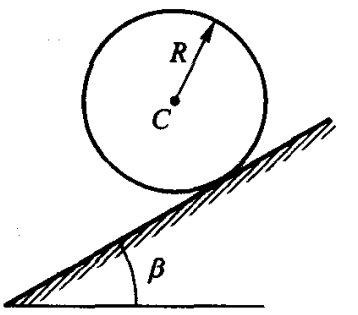
$$a_C = \frac{P}{m} = g$$

D. 设 BD 杆质心 F 的加速度为 a_F，则在刚剪断绳索的瞬时必有 $a_F > g$

E. 设 OA 杆质心 E 的加速度为 a_E，则在刚剪断绳索瞬时必有 $a_E > g$

【12－75】 质量为 m、半径为 R 的均质圆盘在倾角为 β 的粗糙斜面上向下运动，如图所示。试判断下述各说法是否正确：

A. 在 m，R 及摩擦因数保持不变的条件下，斜面倾角 β 越大，则越易出现打滑。



题 12－75 图

B. 在 m，β 及摩擦因数保持不变的条件下，半径 R 越大，则越易出现打滑。

C. 在 m，β 及摩擦因数保持不变的条件下，半径 R 越小，则越易出现打滑。

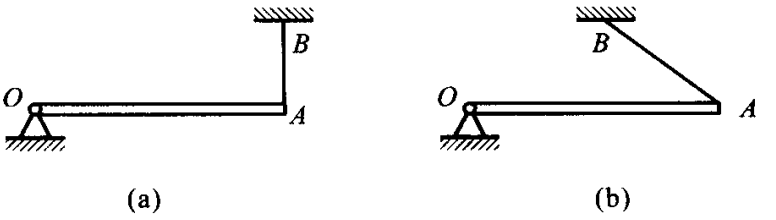
D. 在 R，β 及摩擦因数保持不变的条件下，圆盘质量越大，则越易出现打滑。

E. 在 m，β 保持不变，且轮为纯滚动的条件下，圆轮半径 R 越小，则角加速度越大。

F. 在 R，β 保持不变，且轮为纯滚动的条件下，轮质量 m 越大，则角加速度越大。

【12－76】 图(a),(b)中,OA 为均质杆,重 $\boldsymbol{P}$,长为 l,AB 为无重细绳,两图中 OA 杆皆处于水平静止状态。图(a)中绳 AB 铅直,图(b)中绳 AB 倾斜。现突然将两图中的 AB 绳都剪断,问在刚剪断瞬时:

(1) 两图中 O 点的约束力是否相同?



题 12－76 图

(2) 两图中杆的角加速度是否相同?

【12－77】 在题 12－76(a)图中,细绳未剪断前 O 点约束力为 $P/2$,现将绳剪断,试判断在刚剪断 AB 绳瞬时,下述各说法是否正确:

A. O 点约束力仍为 $P/2$

B. O 点约束力小于 $P/2$

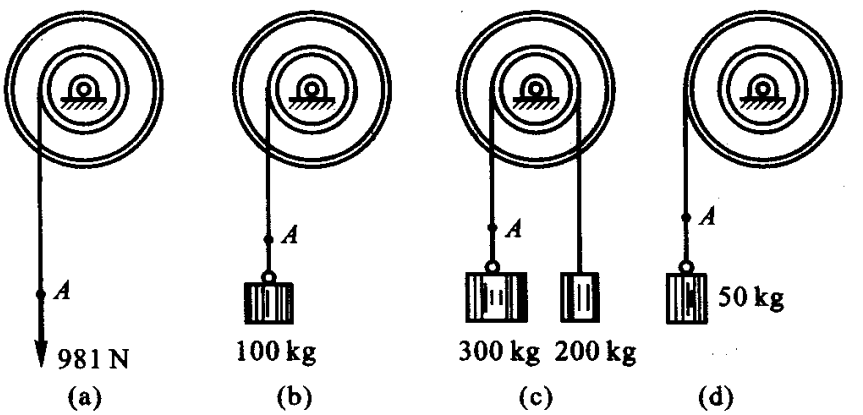
C. O 点约束力大于 $P/2$

D. O 点约束力为零

【12－78】 图示各圆盘完全相同,对盘心的转动惯量皆为 J,其大轮半径是小轮半径的两倍。

(1) 试将各图中圆盘的角加速度由大到小排列。

(2) 试将各图中盘心的约束力由大到小排列。



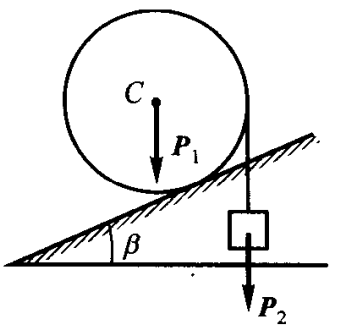
题 12－78 图

【12－79】 重为 $\boldsymbol{P}_1$ 的均质圆柱放在倾角为 β 的斜面上,圆柱上缠绕细绳,绳端系一重为 $\boldsymbol{P}_2$ 的重物,且 $P_1 = P_2$。圆柱与斜面间有足够大的摩擦因数,足以使圆柱在任何情况都不会在斜面上打滑。系统初始静止,重物 P_1 无水平方向摆动,问:

(1) $\beta = 30°$时,圆柱将怎样运动?

(2) $\beta < 30°$时,圆柱将怎样运动?

(3) $\beta > 30°$时,圆柱将怎样运动?



题 12-79 图

*【12-80】 刚体作平面运动,某瞬时其速度瞬心为 P,外力对 P 点的主矩为 M_P。设刚体在绝对运动中对 P 点的动量矩为 L_P,刚体对 P 点的转动惯量为 J_P。试判断下述等式在该瞬时是否一定成立?为什么?

A. $M_P = \dfrac{\mathrm{d}L_P}{\mathrm{d}t}$ B. $M_P = J_P\alpha$

*【12-81】 刚体作平面运动,刚体上某点 P 为平移坐标系原点,外力对 P 点的主矩为 M_P,刚体对 P 的转动惯量为 J_P。在所论瞬时,P 点恰为速度瞬心。设刚体在相对此平移坐标系的运动中对 P 点的动量矩为 L_{Pr}。试问:下述等式在此瞬时是否一定成立?

A. $M_P = \dfrac{\mathrm{d}L_{Pr}}{\mathrm{d}t}$ B. $M_P = J_P\alpha$

并回答如下问题:

(1) A 式在什么条件下成立?

(2) 若 A 式成立,B 式是否一定成立?

【12-82】 过刚体上任意一点,是否一定至少存在三根互相垂直的惯性主轴?

【12-83】 一个刚体至少有几根中心惯性主轴?

【12-84】 如果刚体具有质量对称轴,那么该轴是否一定是刚体的中心惯性主轴?

如果刚体具有质量对称面,那么用什么办法可找出一条中心惯性主轴?

第十三章　动能定理

【13-1】　由动能定理每次只能直接求解几个未知数?

【13-2】　动能定理直接涉及的只是力、位移、速度,并未直接涉及加速度,利用动能定理能否求解加速度?

【13-3】　在求解物体系统的动力学问题时,动量、动量矩、动能定理中,哪个定理取整个系统为研究对象的机会多一些?

【13-4】　一般来说,用动能定理时,用不用考虑系统约束力作的功?能否求出系统的约束力?

【13-5】　在用动能定理解题时,一般用不用画出系统完整的受力图?

【13-6】　用机械能守恒定律可解的题目,是否一定可用动能定理求解?用动能定理可解的题目,是否一定可用机械能守恒定律求解?

【13-7】　对非保守系统,是否一定不能用机械能守恒定律?为什么?

【13-8】　作用于物体上的力在物体的运动过程中,是否一定作功?

【13-9】　质点系的动能是否一定大于其中任一质点的动能?

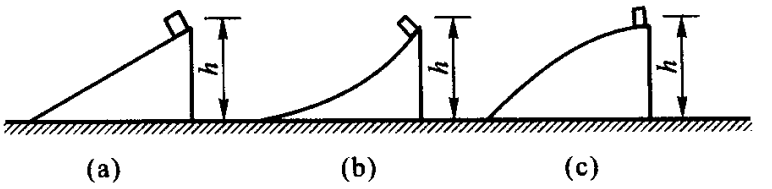
【13-10】　自行车加速前进时,地面对后轮的摩擦力向前,故此力作正功,对吗?

【13-11】　计算作功公式 $W_{12}=\int_{M_1}^{M_2}(F_x\mathrm{d}x+F_y\mathrm{d}y+F_z\mathrm{d}z)$,能否理解为计算功的投影式?如果 x,y,z 轴不垂直,该式对吗?

【13-12】　弹簧由其自然长度拉长 10 mm 或压缩 10 mm,弹簧力作功是否相同?拉长 10 mm 再拉长 10 mm,这两个过程中位移相等,弹簧力作功是否相同?

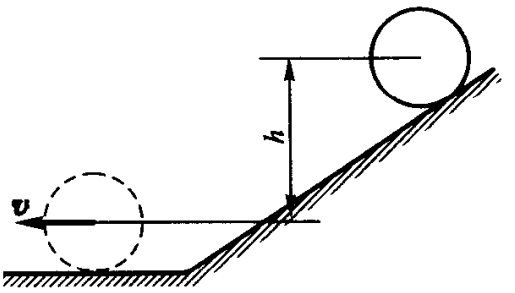
【13-13】　站在高高的瞭望塔上,从同一高度以大小相同的速度同时抛出三个质量相同的小球,但抛出方向各不相同,不计空气阻力,这三个小球落到同一水平面时,三个小球的速度大小是否相同?三个小球重力的功是否相同?三个小球落地的时间是否相同?

【13－14】 物块 A 的质量为 m，由图示的高为 h 的平、凹、凸三种不同形状的光滑面的顶点由静止下滑，图示三种情况下，物块 A 滑到底部时的速度是否相同？为什么？

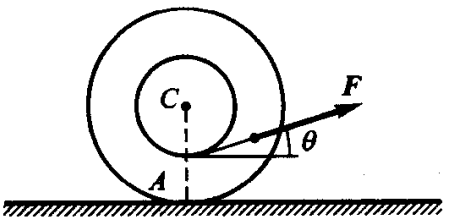


题 13－14 图

【13－15】 不同半径的均质圆轮无初速沿斜面纯滚动，轮心下降同样的高度到达水平面，如图所示。不计滚动摩阻和空气阻力，问到达水平面时，轮心的速度 v 与圆轮的半径大小是否有关？角速度与轮的半径是否有关？当轮的半径趋于零时，与质点下滑结果是否一致？轮半径趋于零时，还能说只滚不滑吗？



题 13－15 图



题 13－16 图

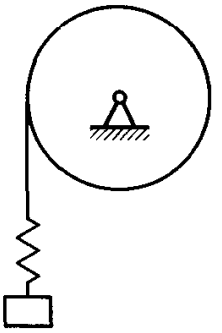
【13－16】 半径为 R 的圆轮与半径为 r 的圆轮固接在一起形成鼓轮，在半径为 r 的圆轮上绕以细绳，并作用着常力 F，鼓轮做纯滚动，则鼓轮向左运动还是向右运动？当轮心 C 移动距离 s 时，如何计算力 F 的功比较方便？又力 F 作的功为多少？

【13－17】 人们开始走动或起跑时，什么力使人们的质心加速运动？什么力使人们的动能增加？产生加速度的力一定作功吗？

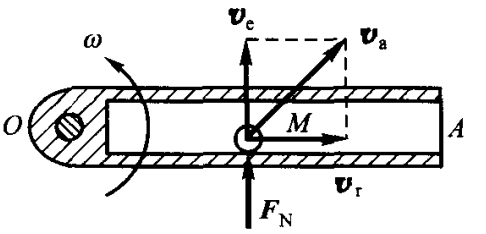
【13－18】 计算势能时，为什么一定要指明零势能点？

【13－19】 重物质量为 m，悬挂在刚度因数为 k 的弹簧上，如图所示。弹簧与缠绕在轮上的绳子连接，问重物匀速下降时，重力势能和弹性力势能有无改变？

【13－20】 如图所示，管内有一小球，管壁光滑，初始时小球静止。当管 OA 在水平面内绕轴 O 转动时，小球向管口运动。小球在水平面内，只受垂直于管壁的侧向力作用，为什么动能会增加？是什么力作了功？



题 13－19 图



题 13－20 图

【13－21】 求题 11－30 中各物体的动能。

【13－22】 如何计算题 11－31 中整个系统的动能？

【13－23】 如何计算题 11－32 中整个系统的动能？

【13－24】 在运动学中，刚体的平面运动一般分解为随基点的平移与绕基点的转动。在动力学中，计算刚体平面运动的动能，则能不能等于随基点平移的动能与绕基点的转动的动能之和？

【13－25】 如果已知质点的质量及 t_1 瞬时速度的大小和方向，又知道在 t_2-t_1 时间内作用于质点上力的功，是否能确定质点在 t_2 时刻的速度大小和方向？

【13－26】 判断下述各说法是否正确：

A．动能是非负的标量。

B．功是非负的标量。

C．作用于质点上合力的功等于各分力的功的代数和。

D．质点作曲线运动，切向力作功，法向力不作功。

【13－27】 圆盘在粗糙地面上作纯滚动，地面对盘的静滑动摩擦力为 $\boldsymbol{F}_s$。试判断下述各说法对吗？

A．由于摩擦力 $\boldsymbol{F}_s$ 作用点是圆盘的速度瞬心，因此摩擦力不作功。

B．由于圆盘滚动时，摩擦力 $\boldsymbol{F}_s$ 也随盘心以同一速度运动，而 $\boldsymbol{F}_s\neq\boldsymbol{0}$，其位移也不为零，因此摩擦力 $\boldsymbol{F}_s$ 作功。

【13－28】 回答如下问题：

(1) 圆盘在粗糙地面上作纯滚动，滚动摩阻是否作功？

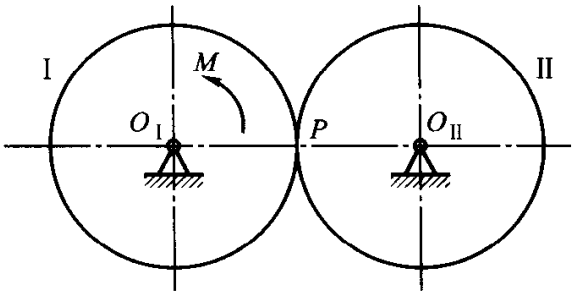
(2) 圆盘在地面上连滚带滑的前进，动滑动摩擦力是否作功？

【13－29】 图示两个摩擦轮，轮Ⅰ上作用转矩 M，通过两轮间的摩擦带动轮Ⅱ转动，且两轮之间无相对滑动。两摩擦轮于 P 点接触，即 P 点是摩擦力作用点。由于 P 点是空间固定点，因此两轮接触处摩擦力的位移是零，而功等于切向力与位移的乘积。试问：

(1) 在研究轮Ⅱ时，摩擦力是否作功？

(2) 在研究轮Ⅰ时,摩擦力是否作功?

(3) 在研究两轮组成的系统时,摩擦力是否作功?



题 13-29 图

【13-30】 甲将弹簧由原长拉伸 0.03 m,乙继甲之后再将弹簧继续拉伸 0.02 m。问甲、乙两人谁作的功多些?

【13-31】 判断下述各说法是否正确:

A. 质点系的动能是质点系内各质点动能的算术和。

B. 忽略机械能与其他能量之间的转换,则只要有力对其作功,物体的动能就会增加。

C. 平面运动刚体的动能可由其质量及质心速度完全确定。

D. 内力不能改变质点系的动能。

【13-32】 不计摩擦,下述各说法是否正确:

A. 刚体及不可伸长的柔索,内力作功之和为零。

B. 固定的光滑面,当有物体在其上运动时,其法向约束力不作功。当光滑面运动时,不论物体在其上是否运动,其法向约束力都可能作功。

C. 固定铰支座的约束力不作功。

D. 光滑铰链连接处的内力作功之和为零。

E. 作用在刚体速度瞬心上的力不作功。

【13-33】 摩擦力能否作正功?举例说明。

【13-34】 动能定理与机械能守恒定律在物理意义上有什么异同?

【13-35】 试由质点系动能定理导出刚体定轴转动的运动微分方程。

【13-36】 机器上设置飞轮有何作用?机器工作时,飞轮的能量如何变化?

【13-37】 均质杆 OA 长为 l,质量为 m,质心为 C,可绕光滑铰链 O 转动。设杆由铅直位置无初速向下转动,转至水平位置时,其角速度为 ω,质心速度为 v_C。问:

(1) 动能 $T=\frac{1}{2}mv_C^2=\frac{1}{2}m\left(\omega\cdot\frac{l}{2}\right)^2=\frac{m}{8}\omega^2 l^2$

重力功 $W=mg\cdot\frac{l}{2}$

由 $W = T$，得 $\omega = 2\sqrt{\frac{g}{l}}$

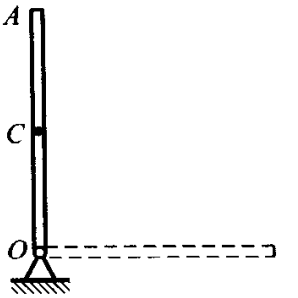
这样作为什么不对？

(2) 动能 $T = \frac{1}{2} J_0 \omega^2 = \frac{m}{6} \omega^2 l^2$

由 $W = T$，得 $\omega = \sqrt{\frac{3g}{l}}$

因此 $\alpha = \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\sqrt{\frac{3g}{l}}\right) = 0$

这样作有什么错误吗？



题 13－37 图

(3) 若铰链 O 处有摩擦，其摩擦力矩 M_f = 常量，怎样求 OA 杆的角速度和角加速度？

(4) 若铰链 O 处的摩擦力矩 $M_f = f(\varphi)$ 是杆转角 φ 的函数，或摩擦力矩 $M_f = f(\omega)$ 是角速度的函数，且初始时 $\omega = \omega_0 \neq 0$，将怎样求 OA 杆的角速度和角加速度？

【13－38】 下述几个关于势力场(保守场)的定义是否一致？

A. 在力场中，力的旋度 $\mathrm{rot}\boldsymbol{F} = 0$。

B. 场力的功与路径无关，仅与起始和终点的位置有关。

C. 存在连续函数 $V(x, y, z)$，使

$$F_x = \frac{\partial V}{\partial x}, F_y = \frac{\partial V}{\partial y}, F_z = \frac{\partial V}{\partial z}$$

这里，F_x, F_y, F_z 分别为场力在 x, y, z 轴上的投影。

D. 存在连续函数，V，满足

$$\mathrm{rotgrad}\, V = 0$$

【13－39】 势函数与势能有何区别？分别写出如下各式：

(1) 势函数与势能之间的关系式。

(2) 分别用势函数和势能表达有势力在坐标轴上的投影。

(3) 有势力的功与势函数及势能的关系。

【13－40】 在下述哪些系统中机械能守恒？(　　)

A. 其约束皆为理想约束的系统

B. 只有有势力作功的系统

C. 内力不作功的系统

D. 机械能不能转化为其他能量的系统

【13－41】 有人说：动量守恒就意味着速度守恒，速度守恒就意味着动能守

恒，因此动量守恒时必有动能守恒。对吗？为什么？

【13－42】 某力场的力矢为

$$\boldsymbol{F} = (2xy + z^3)\boldsymbol{i} + x^2\boldsymbol{j} + 3xz^2\boldsymbol{k}$$

这里 $\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}$ 分别为 x, y, z 轴的单位矢量。试证该力场是保守力场。

【13－43】 设 U, V 分别为势力场的势函数和势能，由于

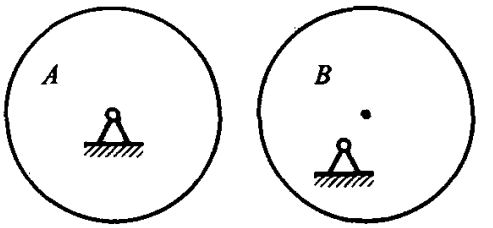
$$F_x = \frac{\partial U}{\partial x} = -\frac{\partial V}{\partial x}, F_y = \frac{\partial U}{\partial y} = -\frac{\partial V}{\partial y}, F_z = \frac{\partial U}{\partial z} = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

因此 $U = -V$，对吗？

【13－44】 图示两均质圆轮，其质量、半径均完全相同。轮 A 绕其几何中心旋转，轮 B 的转轴偏离几何中心。

(1) 若两轮以相同的角速度转动，问它们的动能是否相同？

(2) 若在两轮上施加力偶矩相同的力偶，不计重力，问它们的角加速度是否相同？



题 13－44 图

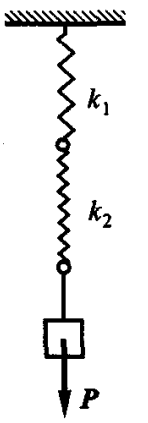
【13－45】 跳高运动员在跳起后，具有动能和势能，问：

(1) 这些能量是由于地面对人脚的作用力作功而产生的吗？

(2) 是什么力使跳高运动员的质心向上运动的？

【13－46】 在功的定义中，位移 $\mathrm{d}\boldsymbol{r}$ 是物体上受力作用的那点的位移，还是力作用点的空间位移？按这两种不同方法所定义的功是否都满足动能定理？

【13－47】 图中两个串联弹簧悬挂一重物，弹簧质量不计，且 $k_1 \neq k_2$。问：在重力作用下处于平衡时，这两个弹簧的弹性势能是否相等？



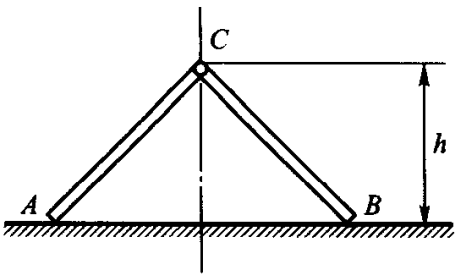
题 13－47 图

【13－48】 图示两均质杆 $AC = BC$，在 C 点光滑铰接，处于铅直平面内，A, B 两端置于光滑水平面上，C 点高为 h，如图所示。该系统初始静止，设 C 点落到水平面时的速度为 v，不用计算，试判断下述各说法的正误：

A. v 与 h 成正比。

B. v 与 h 的平方成正比。

C. v 与 h 的平方根成正比。



题 13－48 图

【13－49】 图示平面机构，轮Ⅰ固定，杆 OA 可绕轮Ⅰ中心 O 转动，并带动轮Ⅱ在轮Ⅰ上作纯滚动。整个机构处于水平面内，轮Ⅱ及杆 OA 皆为均质，杆 OA 上作用一不变的力偶，其矩为 M。系统初始静止，在力偶 M 作用下，任一瞬时杆 OA 的角速度为 $\omega(t)$。不用计算试判断下述各说法是否正确：

A．ω 与力偶矩 M 成正比。

B．ω 与力偶矩 M 的平方根成正比。

C．ω 与力偶矩 M 的平方成正比。

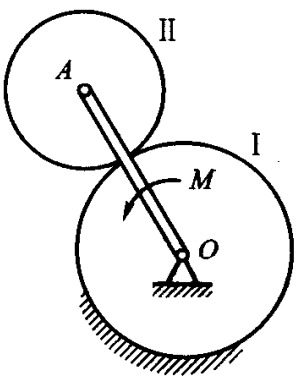
*【13－50】 图示均质杆 AB，长 l，两端置于光滑的铅直面及水平面上。将杆由图示位置无初速释放，设释放瞬时杆的角加速度为 α。不用求解，试判断下述各说法是否正确：

A．角加速度 α 与杆长 l 成反比。

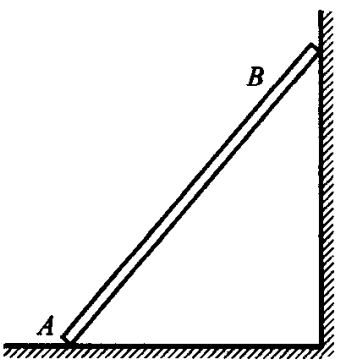
B．角加速度 α 与杆长 l 成正比。

C．角加速度 α 与杆长 l 无关。

D．角加速度 α 与 l 有关，但不成比例。



题 13－49 图



题 13－50 图

*【13－51】 试证绕定点转动刚体的动能为：

$$T = \frac{1}{2}(J_x\omega_x^2 + J_y\omega_y^2 + J_z\omega_z^2)$$

其中：J_x，J_y，J_z 分别为刚体对 x，y，z 轴的转动惯量。

ω_x，ω_y，ω_z 分别为角速度矢 $\boldsymbol{\omega}$ 在 x，y，z 轴上的投影。

第十四章　基本定理综合应用

【14－1】　两个质量相同、半径不同的均质圆盘，初始静止于光滑水平面上，若在此两圆盘上同时作用有相同的常力偶，在下述情况下比较两圆盘的动量、动量矩、动能的大小。

(1) 经过同样的时间间隔。

(2) 转过同样的角度。

【14－2】　作用于质点系上外力的主矢是零，质点系的动量、动量矩、动能是否会改变？

【14－3】　作用于质点系上外力的主矩是零，质点系的动量、动量矩、动能是否会改变？

【14－4】　作用于质点系上外力的主矢、主矩均为零，质点系的动量、动量矩、动能是否会改变？

【14－5】　质点系的动量等于零，其动能是否一定等于零？质点系的动能等于零，其动量是否一定等于零？能否举出例子来？

【14－6】　质点系的动量等于零，其动量矩是否一定等于零？质点系的动量矩等于零，其动量是否一定等于零？能否举出例子来？

【14－7】　质点系的动量矩等于零，其动能是否一定等于零？质点系的动能等于零，其动量矩是否一定等于零？能否举出例子来？

【14－8】　若外力对物体不作功，则就不能改变物体的动量与动量矩，对吗？

【14－9】　若质点的动能保持不变，则(　　)。

A. 该质点的动量必守恒

B. 该质点必作直线运动

C. 该质点必作变速运动

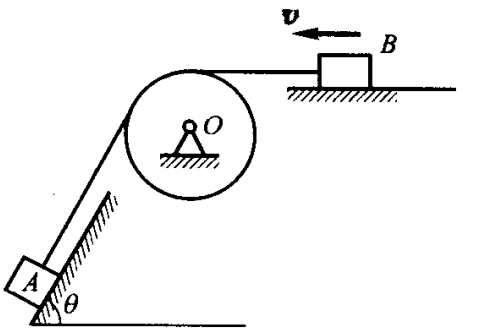
D. 该质点必作匀速运动

【14－10】　质点系的动能很大，则该质点系的动量也一定很大，对吗？

【14－11】　一个质量不变的质点，其动能发生变化时，动量必定发生变化，

反之也然，对吗？

【14－12】 计算图示质点系的动量对 O 轴的动量矩 L_O 和动能 T。设图中物块 A 和 B 质量均为 m，速度为 $\boldsymbol{v}$。两物块由无重绳索绕过滑轮相连接，绳与滑轮间不打滑。均质滑轮质量为 m_O，半径为 R。



题 14－12 图

【14－13】 某质点系的动量矩守恒，动量亦守恒，其动能是否保持不变？

【14－14】 花样滑冰运动员，在旋转时两手臂起初张开，然后又收缩回来，从而使旋转加快。设冰面无摩擦，在这一过程中人的动量矩守恒。问：

（1）运动员的动能在这一过程中将怎样变化？

（2）如果动能变化，必须作功，这个功是哪来的？

【14－15】 质量、半径均相同的均质球、圆柱体、厚圆筒和薄圆筒，同时由静止开始，从同一高度沿完全相同的斜面在重力作用下向下作纯滚动。

（1）由初始至时间 t，重力的冲量是否相同？

（2）由初始至时间 t，重力的功是否相同？

（3）到达底部瞬时，动量是否相同？

（4）到达底部瞬时，动能是否相同？

（5）到达底部瞬时，对各自质心的动量矩是否相同？

对上面各问题，若认为不相同，则必须将其由大到小排列。

【14－16】 在题 14－15 中，若从静止开始，各物体沿完全相同的斜面向下作纯滚动，经过完全相同的时间 t，试回答题 14－15 中提出的五个问题。

【14－17】 两个均质圆盘质量相同，A 盘半径为 R，B 盘半径为 r，且 $R > r$。两盘由同一时刻，从同一高度无初速的沿完全相同的斜面在重力作用下向下作纯滚动。

（1）哪个圆盘先到达底部？

（2）比较这两个圆盘：

A．由初始至到达底部，哪个圆盘受重力冲量较大？

B．到达底部瞬时，哪个动量较大？

C．到达底部瞬时，哪个动能较大？

D．到达底部瞬时，哪个圆盘对质心的动量矩较大？

【14－18】 均质圆盘在重力作用下沿粗糙斜面向下作纯滚动，初速为零，不计滚动摩阻。问在下述各种情况下，对圆盘的角加速度 α、盘心加速度 a_C 有何影响？对 t 时刻圆盘的动量、动能、圆盘对质心的动量矩以及圆盘所受摩擦力的

大小各有什么影响?

(1) 其他各量不变,增大圆盘半径。

(2) 其他各量不变,增大圆盘质量。

(3) 其他各量不变,但将质量都均匀分布在圆盘边缘上。

【14-19】 四个均质实心圆球,A 是半径为 r 的铁球,B 是半径 $R=2r$ 的铁球,C 是半径为 r 的木球,D 是半径为 $R=2r$ 的木球。这四个球从同一高度沿完全相同的斜面,在重力作用下同时无初速地向下作纯滚动。

试问:哪个球先到达底部?

【14-20】 火箭重 10t,其速度为 1 000 m/s;列车重 800 t,其速度为 20 m/s。问:

(1) 哪一物体的动量较大?

(2) 哪一物体的动能较大?

【14-21】 质点作匀速圆周运动,试判断下述各说法是否正确:

A. 质点的动量不变。

B. 质点对圆心的动量矩不变。

C. 质点的动能不变。

【14-22】 质量为 m 的质点,其运动速度为 $\boldsymbol{v}=3\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j}+\sqrt{3}\boldsymbol{k}$:试求此质点的动量和动能。

【14-23】 某质量为 m 的质点,其运动方程用矢量式可表为 $\boldsymbol{r}(t)=x(t)\boldsymbol{i}+y(t)\boldsymbol{j}+z(t)\boldsymbol{k}$,式中:$\boldsymbol{r}$ 为质点的矢径,$\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k}$ 分别为 x,y,z 轴的单位矢。试求:

(1) 质点的动能、动量及对坐标原点 O 的动量矩。

(2) 质点对点 $A(a,b,c)$ 的动量矩。

(3) 作用在质点上的力及力的功率。

【14-24】 质点在 xoy 平面内运动,其势能为:

$$V=2x^2-5xy+3y^2+6x-7y$$

试求使该质点处于平衡状态的点的坐标。

【14-25】 能否由质心运动定理导出质点系的动能定理?为什么?

【14-26】 某质点在运动过程中,其动量守恒,其动能是否一定为常量?其动能守恒,其动量是否一定为常量?对质点系呢?

【14-27】 回答下列问题:

(1) 若刚体的动能保持不变,其动量是否一定守恒?其对质心的动量矩是否一定守恒?

(2) 若刚体的动量守恒,其对质心的动量矩也守恒,其动能是否一定为常量?

【14－28】 试判断下述各说法是否正确：

A. 若质点的动量守恒，则该质点对任一定点的动量矩也一定守恒。

B. 若质点对某定点的动量矩守恒，则其动量也一定守恒。

C. 若质点对某定点的动量矩守恒，则其动能一定为常量。

D. 若质点的动能为常量，则必存在一定点，使质点对该点的动量矩守恒。

E. 若质点的动量改变，其动能也一定发生变化。

F. 若质点的动能发生变化，则其动量也一定发生变化。

G. 若质点的动量发生变化，则其动量矩也一定发生变化。

H. 若质点对某定点的动量矩发生变化，则其动量也一定发生变化。

【14－29】 两个质点组成的质点系，其对质心的动量矩守恒。试判断下述各说法是否正确：

A. 若质点系动量守恒，则其动能也一定守恒。

B. 若质点系动能守恒，则其动量也一定守恒。

【14－30】 两个质点组成的质点系，若其质心加速度恒为零，且对质心的动量矩守恒，试判断下述各说法是否正确：

A. 该质点系对空间任意一点的动量矩皆守恒。

B. 若其中一个质点的动量守恒，则另一质点的动量必守恒。

C. 若其中一个质点对某定点的动量矩守恒，则另一质点对同一点的动量矩亦必守恒。

【14－31】 两个质点的质量分别为 m_1 和 m_2，且 $m_1 > m_2$，初始两质点皆静止，在大小、方向完全相同的力 $\boldsymbol{F}$ 作用下作直线运动。问：

(1) 经过相同的时间 t，力的功是否相同？

(2) 在 t 时刻，两个质点的动量是否相同？

(3) 在 t 时刻，两个质点的动能是否相同？

【14－32】 两个质量完全相同的质点，初始静止，在大小相同的切向力 $\boldsymbol{F}$ 作用下，分别沿半径为 R 及 r 的圆形光滑轨道运动，且 $R > r$。问：

(1) 经过相同的时间 t，力 $\boldsymbol{F}$ 的功是否相同？

(2) 在任意时刻 t，两个质点的动能、动量及对各自圆心的动量矩是否相同？

(3) 在任意时刻 t，两个质点的加速度是否相同？

【14－33】 某运动的刚体对空间某定点的动量矩守恒，问：

(1) 若刚体的动量也守恒，刚体可能作什么样的运动？

(2) 若刚体对质心的动量矩也守恒，则刚体质心的运动轨迹一定是直线或圆，对吗？

【14－34】 下述刚体可能是怎样的运动状态？

(1) 对某定点 O 的动量矩为零。

(2) 动量为零。

(3) 动能为零。

(4) 动量为零,且对某定轴的动量矩也为零。

(5) 对质心的动量矩为零,且对某两根坐标轴的动量矩也为零。

【14-35】 刚体有否可能出现下述运动状态?

(1) 动能不为零,但对某不共线的三个定点的动量矩相等。

(2) 动量为零,对空间某定点的动量矩亦为零,但动能不为零。

(3) 动量不为零,对空间某定点的动量矩为零。

【14-36】 试从下述各方面考虑,指出质点系动量、动量矩及动能之间的区别。

(1) 矢量、标量。

(2) 内力的影响。

(3) 与运动方向的关系。

(4) 使之产生变化的原因。

(5) 与质心的关系。

(6) 各量的守恒条件。

(7) 对空间及平面问题可列的独立方程数。

【14-37】 两个质点(质量可以不同)仅在它们相互之间的万有引力作用下运动。下述各说法对吗?

A. 系统的动量守恒。

B. 系统对质心的动量矩守恒。

C. 系统的动能守恒。

【14-38】 图示系统无摩擦,圆盘及绳索质量不计,$m_1 > m_2$。在 m_1 由静止向下运动过程中,下述各说法对否?

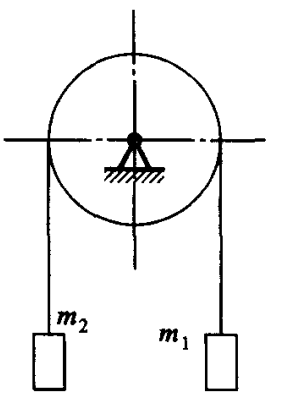
A. 系统机械能守恒,动量不守恒。

B. 系统机械能守恒,动量守恒。

C. 系统对轮心 O 的动量矩守恒。

D. 系统质心作匀速直线运动。

E. 系统质心作匀变速直线运动。



题 14-38 图

【14-39】 图示无重细绳一端系一质点 M,在光滑的水平面内运动,细绳绕过该平面上一固定销钉 O(直径不计)。初始质点 M 以速度$\boldsymbol{v}_M$ 垂直于绳索在平面上运动。若在绳的另一端以常速$\boldsymbol{v}$ 在平面上牵动绳索,试判断在以后的运动中下述各说法是否正确:

A. 动能不变,对 O 点的动量矩守恒。

B. 动能变化,对 O 点的动量矩守恒。

C. 动能不变，对 O 点的动量矩不守恒。

D. 动能变化，对 O 点的动量矩也变化。

【14－40】 图示均质圆柱，质量为 m，半径为 R，沿倾角为 θ 的斜面向下运动。斜面与圆柱间的静滑动摩擦因数为 f_s，动滑动摩擦因数为 f，不计滚动摩阻。问下述方程是否正确？为什么？

(1) 若圆柱连滚带滑向下运动，则：

$$P\sin\theta - P\cos\theta \cdot f = ma_C$$

$$P\cos\theta \cdot fR = J_C\alpha$$

$$a_C = \alpha R$$

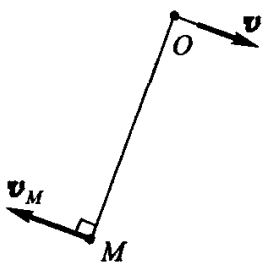
(2) 若圆柱向下作纯滚动，则：

$$P\sin\theta - P\cos\theta \cdot f_s = ma_C$$

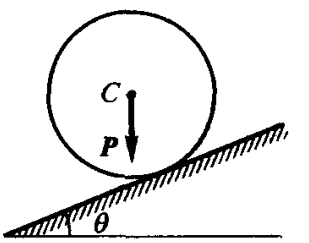
$$P\cos\theta \cdot f_s R = J_C\alpha$$

$$a_C = \alpha R$$

式中 $P = mg$，a_C 为质心加速度，J_C 为圆柱对轴的转动惯量，α 为圆柱的角加速度。

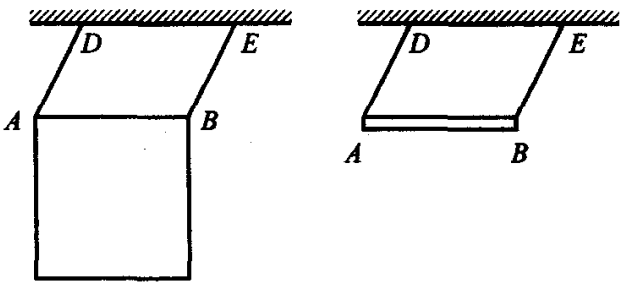


题 14－39 图



题 14－40 图

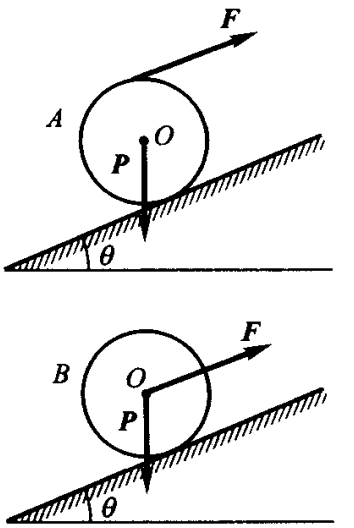
【14－41】 图(a)中均质正方形板由绳 AD，BE 悬挂，图(b)中均质杆由绳 AD，BE 悬挂。图(a)中的正方形板与图(b)中的杆质量相同，两图中 AB 等长，且均有 $AD = BE$，$AD \parallel BE$。由图可知，正方形板与杆皆作平移，因此在求图(a)中正方形板的速度、加速度及两绳的张力时，可将图(a)简化为图(b)来计算。



题 14－41 图

这样简化对吗？为什么？

【14－42】 两个质量、半径都完全相同的均质圆盘 A，B，盘 A 上缠绕无重细绳，在绳端作用力 $\boldsymbol{F}$，轮 B 在质心处作用力 $\boldsymbol{F}$，两力相等，且都与斜面平行，如图所示。设两轮在力 $\boldsymbol{F}$ 及重力作用下，无初速从同一高度沿完全相同的斜面向上作纯滚动。问：



题 14－42 图

(1) 若两轮轮心都走过相同的路程 s，那么：

力的功是否相同？

两圆盘的动能、动量及对盘心的动量矩是否相同？

(2) 若从初始起经过相同的时间 t，那么：

力的功是否相同？

两圆盘的动能、动量及对盘心的动量矩是否相同？

(3)两圆盘哪个先上升到斜面顶点？

(4) 两圆盘与斜面间的摩擦力是否相等？

(5) 若两圆盘沿斜面连滚带滑的运动，动滑动摩擦因数皆为 f，试回答上面的问题(1)、(2)、(3)、(4)。

(6) 若斜面绝对光滑，试回答上面的问题(1)、(2)、(3)、(4)。

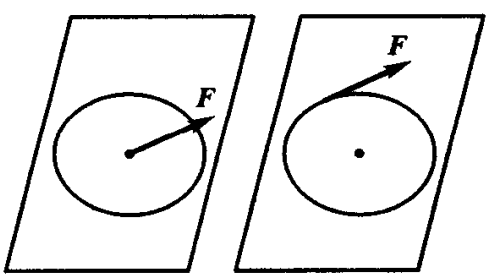
【14－43】 图中两均质圆盘质量、半径都相同，平放在光滑的水平面上。图(a)中，在盘心作用一不变的力 $\boldsymbol{F}$；图(b)中，圆盘上缠绕细绳，绳质量不计，绳上作用一不变的力 $\boldsymbol{F}$；这两个力相等，如图所示。设两盘初始静止，比较两图，判断下述各说法是否正确：

A. 经过相同的时间 t，力 $\boldsymbol{F}$ 的冲量相等。

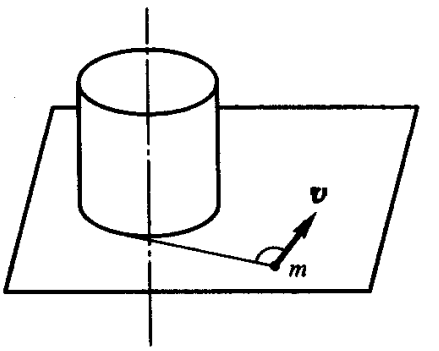
B. 经过相同的时间 t，力 $\boldsymbol{F}$ 所作的功相等。

C. 在 t 时刻，两圆盘的动量相同。

D. 在 t 时刻，两圆盘的动能相等。



题 14－43 图



题 14－44 图

【14－44】 半径为 R 的圆柱垂直地固定在水平面上，其上缠绕细绳(绳质量

不计),绳端系一小球,质量为 m,小球可在水平面上运动,无摩擦,如图所示。设初始小球以速度 $\boldsymbol{v}$ 垂直于绳索运动,问在以后的运动过程中:

(1) 小球的动能是否变化?

(2) 小球对垂直于水平面的圆柱中心轴的动量矩是否守恒?

(3) 细绳的张力大小是否不变?

【14-45】 在进行下述工作中,主要利用的是动能还是动量?

(1) 锻锤锻打工件。

(2) 铁锤将钉子打入木板。

(3) 弹片或子弹射入动物体内,以达杀伤目的。

【14-46】 子弹以速度 $\boldsymbol{v}$ 沿水平方向射入铅直悬挂的沙袋中。试分析在子弹射入前直至射入后沙袋摆过 θ 角的过程中,整个系统的动量、动能及对沙袋悬挂点 O 的动量矩的变化情况。

【14-47】 若质点所受力的合力不为零,试判断下述结论是否正确:

A. 质点的动量必然变化。

B. 质点的动量矩(无论矩心在哪里)必然变化。

C. 质点的动能必然变化。

【14-48】 图示均质圆盘上距水平面高为 h 处作用一水平力 $\boldsymbol{F}$,圆盘在水平面上作纯滚动,C 为圆盘中心。设地面的摩擦力为 $\boldsymbol{F}_s$,试判断下述各说法的正误:

A. h 越大,则摩擦力 $\boldsymbol{F}_s$ 越小。

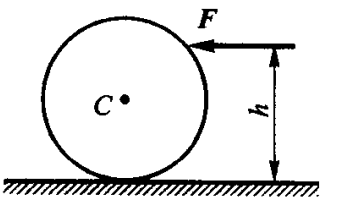
B. h 越小,则摩擦力 $\boldsymbol{F}_s$ 也越小。

C. h 的大小对摩擦力 $\boldsymbol{F}_s$ 的大小无影响。

D. h 越大,则轮心加速度 a_C 也越大。

E. h 越小,则轮心加速度 a_C 越大。

F. h 的大小对轮心加速度 a_C 无影响。



题 14-48 图

【14-49】 均质圆柱半径为 r,质量为 m,与水平面及铅直面相接触,如图所示。两接触处的动滑动摩擦因数皆为 f,设圆柱初始角速度为 ω_0,在摩擦力作用下经 t 时间停止。试判断下述各说法的正误:

A. 设 m,f 不变,若增大 r,则摩擦力矩也增大,因此 t 将减少。

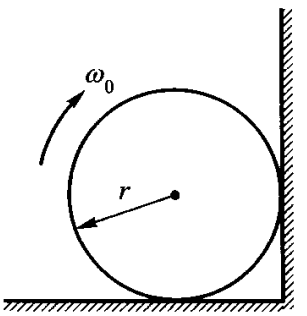
B. 设 m,f 不变,若增大 r,则圆柱转动惯量增大,不易停止,因此 t 将增加。

C. 在 m,f 不变的条件下,圆柱半径 r 的大小对 t 无影响。

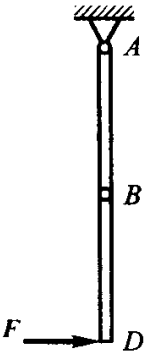
【14-50】 图中 AB、BD 皆是长为 l、质量为 m 的均质杆,A,B 两处皆为光滑铰链,两杆平衡于铅垂位置。今在 D 端加一水平力 $\boldsymbol{F}$,问在此瞬时:

(1) 两杆的角加速度各为什么方向?

(2) 两杆的角加速度哪一个较大?



题 14-49 图



题 14-50 图

【14-51】 在铅直平面内有质量皆为 m 的细铁环和均质圆盘,半径皆为 r,如图所示。C 为质心,O 为固定光滑铰支座,当两图中 OC 均为水平位置时,同时无初速释放。不用计算,试回答:

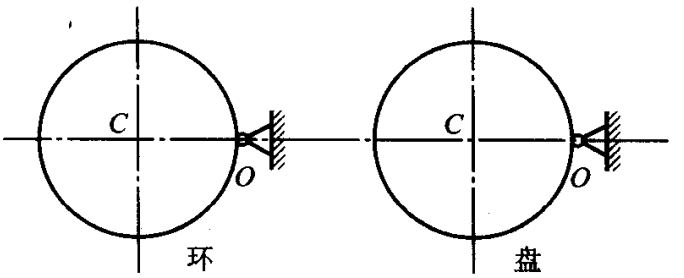
(1) 在释放的瞬时,哪个物体的角加速度较大?

(2) 在释放的瞬时,哪个图中铰链 O 处的约束力较大?

(3) 当 OC 摆至铅直位置时,哪个图中的动量较大?

(4) 当 OC 摆至铅直位置时,哪个图中的动能较大?

(5) 当 OC 摆至铅直位置时,哪个图中对 O 点的动量矩较大?



题 14-51 图

【14-52】 图(a)中是质量为 m,长为 l 的均质细杆,图(b)中是一质量为 m 的小球(半径不计)固结于长为 l 的无重刚杆上。两杆均由光滑铰链支承,并同时由铅直位置在一微小扰动下无初速地摆下。不用计算,回答下述问题:

(1) 哪根杆先摆到水平位置?

(2) 经过相同时间,哪个物体所受重力冲量较大?

(3) 摆至水平位置时,哪个物体的动能较大?

(4) 摆至水平位置时,哪个物体的角加速度较大?

(5) 摆至水平位置时,哪个图中铰链处铅直方向的约束力较大?

【14-53】 图中均质杆 AB 长为 l,质量为 m,其 A 端与一无重滑轮光滑铰

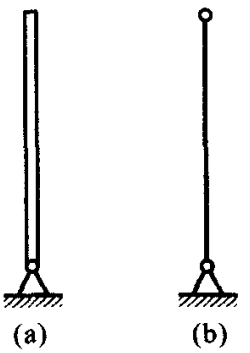
接,滑轮置于斜面上。不计摩擦,将 *AB* 杆于图示铅直位置无初速释放。试判断下述各说法的正误:

A. *AB* 杆将作平移。

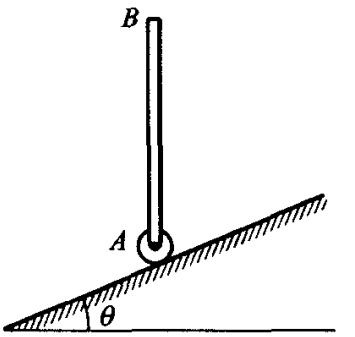
B. *AB* 杆将作平面运动。

C. *AB* 杆的质心加速度是常量。

D. *AB* 杆摆至一定角度后将不再摆动,而仅作平移,且 *B* 端不接触斜面



题 14 - 52 图



题 14 - 53 图

【14 - 54】 在题 14 - 53 中,将 *AB* 杆于铅直位置无初速释放的瞬时:

(1) 其他各量不变,仅使 *AB* 杆质量增加,则此瞬时 *A* 点的加速度为(　　)。

A. 增加　B. 减少　C. 不变

(2) 其他各量不变,仅使 *AB* 杆长度 *l* 增加,则此瞬时 *A* 点的加速度为(　　)。

A. 增加　B. 减少　C. 不变

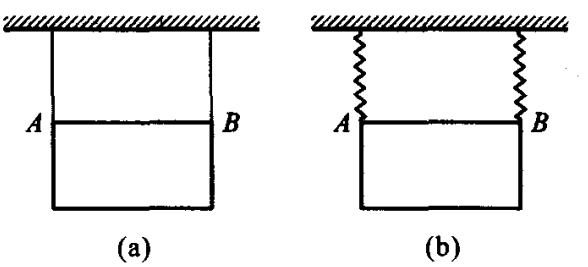
(3) 其他各量不变,仅改变斜面倾角 θ,则此瞬时 *A* 点的加速度为(　　)。

A. 与 θ 角的正弦成正比

B. 与 θ 角的余弦成正比

C. 与 θ 角的正弦或余弦均不成正比

【14 - 55】 图示为两个完全相同的均质矩形薄板,悬挂在水平的天花板下,处于铅直平面内。图(a)用两根等长的细绳悬挂,图(b)用两根完全相同的弹簧



题 14 - 55 图

悬挂，均处于平衡状态。现同时将两图中 B 端的绳索及弹簧突然剪断。不用计算，回答下面问题（在刚剪断的瞬时）：

（1）哪个图中矩形板质心加速度较大？

（2）哪个图中矩形板的角加速度较大？

【14－56】 行星绕恒星运动的轨迹为椭圆。问：恒星应在这椭圆的什么位置上？

【14－57】 如果质点在有心力场中运动，且力心固定不动，那么质点的运动轨迹是否一定是平面曲线？

【14－58】 试证：质点在有心力场中运动，其对力心的动量矩守恒。

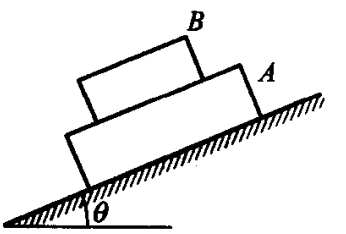
【14－59】 如果一质点在有心力作用下运动，其轨迹是圆周，那么这点的速度大小是否一定不变？

【14－60】 质点在有心力作用下运动。问：怎样的有心力才能使质点以与离力心距离成反比的速度绕力心运动？

【14－61】 试写出万有引力常数的量纲。

【14－62】 质点仅在有心力作用下运动。对任何有心力 $F=f(r)$，不论其函数形式如何，质点的面积速度都保持常量吗？为什么？

【14－63】 质量为 m_1 的物块 B 置于质量为 m_2 的物块 A 上，物块 A 置于倾角为 θ 的斜面上，如图所示。各接触面间互相平行，且摩擦角皆为 φ。设 $\varphi<\theta$，且各物体间的动滑动摩擦因数也相同。现将物块由图示的静止状态释放，问：



题 14－63 图

（1）A，B 两物块的加速度是否相同？

（2）若 A，B 物块焊接为一整体，则其加速度与问题（1）中 A 块或 B 块的加速度是否相同？

（3）若 A，B 物块之间无摩擦，仅 A 块与斜面间有摩擦，则 A 块的加速度与 A，B 间有摩擦或 A，B 焊为一体时是否相同？

【14－64】 质量为 m 的质点，其运动方程为：

$$x=a\cos pt,\ y=b\sin pt,\ z=0$$

式中：a，p，b 皆为常数。试求质点的动量、动能及对坐标原点 O 的动量矩。

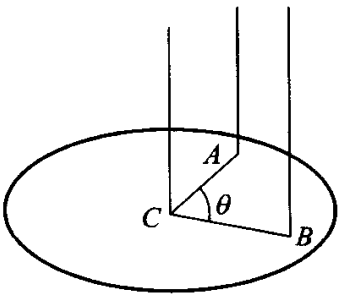
【14－65】 刚体质量为 m，A，B，C 三轴皆垂直于 A，B，C 三点所在平面，$AC=a$，$BC=b$，且 C 轴过质心，如图所示。已知刚体对 A 轴的转动惯量为 J_A，$\angle ACB=\theta$。试问：

（1）若改变角 θ 的大小，那么刚体对 B 轴的转动惯量是否也改变？

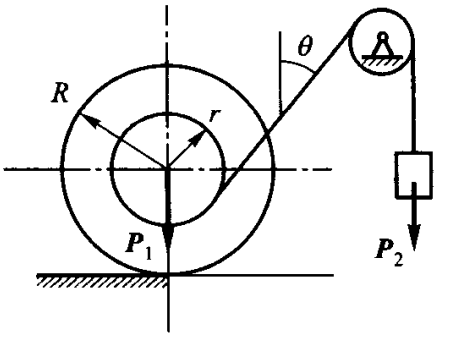
（2）刚体对 B 轴的转动惯量为多少？

【14－66】 两颗炮弹在同一地点、同一时间、同一铅垂面内以大小相同的初速度，与水平线分别成 θ 角和 β 角的方向发射，空气阻力不计。

试问：这两颗炮弹的连线与铅垂方向所成的角度，在运动过程中是否不变？



题 14－65 图



题 14－67 图

【14－67】 图示重为 P_1、半径为 R 的均质圆盘，在圆盘半径为 r 处缠绕细绳，绳重不计，绳绕过定滑轮，悬挂一重为 P_2 的重物。圆盘在水平面上作纯滚动，细绳与铅直方向夹角为 θ。

试问：角 θ 须满足什么条件，盘心加速度方向向左？角 θ 须满足什么条件，盘心加速度方向向右？

【14－68】 两个质量相同的质点，初速度相同，任意瞬时的切向加速度大小也相同，各沿不同的光滑曲线运动。问：

(1) 任意瞬时两质点的动能是否相同？

(2) 任意瞬时两质点受力是否相同？

(3) 任意瞬时两质点的动量是否相同？

(4) 在同一时间内，外力对两质点所作的功是否相同？

(5) 在同一时间内，两质点所受外力冲量是否相同？

【14－69】 两个质量相同的质点，初速度分别为 $\boldsymbol{v}_1$，$\boldsymbol{v}_2$，初动能分别为 T_1，T_2，对某定点 O 的初始动量矩分别为 $\boldsymbol{L}_1$，$\boldsymbol{L}_2$。设在任意时刻两质点受力完全相同，试判断下述各说法的正误：

A. 任意时刻两质点速度之差一定恒等于初始速度之差 $\boldsymbol{v}_1 - \boldsymbol{v}_2$。

B. 任意时刻两质点动能之差一定恒等于其初始动能之差 $T_1 - T_2$。

C. 任意时刻两质点对定点 O 的动量矩之差一定恒等于初始动量矩之差 $\boldsymbol{L}_1 - \boldsymbol{L}_2$。

D. 任意时刻两质点速度大小之差一定恒等于其初始速度大小之差 $|\boldsymbol{v}_1| - |\boldsymbol{v}_2|$。

E. 任意时刻两质点速度之间的夹角一定恒等于初始时 $\boldsymbol{v}_1$ 与 $\boldsymbol{v}_2$ 之夹角。

【14－70】 若某质点对某两个定点的动量矩都保持不变，试判断下述各说法的正误：

A. 该质点一定静止或作直线运动。

B. 该质点的动能一定为常量。

C. 该质点的动量一定守恒。

D. 该质点一定在过这两定点的某平面上运动。

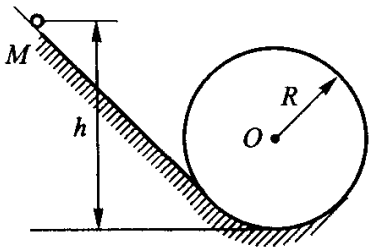
【14-71】 若某质点对某不共线的三个定点的动量矩都守恒，试判断下述各说法的正误：

A. 该质点对空间任意定点的动量矩一定守恒。

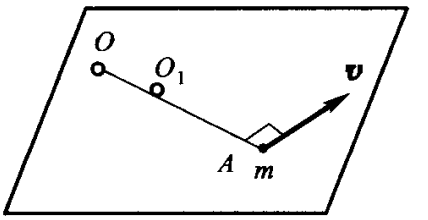
B. 该质点的动量一定守恒。

C. 该质点若不静止，则一定在这三点所确定的平面内运动。

【14-72】 如图所示，欲使质点 M（尺寸不计）沿固定光滑曲线无初速下滑后，能沿半径为 R 的垂直固定的光滑圆环作圆周运动，不计摩擦，有人说：质点 M 的高度 h 只要满足 $h \geqslant 2R$（即 M 点的高度高于圆环顶端）即可，这样说对吗？为什么？



题 14-72 图



题 14-73 图

【14-73】 无重细绳 OA 一端固定于 O 点，另一端系一质量为 m 的小球 A（小球尺寸不计），在光滑的水平面内绕 O 点运动（O 点也在此平面上）。该平面上另一点 O_1 是一销钉（尺寸不计），当绳碰到 O_1 后，A 球即绕 O_1 转动，如图所示。问：在绳碰到 O_1 点前后瞬间下述各说法对吗？

A. 球 A 对 O 点的动量矩守恒。

B. 球 A 对 O_1 点的动量矩守恒。

C. 绳索张力不变。

D. 球 A 的动能不变。

【14-74】 两个均质圆盘，其对盘心的转动惯量分别为 J_1 及 J_2，且 $J_1 > J_2$，两盘均置于光滑的水平面上，初始静止。现在两盘上施加相同的力偶，使两盘各自在光滑水平面上转动。

(1) 试比较两圆盘转过 φ 角瞬时的动能及对各自盘心 C_1，C_2 动量矩的大小。

(2) 试比较在任一瞬时两圆盘的动能及动量矩的大小。

【14-75】 图示平面机构中，A，B 为铰链，O_1，O_2 为固定铰支座，不计摩

擦。杆 O_1A 以不变的角速度 ω 绕 O_1 旋转，图示瞬时 B 点恰好为 AB 杆的速度瞬心。试判断下述各式是否正确？为什么？

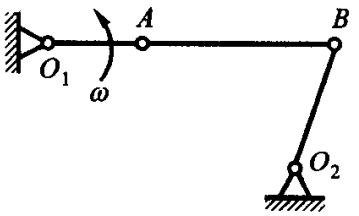
A. $J_B\alpha_{AB} = M_B$

式中：J_B 为杆 AB 对 B 点的转动惯量，α_{AB} 为杆 AB 的角加速度，M_B 为 AB 杆所受外力对 B 点的主矩。

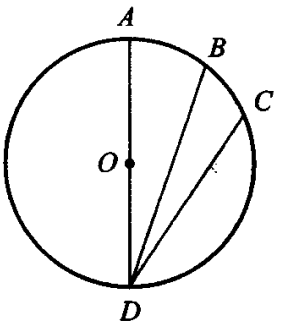
B. $T_{AB} = \frac{1}{2}J_B\omega_{AB}^2$

式中：T_{AB} 及 ω_{AB} 分别为 AB 杆的动能及角速度。

【14－76】 图中 A，B，C，D 四点共圆，该圆固定于铅垂面内，D 为最低点，A 为最高点。三个_____质量相同的质点，同时分别由 A，B，C 三点无初速地沿图中所示的 AD，BD，CD 三条弦在重力作用下向下滑动，不计摩擦。问：哪一个质点先到达 D 点？



题 14－75 图



题 14－76 图

【14－77】 由高塔顶端同时以相同大小的初速度 v_0 抛出两块石块，一块铅直向上，一块铅直向下，不计空气阻力。设两块石头之间的距离为 s，试判断直至有一块石头落地之前下列各式是否正确：

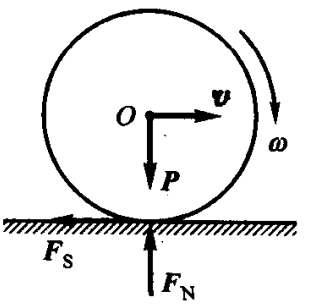
A. $s = 2v_0t$　　B. $s = v_0t$

C. $s = v_0t + \frac{1}{2}gt^2$　　D. $s = 2\left(v_0t + \frac{1}{2}gt^2\right)$

【14－78】 一均质圆柱在粗糙的水平面上向右作纯滚动，不计滚动摩阻，除重力外不受任何主动力作用。现作如下分析：

(1) 由于圆柱作纯滚动，因此必有一摩擦力沿水平方向向左(与圆柱运动方向相反)作用于圆柱，其受力分析如图所示。由刚体平面运动微分方程知，摩擦力 F_s 将使圆柱质心有向左的加速度，这将使圆柱越转越慢。

(2) 由于摩擦力方向向左，其对质心的力矩使圆柱产生绕质心顺时针方向的角加速度，该角加速度使圆柱向右越转越快。



题 14－78 图

以上两个分析是矛盾的。怎样解释？圆柱到底将如何运动？

【14－79】 一均质椭圆柱在某一驱动力矩 M 作用下在水平面上作纯滚动，当去掉此力矩 M 后，椭圆柱仍在水平面上作纯滚动。忽略滚动摩阻，问：在其后的运动过程中，椭圆柱的动能、动量及对质心的动量矩是否守恒？

【14－80】 刚体作平面运动，P 为其速度瞬心，J_P 为其对速度瞬心 P 的转动惯量，M_P 为作用在刚体上的外力对速度瞬心 P 的矩。有人提出这样的论证：

刚体动能为 $T=\frac{1}{2}J_P\omega^2$

由动能定理的微分形式，有 $M_P\omega=\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t}$，而

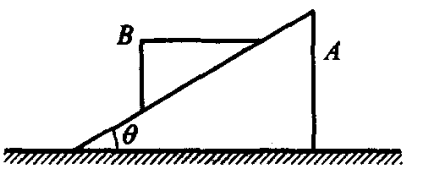
$$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{1}{2}J_P\omega^2\right)=J_P\omega\alpha$$

所以 $M_P=J_P\alpha$

试指出错误出现在哪里？

【14－81】 在高空中某一点以相同大小的速度抛出四个石块，其方向分别为铅直向上、铅直向下、水平向左及水平向右。不计空气阻力，问：在下落的每一瞬时（直至有一块石块落地之前），用四块石块作顶点的四边形是什么形状？

【14－82】 图示大三角块 A 置于光滑水平面上，小三角块 B 置于大三角块 A 的斜面上，整个系统无摩擦。系统初始静止，在重力作用下 B 块沿斜面向下运动，A 块也会发生水平运动。直至 B 块落地之前，问：



题 14－82 图

（1）在运动过程中，水平地面的约束力是否为常量？

（2）A，B 块之间的约束力沿斜面法线与 A，B 的运动方向都不垂直，因而此处的约束力作功，对吗？你是怎样分析的？

（3）由于系统无摩擦，因此为理想约束系统，故 A，B 物块之间的约束力一定不作功，对吗？你是怎样分析的？

【14－83】 大三角块置于光滑水平面上，小三角块置于大三角块的斜面上，如题 14－82 图所示，整个系统均无摩擦。设系统初始静止，问在运动过程中，直至小三角块接触地面之前：

（1）小三角块的机械能是否守恒？

（2）在 t 时刻，大、小三角块中哪一个水平方向的动量值较大？

（3）在 t 时刻，大、小三角块哪一个的动能较大？

（4）比较小三角块静止于大三角块上（例如大三角块斜面上加一档块，以阻止小三角块运动）与小三角块沿大三角块的斜面运动两种情况，大三角块斜面的法向约束力大小是否相同？水平地面的法向约束力大小是否相同？

【14－84】 在题 14－82 图中，大、小三角块质量分别为 m_1 及 m_2，水平面及大三角块斜面均绝对光滑。设大三角块斜面与水平面夹角为 θ，问在小三角块落地之前：

(1) 小三角块对大三角块的压力是否为 $m_2 g\cos\theta$？为什么？

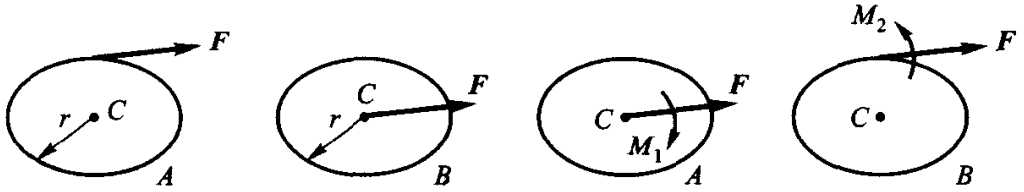
(2) 大三角块对水平面的压力是否为 $(m_1 + m_2)g$？为什么？

【14－85】 图中 A，B 为两个完全相同的均质圆盘，两盘均平放于光滑的水平面上。A 盘外圆上绕以无重细绳，在绳端作用不变的力 $\boldsymbol{F}$，如图(a)所示。B 盘在中心处作用不变的力 $\boldsymbol{F}$，如图(b)所示，且两图中的力 $\boldsymbol{F}$ 相等。初始两圆盘均静止。为讨论 t 时刻两圆盘动能的大小，甲、乙两人发生争论：

甲说：将 A 盘上的力 $\boldsymbol{F}$ 平移到盘心处，得一个力 $\boldsymbol{F}$ 与矩为 $M_1 = Fr$ 的力偶，如图(c)所示。比较(b)、(c)两图，A 盘比 B 盘多了一个力偶，因此 t 时刻 A 盘将比 B 盘有更大的动能。

乙说：将 B 盘上的力 $\boldsymbol{F}$ 平移到轮缘，得一力 $\boldsymbol{F}$ 及矩为 $M_2 = Fr$ 的力偶，如图(d)所示。比较(a)、(d)两图，B 盘比 A 盘多一力偶，因此在 t 时刻 B 盘将比 A 盘有更大的动能。

试分析上述两种说法的正误。



(a) (b) (c) (d)

题 14－85 图

【14－86】 甲、乙两船完全相同，与岸的距离也完全相同，两船各有一绳与岸相通，且两船初始静止。甲船上一人用力收绳，绳另一端固定于岸上；乙船则是岸上与船上各有一人都用力收绳。设三人所用力量相同，问下述各说法是否正确？为什么？

A. 以船为研究对象，两船受力完全相同，因此加速度也相同，故同时到岸

B. 甲船上一人作功，岸上桩子不动，因此岸上对绳子的拉力不作功；乙船上两个人都作功，因此乙船得到的能量是甲船的两倍，由动能定理知，乙船将获得较大的动能，所以乙船先到岸

【14－87】 两个质量相同的均质细杆平放在光滑的水平面上。A 杆长为 l_1，B 杆长为 l_2，且 $l_1 > l_2$。两杆初始静止，现同时在两杆上施加力偶，使之在水平面上旋转。A 杆受矩为 M_1 的力偶，B 杆受矩为 M_2 的力偶，且 $M_1 : M_2 = l_1 : l_2$。问：

(1) 经过同一时间后,哪根杆的动量矩较大?哪根杆的动能较大?

(2) 比较两根杆在转过 φ 角时,那根杆动量矩较大?哪根杆动能较大?

【14-88】 两个质量不同的质点用弹簧相连,平放在光滑的水平面上。弹簧刚度系数为 k,弹簧原长为 l_0。现将两质点拉开,使弹簧拉长到 l 后无初速地释放。当弹簧恢复到原长瞬时:

(1) 两个质点的速度都(　　)。

A. 与 $k^{\frac{1}{2}}$ 成正比,与$(l-l_0)$成正比

B. 与 k 成正比,与$(l-l_0)^2$ 成正比

C. 与 k 成正比,与$(l-l_0)$成正比

D. 与 $k^{\frac{1}{2}}$ 成正比,与$(l-l_0)^{\frac{1}{2}}$成正比

(2) 设两个质点的质量和动能分别为 m_A, T_A 和 m_B, T_B,则(　　)。

A. 若 $m_A > m_B$,则 $T_A > T_B$

B. 若 $m_A > m_B$,则 $T_A < T_B$

C. 无论 m_A, m_B 哪一个大,必有 $T_A = T_B$

(3) 设两个质点动量的大小分别为 p_A 与 p_B,则(　　)。

A. 若 $m_A > m_B$,则 $p_A > p_B$

B. 若 $m_A > m_B$,则 $p_A < p_B$

C. 无论 m_A、m_B 哪一个大,必有 $p_A = p_B$

第十五章　达朗贝尔原理(动静法)

【15－1】　设质点在空中运动时，只受到重力作用，问在下列三种情况下，质点惯性力的大小和方向：

(1) 质点作自由落体运动。

(2) 质点被垂直上抛。

(3) 质点沿抛物线运动。

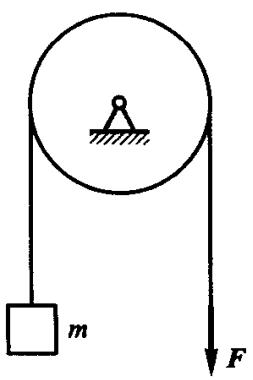
【15－2】　一列火车在启动过程中，哪一节车厢的挂钩受力最大，为什么？

【15－3】　如图所示，滑轮的转动惯量为 J_O，重物质量为 m，拉力为 F，绳与轮间不打滑。试求下述两种情况下，轮两边绳的拉力。

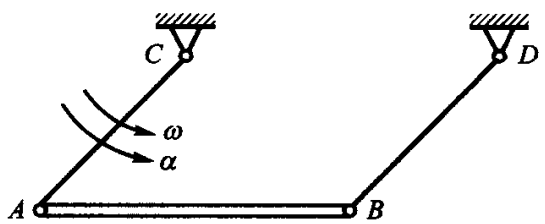
(1) 重物以等速度 v 上升和下降。

(2) 重物以加速度 a 上升和下降。

【15－4】　图示平面机构中，$AC \parallel BD$，且 $AC = BD = d$，均质杆 AB 的质量为 m，长为 l。AB 杆惯性力系简化结果是什么？



题 15－3 图



题 15－4 图

【15－5】　均质杆绕其端点在平面内转动，将杆的惯性力系向此端点简化或向杆中心简化，其结果有什么不同？二者间又有什么联系？此惯性力系能否简化为一合力？合力作用线与撞击中心有什么联系？

【15－6】　任意形状的均质等厚薄板，垂直于板面的轴都是惯性主轴吗？通过薄板质心，但不与板面垂直的轴为什么不是惯性主轴？

【15-7】 均质长方体的任一棱边都是惯性主轴吗？均质等边三棱柱的各边呢？不等边三棱柱呢？

【15-8】 牵连惯性力、科氏惯性力以及陀螺力矩与本章的惯性力有何联系？

【15-9】 应用动静法时，对静止的质点是否需要加惯性力？对运动着的质点是否都需要加惯性力？

【15-10】 不论刚体作何种运动，其惯性力系向任一点简化的主矢都等于刚体的质量与其质心加速度的乘积，而取相反方向，即 $\boldsymbol{F}_{\mathrm{IR}} = -m\boldsymbol{a}_{\mathrm{C}}$，对否？

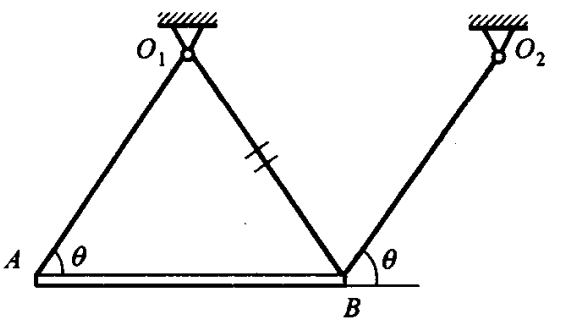
【15-11】 只要转轴通过质心，则定轴转动刚体的轴承上就一定不受附加动压力的作用，对否？

【15-12】 作瞬时平移的刚体，在该瞬时其惯性力系向质心简化的主矩必为零，对吗？

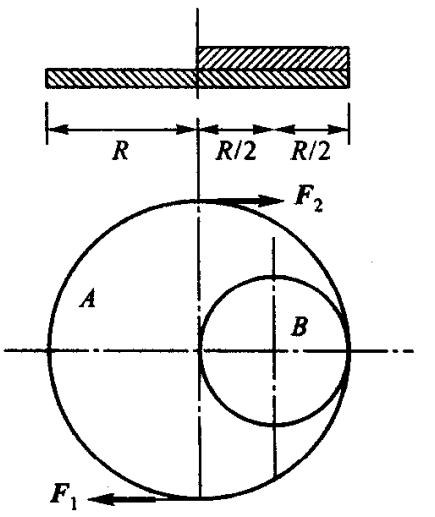
【15-13】 平面运动刚体上惯性力系如果有合力则必作用在刚体的质心上，对吗？

【15-14】 均质杆 AB 由三根等长细绳悬挂在水平位置，已知杆的质量为 m，在图示位置突然割断绳 O_1B，则该瞬时杆 AB 的加速度为_____。（表示为 θ 的函数，方向在图中画出。）

【15-15】 半径为 R，质量为 m_A 的均质圆盘 A，与半径为 $R/2$，质量为 m_B 的均质圆盘 B 如图固结在一起，并置于水平光滑平面上，初始静止，受二平行力 $\boldsymbol{F}_1$，$\boldsymbol{F}_2$ 作用。若 $m_A = m_B = m$，$F_1 = F_2 = F$，则系统惯性力系简化的结果：主矢量的大小为_____，主矩的大小为_____。（各量应在图中画出。）



题 15-14 图

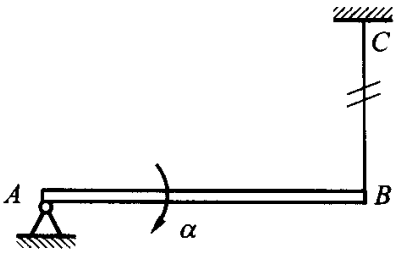


题 15-15 图

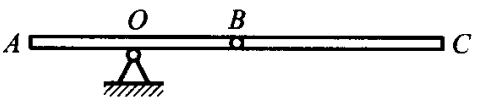
【15-16】 均质细杆 AB 质量为 m，长 L，置于水平位置，若在绳 BC 突然剪断瞬时角加速度为 α，则杆上各点惯性力的合力大小为_____，作用点的位置在离 A 端_____处，并在图中画出该惯性力。

【15-17】 两根长度均为 l，质量均为 m 的均质细杆 AB，BC，在 B 处铰接

在一起。杆 AB 可绕中心 O 转动，图示位置 A，B，C 三点在同一水平直线上，试问由此位置在重力作用下开始运动时，两杆的角加速度何杆大？如何说明。



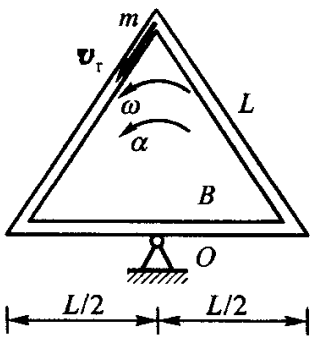
题 15－16 图



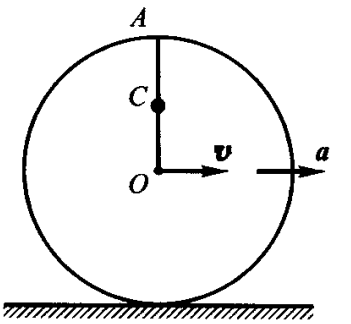
题 15－17 图

【15－18】 已知等边三角形框架绕水平轴 O 转动，角速度为 ω，角加速度为 α，边长为 L。当质量为 m 的小球以相对速度 $\boldsymbol{v}_r$ 运动到图示位置时，小球的科氏惯性力等于_____，牵连惯性力等于_____。（方向在图中标出。）

【15－19】 半径为 R 的圆盘沿水平地面作纯滚动。一质量为 m，长为 R 的均质杆 OA 如图固结在圆盘上，当杆处于铅垂位置时，盘心有速度 $\boldsymbol{v}$，加速度 $\boldsymbol{a}$。则图示瞬时，杆 OA 的惯性力系向杆中心 C 简化的结果为_____。（须将结果画在图上。）



题 15－18 图

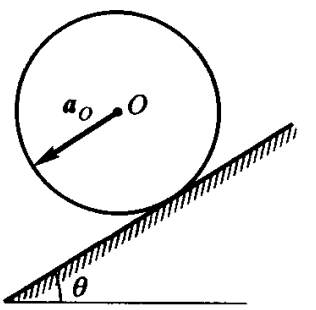


题 15－19 图

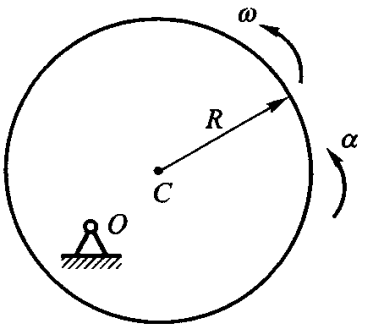
【15－20】 均质圆盘半径为 R，质量为 m，沿斜面作纯滚动。已知轮心加速度 $\boldsymbol{a}_O$，则圆盘各质点的惯性力向 O 点简化的结果是：惯性力系主矢量的模_____；惯性力系主矩的模_____。（方向应在图中画出）。

【15－21】 已知偏心轮为均质圆盘，质心在 C 点，质量为 m，半径为 R，偏心距 $OC = e$，转动的角速度为 ω，角加速度为 α，若将惯性力系向 O 点简化，则惯性力系的主矢为_____，惯性力系的主矩为_____，各矢量应在图中标出。

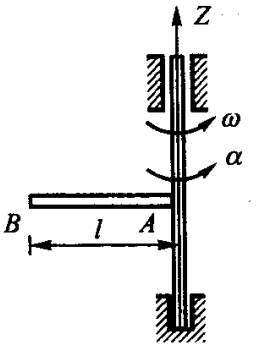
【15－22】 均质杆 AB 长为 l，质量为 m，绕 z 轴转动的角速度和角加速度分别为 ω，α，如图所示，此杆上各点的惯性力向 A 点简化的结果：主矢的大小是_____，主矩的大小是_____。



题 15－20 图



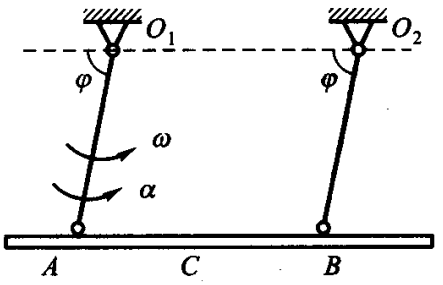
题 15－21 图



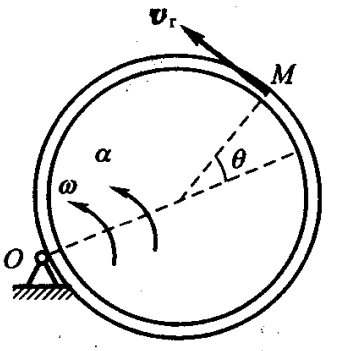
题 15－22 图

【15－23】 AB 杆质量为 m，长为 l，曲柄 O_1A、O_2B 质量不计，且 $O_1A = O_2B = R$，$O_1O_2 = l$。当 $\varphi = 60°$时，O_1A 杆绕 O_1 轴转动，角速度与角加速度分别为 ω 与 α，则该瞬时 AB 杆应加的惯性力大小为_____。（方向在图中标出。）

【15－24】 半径为 R 的圆环在水平面内绕通过环上一点 O 的铅垂轴以角速度 ω，角加速度 α 转动。环内有一质量为 m 的光滑小球 M，图示瞬时（θ 为已知）有相对速度 $\boldsymbol{v}_r$（方向如图），则该瞬时小球的科氏惯性力等于_____，牵连惯性力等于_____。（方向在图中标出。）



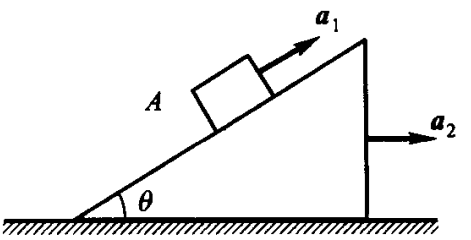
题 15－23 图



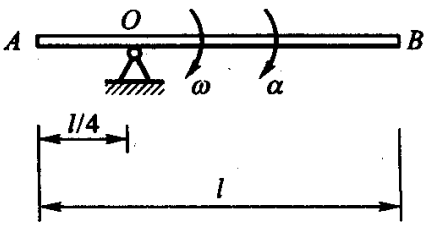
题 15－24 图

【15－25】 质量为 m 的物块 A 相对于三棱柱以加速度 $\boldsymbol{a}_1$ 沿斜面向上运动，三棱柱又以加速度 $\boldsymbol{a}_2$ 相对地面向右运动，已知角 θ，则物块 A 的惯性力的大小为_____。

【15－26】 均质细杆 AB，长 l，重 $\boldsymbol{P}$，可绕 O 轴转动，图示瞬时其角速度为 ω，角加速度为 α，则该杆的惯性力系向点 O 简化的结果为_____。（方向在图中标出。）



题 15－25 图



题 15－26 图

【15-27】 质量 $m=1$ kg,长 $L=1$ m 的均质细杆在铅直面内绕其一端 O 按规律 $\varphi=t-(3/2)t^2$ 转动,t 以 s 计,φ 以 rad 计,则 $t=1$ s 时,该杆的惯性力系向点 O 简化的主矢和主矩的大小分别等于_____。

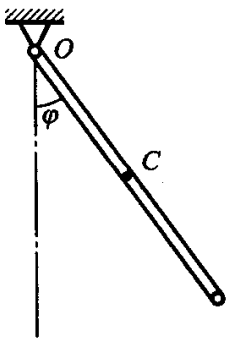
【15-28】 已知曲柄 OA 〃 O_1B,$OA=r$,转动角速度和角加速度分别为 ω 和 α,如图所示。$ABCD$ 为一弯杆,质量为 m 的滑块 E 可沿 CD 杆运动。则在图示 O_2E // AB 瞬时,此滑块 E 的惯性力大小 F_{IR} 应为(　)。

A. $F_{IR}=\frac{1}{8}mr(3\alpha+\sqrt{3}\omega^2)$

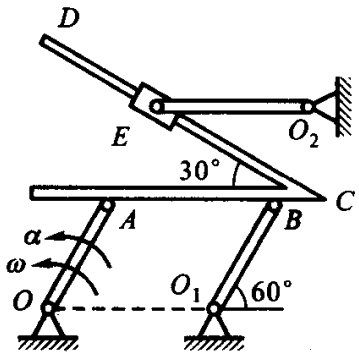
B. $F_{IR}=\frac{\sqrt{3}}{3}mr\omega^2$

C. $F_{IR}=\frac{1}{2}mr(\omega^2+\sqrt{3}\alpha)$

D. $F_{IR}=0$



题 15-27 图



题 15-28 图

【15-29】 对于任意刚体上的任意一点_____惯性主轴。

A. 只能有一根

B. 只有两根相互垂直的

C. 有三根相互垂直的

【15-30】 长度为 l 的无重杆 OA 与质量为 m,长度为 $2l$ 的匀质杆 AB 在 A 端垂直固接,可绕轴 O 转动。假设在图示瞬时,角速度 $\omega=0$,角加速度为 α,则此瞬时 AB 杆惯性力系简化的主矢 F_{IR} 的大小和主矩 M_{IC} 的大小应分别为(　)。

A. $F_{IR}=ml\alpha$(作用于 O 点),$M_{IC}=\frac{1}{3}ml^2\alpha$

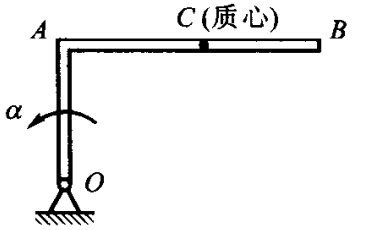
B. $F_{IR}=\sqrt{2}ml\alpha$(作用于 A 点),$M_{IC}=\frac{4}{3}ml^2\alpha$

C. $F_{IR}=\sqrt{2}ml\alpha$(作用于 O 点),$M_{IC}=\frac{7}{3}ml^2\alpha$

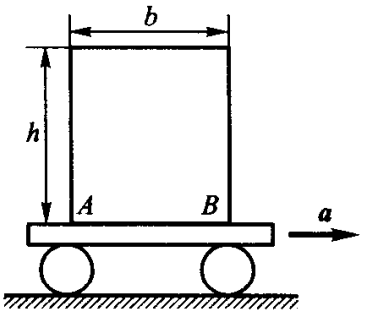
D. $F_{IR}=\sqrt{3}ml\alpha$(作用于 C 点),$M_{IC}=\frac{7}{3}ml^2\alpha$

【15－31】 如图所示，用小车运送货箱。已知货箱宽 $b=1$ m，高 $h=2$ m，可视为均质长方体。货箱与小车间的静摩擦因数 $f_s=0.35$，为了安全运送，则小车的最大加速度 a_{max} 应为(　)。

A.0.35 g　B.0.2 g　C.0.5 g　D.0.4 g



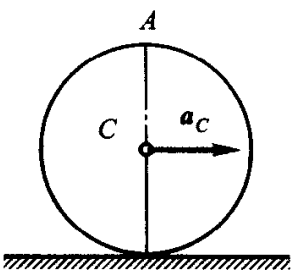
题 15－30 图



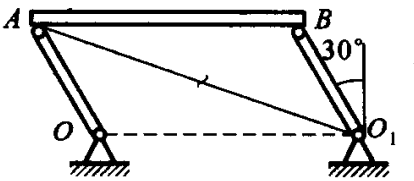
题 15－31 图

【15－32】 匀质圆盘的质量为 m，半径为 r，在水平直线轨道上纯滚动。若圆盘中心 C 的加速度为 a_C，则圆盘的惯性力向盘上最高点 A 简化的主矢大小 $F_{IR}=$ _____，方向_____，主矩大小 $M_{IA}=$ _____，转向_____。

【15－33】 如图所示，匀质杆 AB 重为 W，用两根长度相等的直杆 OA，O_1B 及绳 AO_1 支持在水平位置，已知 $AB=OO_1=l$，直杆 OA 和 O_1B 的质量略去不计，则切断绳子 AO_1 的瞬时，直杆 OA 所受力大小 F _____。



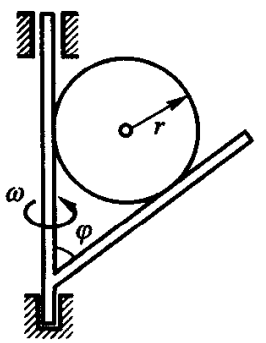
题 15－32 图



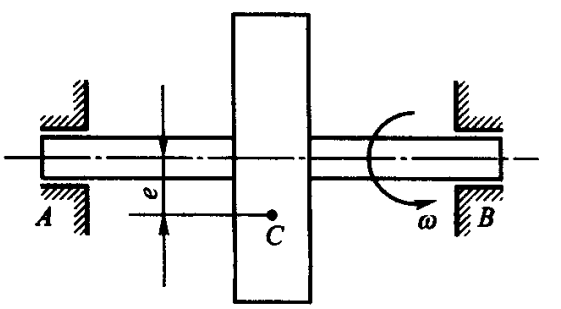
题 15－33 图

【15－34】 如图所示，一半径为 r 的钢管放在光滑的具有分枝的转轴上，为使钢管不滑动，则分枝转动的角速度 ω 应该满足_____。

【15－35】 图示飞轮由于安装的误差，其质心不在转动轴上。如果偏心距



题 15－34 图



题 15－35 图

为 e，飞轮以匀转速 ω 转动时，轴承 A 处的附加动约束力的大小为 F_{NA}，则当飞轮以匀转速 2ω 转动时，轴承 A 处的附加动约束力的大小为_____。

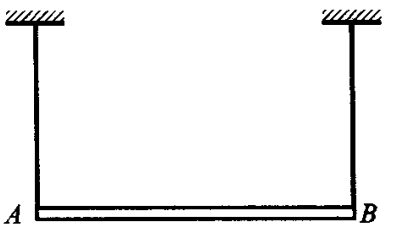
A. F_{NA}　　B. $2F_{NA}$　　C. $3F_{NA}$　　D. $4F_{NA}$

【15－36】 均质细杆 AB 重 P，用二铅直细绳悬挂成水平位置，当 B 端细绳突然剪断瞬时，A 点的加速度的大小为_____。

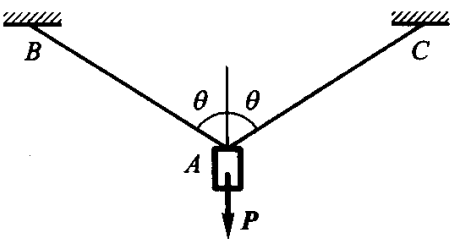
A. 0　　B. g　　C. $g/2$　　D. $2g$

【15－37】 物重 P，用细绳 BA，CA 悬挂如图示，$\theta = 60°$，若将 BA 绳剪断，则该瞬时 CA 绳的张力为_____

A. 0　　B. $0.5P$　　C. P　　D. $2P$



题 15－36 图



题 15－37 图

【15－38】 刚体作定轴转动时，附加动约束力为零的必要与充分条件是_____。

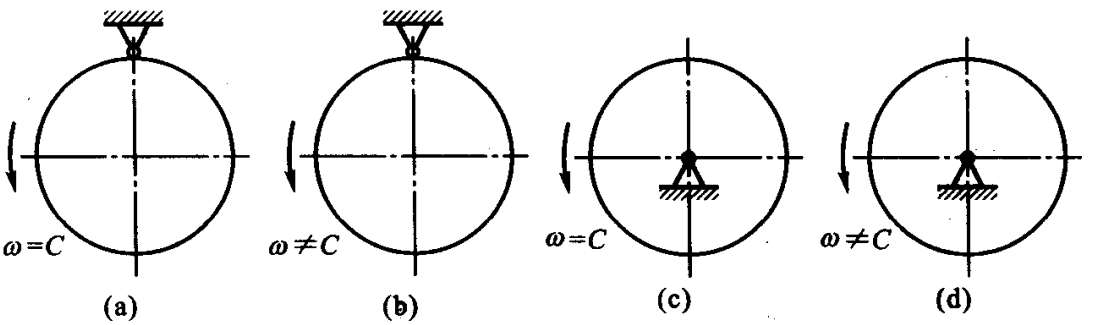
A. 刚体质心位于转动轴上

B. 刚体有质量对称面，转动轴与对称面垂直

C. 转动轴是中心惯性主轴

【15－39】 均质圆盘作定轴转动，其中图(a)、图(c)的转动角速度为常数($\omega = C$)，而图(b)、图(d)的角速度不为常数($\omega \neq C$)。则_____的惯性力系简化的结果为平衡力系。

A. 图(a)　　B. 图(b)　　C. 图(c)　　D. 图(d)。



题 15－39 图

【15－40】 质点系达朗贝尔原理在空间力系问题中的六个平衡方程可写为：$\sum F_x + \sum F_{Ix} = 0$，$\sum F_y + \sum F_{Iy} = 0$，$\sum F_z + \sum F_{Iz} = 0$，$\sum M_x + \sum M_{Ix} = 0$，$\sum M_y + \sum M_{Iy} = 0$，$\sum M_z + \sum M_{Iz} = 0$。是否可写为(判断正误)：

A. 四投影二矩的形式。

B. 四矩二投影的形式。

C. 五矩一投影的形式。

D. 六矩的形式。

【15-41】 达朗贝尔原理为什么又叫做“动静法”？试分别写出其在直角坐标轴和自然轴上的投影式？

【15-42】 凡是运动的物体都有惯性力吗？

【15-43】 质点的达朗贝尔原理为 $\boldsymbol{F}+\boldsymbol{F}_{\mathrm{N}}+\boldsymbol{F}_{\mathrm{I}}=0$，则由 n 个质点组成的质点系，将上式求和，有 $\sum_{i=1}^{n}(\boldsymbol{F}_i+\boldsymbol{F}_{\mathrm{N}i}+\boldsymbol{F}_{\mathrm{I}i})=0$，这就是质点系的达朗贝尔原理，对吗？

【15-44】 质点系的达朗贝尔原理为什么除了有力的方程还有矩的方程？矩的方程式是怎样得到的？

【15-45】 在平面问题中，达朗贝尔原理的投影式为 $\sum F_x+\sum F_{\mathrm{I}x}=0$，$\sum F_y+\sum F_{\mathrm{I}y}=0$，$\sum M_O+\sum M_{\mathrm{I}O}=0$。这是二投影一矩式，可否写为：

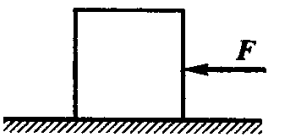
(1) 三投影式？

(2) 二矩一投影式？

(3) 三矩式？

【15-46】 在质点系的达朗贝尔原理中，主动力和约束力中的内力是否需要考虑？为什么？

【15-47】 如图，物块重 1 000 N，$F=200$ N，静摩擦系数为 0.3，问：



题 15-46 图

(1) 惯性力的大小？

(2) 若惯性力为零是否意味着物块对施力体没有反作用力？

【15-48】 无论刚体作何运动，其惯性力系主矢都可由 $\boldsymbol{F}_{\mathrm{IR}}=-m\boldsymbol{a}_C$ 确定吗？（$\boldsymbol{F}_{\mathrm{IR}}$为惯性力系主矢，$m$ 为刚体总质量，$\boldsymbol{a}_C$ 为质心加速度。）$\boldsymbol{F}_{\mathrm{IR}}$是否与简化中心有关？

【15-49】 刚体惯性力系向一点简化的主矩 $M_{\mathrm{I}O}$是怎样定义的？若刚体各质点的惯性力为 $\boldsymbol{F}_{\mathrm{I}i}$，简化中心 O 点到各质点的矢径为 $\boldsymbol{r}_i$，试用公式写出 $M_{\mathrm{I}O}$的表达式？

【15-50】 刚体惯性力系的主矩与简化中心是否有关？什么情况下惯性力系主矩与简化中心无关？

【15-51】 刚体绕定轴转动时，惯性力系向转轴上不同点简化，所得主矩是否相同？

【15-52】 如果定轴转动刚体有与转轴垂直的质量对称平面，将惯性力系

向转轴与对称面的交点简化，简化结果是什么？怎样计算？

【15－53】 如果定轴转动刚体有通过转轴的质量对称平面，将惯性力系向转轴上任一点简化，简化结果是什么？如何计算？

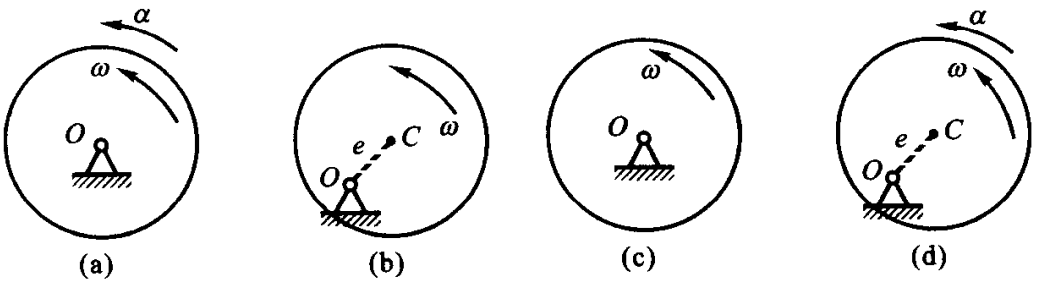
【15－54】 当刚体有与转轴垂直的对称面时，下述几种情况惯性力系简化的结果是什么？怎样计算？

(1) 转轴通过质心，如图(a)所示。

(2) 转轴与质心相距为 e，但 $\alpha=0$，如图(b)所示。

(3) 转轴过质心，$\alpha=0$，如图(c)所示。

(4) 转轴与质心相距为 e，$\alpha\neq0$，$\omega\neq0$，如图(d)所示。



题 15－54 图

【15－55】 任意运动的质点系，其动量为 $\boldsymbol{p}$，惯性力系主矢为 $\boldsymbol{F}_{IR}$，试证：$\boldsymbol{F}_{IR}=-\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{p}}{\mathrm{d}t}$。

【15－56】 任意运动的质点系，其对某定点 O 的动量矩为 $\boldsymbol{L}_O$，惯性力系对该点的主矩为 $\boldsymbol{M}_{IO}$，试证：$\boldsymbol{M}_{IO}=-\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{L}_O}{\mathrm{d}t}$

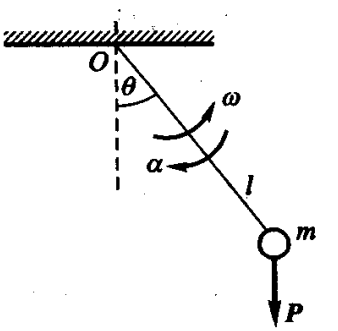
【15－57】 是否可以这样说：质点系惯性力系的主矢表示由于质点系动量变化所引起的对外界的惯性抵抗力；惯性力系的主矩表示由于质点系动量矩的变化所引起的对外界的惯性抵抗力矩。

【15－58】 作用在约束上的动约束力与惯性力之间存在什么关系？

【15－59】 当吊车停止后，吊重的钢索上挂的重物不断摆动，将其简化后如图所示。

(1) 求重物的惯性力大小及方向。

(2) 重物的惯性力作用在哪里？



题 15－59 图

【15－60】 如图(a)所示，鼓轮的转动惯量为 J_0，绳两端挂重为 P_1 和 P_2 的重物，轮与绳间无滑动。问在下述三种情况下，鼓轮两端绳的张力是否相等？

(1) 物块Ⅱ匀速下降。

(2) 在轮上加一力偶使物块Ⅱ加速下降。

(3) 在物块Ⅱ上加一力使之加速下降。

【15-61】 题 15-60 图中鼓轮质量不计，问在下述两种情况下鼓轮两边绳的张力是否相等？

(1) 在轮上加一力偶使物块Ⅱ加速下降。

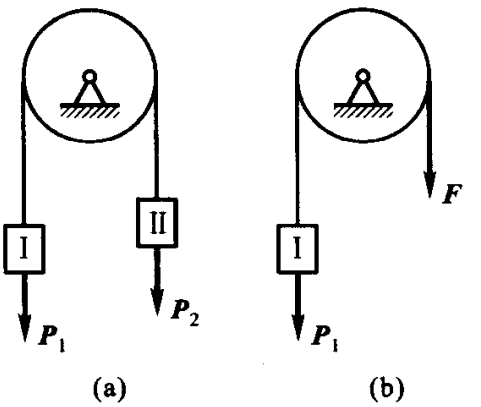
(2) 在物块Ⅱ上加一力使之加速下降。

【15-62】 在题 15-60 图(a)中，设 $P_1 < P_2$，问在下述情况下鼓轮两边绳的张力是否相等。

(1) 不计鼓轮质量，重物Ⅱ加速下降。

(2) 计入鼓轮质量，重物Ⅱ加速下降。

(3) 在轮上加一力偶后使重物Ⅱ加速下降。

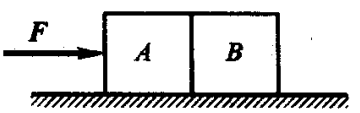


题 15-60 图

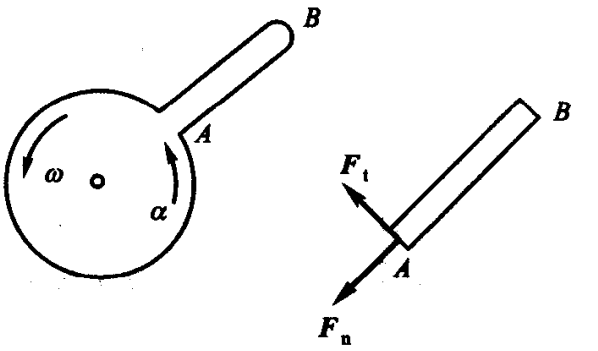
【15-63】 在题 15-60 图(b)与图(a)相同，只是以力 F_2 代替重物Ⅱ。问两图中物块Ⅰ的加速度是否相同。

【15-64】 物体由 A，B 两部分组成，其质量分别为 m_A 和 m_B，放置在光滑水平面上，当受力 F 作用时，试用达朗贝尔原理说明 A，B 之间作用力的大小是否等于 F？

【15-65】 如图所示汽轮机转子，为研究叶片 AB 根部受力情况，将 AB 作为分离体，试说明 AB 之受力图是否正确？



题 15-64 图

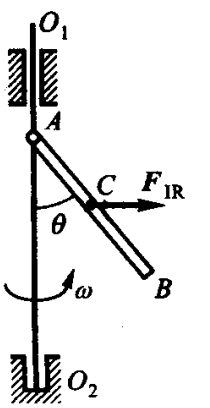


题 15-65 图

【15-66】 试用达朗贝尔原理说明为什么理论上车辆多用后轮驱动，前轮刹车？

【15-67】 试用达朗贝尔原理说明汽车在水平路面上转弯时，内外轮的法向约束力为什么不相等？

【15-68】 图中 O_1O_2 轴带动长为 l，质量为 m 的均质杆 AB 绕轴以匀角速度 ω 转动，C 为 AB 杆质心，将 AB 杆的惯性力系简化到质心 C，大小为 $F_{IR} = ma_C = m\omega^2 \frac{l}{2}\sin\theta$，方向如图，这样简化对吗？



题 15-68 图

【15-69】 若已知质点系各质点的惯性力，将其向任一点简

化，与静力学中将力系向任一点简化的过程是否相同？

【15－70】 两个质点组成的质点系；仅在它们之间的万有引力作用下运动，问：

(1) 该质点系的惯性力系向质心简化的主矢、主矩有何特点？

(2) 每个质点的惯性力有何特点？

【15－71】 刚体定轴转动时，轴承动约束力是由什么引起的？动约束力的大小和方向取决于什么？

【15－72】 刚体定轴转动时，轴承约束力由哪两部分组成？轴承动约束力为零的条件是什么？

【15－73】 什么是惯性主轴？什么是中心惯性主轴？是否可以说轴承动约束力为零的条件是刚体的转轴取为中心惯性主轴？

【15－74】 何谓惯性积？惯性积可以是负值或零吗？

【15－75】 下述说法对吗？

A. 平面薄板中，所有与板平面垂直的轴都是惯性主轴。

B. 刚体的质量对称轴必为惯性主轴。

C. 若刚体有质量对称面，则所有与此面垂直的轴都是惯性主轴。

【15－76】 若刚体某点的惯性主轴为 z，则惯性力系向该点简化的主矩有何特点？

【15－77】 惯性力系向某点简化的主矩方向即为该点的惯性主轴，由于对任一点惯性力系主轴的方向是唯一的，因此过刚体上任一点只有一根惯性主轴。这种说法对吗？

【15－78】 一个刚体至少有几根中心惯性主轴？

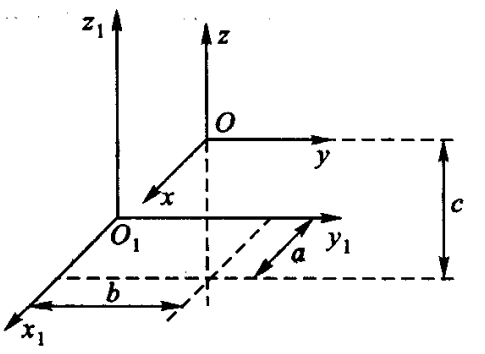
【15－79】 图示两组平行坐标系，下述关系是否成立？（O 为质心，m 为刚体质量。）

$$J_{x_1y_1} = J_{xy} + mab$$

$$J_{y_1z_1} = J_{yz} + mab$$

$$J_{z_1x_1} = J_{zx} + mca$$

若上述关系成立，则 a，b，c 是正的标量还是代数量？



题 15－79 图

【15－80】 从惯性力系的角度看，什么是静平衡？什么是动平衡？

【15－81】 静平衡的刚体是否一定动平衡？动平衡的刚体是否一定静平衡？

【15－82】 定轴转动刚体，其质心在轴上，且 $\alpha = 0$，轴承是否可能有附加动

约束力？

【15－83】 刚体绕定轴转动，如果外力对转轴的矩之和为零，刚体将怎样运动？刚体惯性力系的主矢和对转轴上任一点 C 的主矩是否为零？轴承上是否可能有附加动约束力？

【15－84】 如均质物体的惯性力系有合力，此合力是否作用在物体的质心？什么情况下合力作用在质心？

【15－85】 作惯性运动的物体一定没有惯性力吗？为什么？试举一例。

【15－86】 定轴转动刚体在下述情况下，其转轴是否一定是中心惯性主轴？

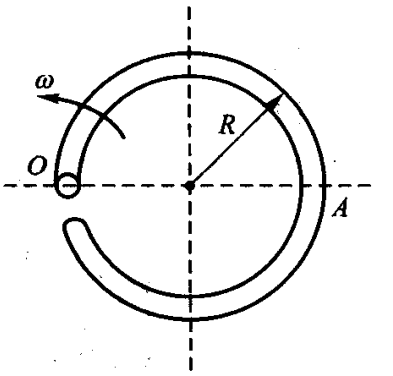
(1) 惯性力系向转轴上一点简化只有主矩。

(2) 惯性力系向刚体上但不在转轴上某一点简化，主矢、主矩皆为零。

(3) 惯性力系向转轴上某一点简化，只有主矢。

(4) 惯性力系向刚体上不在转轴上的某一点简化，只有主矩，且主矩与转轴平行。

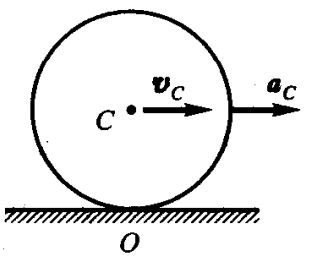
【15－87】 如图示一带有裂缝的圆环绕铅直轴 O 以匀角速度 ω 转动，圆环的质量为 m，平均半径为 R，试求截面 A 的弯矩 M 和剪力 F_S。



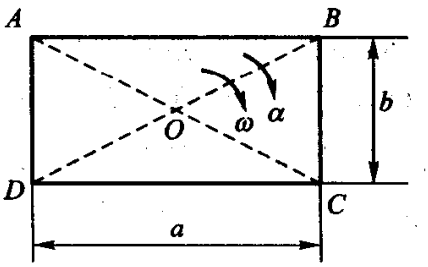
题 15－87 图

【15－88】 如图示半径为 r，质量为 m 的均质圆盘，沿水平直线轨道作纯滚动。已知圆盘质心 C 在某瞬时的速度 $\boldsymbol{v}_C$ 和加速度 $\boldsymbol{a}_C$，求该瞬时惯性力系向圆盘上与轨道的接触点 O 简化的主矢和主矩的大小。

【15－89】 如图所示均质矩形板重 $\boldsymbol{P}$，尺寸如图。设该板绕通过板的质心 O 并垂直于板面的 z 轴转动，如在某瞬时转动角速度为 ω，角加速度为 α，试问该瞬时惯性力系简化的结果如何？



题 15－88 图



题 15－89 图

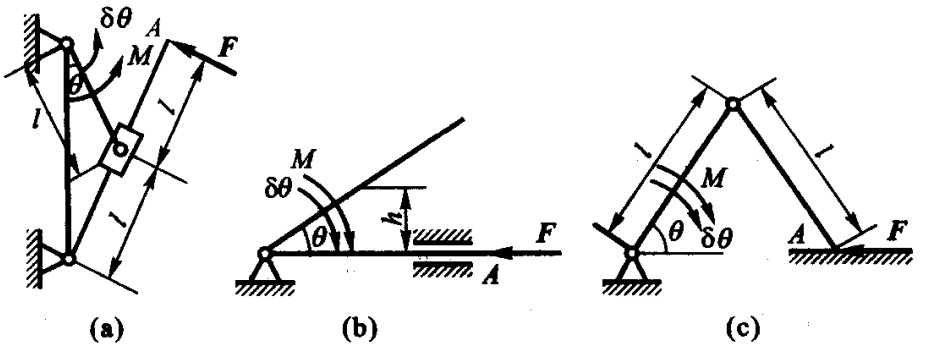
第十六章　虚位移原理

【16－1】　不管对任何约束，因为实位移和虚位移都是约束所许可的无限小位移，所以实位移必定总是诸虚位移中的一个，对否？

【16－2】　任意质点系的平衡条件都是：作用于质点系的主动力在系统的任何虚位移上的虚功之和等于零，对否？

【16－3】　举例说明什么是虚位移？它与实位移有何不同？

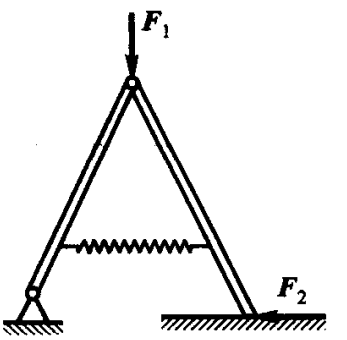
【16－4】　试用不同的方法确定图示各机构中虚位移 $\delta\theta$ 与力 F 的作用点 A 虚位移的关系，并比较各种方法。



题 16－4 图

【16－5】　虚位移原理只适用于具有理想约束的系统吗？

【16－6】　如图所示的平面平衡系统，列其整体的平衡方程时，不需计入弹簧的内力；而用虚位移原理求力 F_1 和力 F_2 之间的关系时必须计入弹簧力的虚功，二者有矛盾吗？



题 16－6 图

【16－7】　凡是限制质点系的几何位置的条件称为几何约束，对吗？

【16－8】　定常约束是约束方程中不显含时间 t 的约束，对吗？

【16－9】　虚位移是假想的、极微小的位移，它与时间、主动力以及运动的初

始条件无关，对吗？

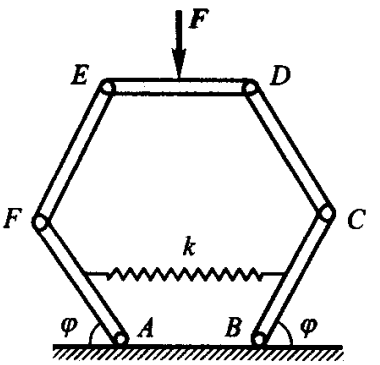
【16－10】 静力学平衡方程只给出了刚体平衡的充分必要条件，对变形体而言这些平衡条件是必要的，但不是充分的；而虚位移原理却给出了任意质点系平衡的充分与必要的条件，对否？

【16－11】 虚位移虽与时间无关，但与力的方向应一致，对否？

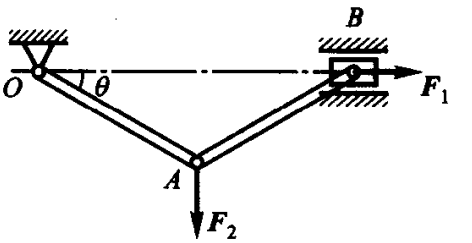
【16－12】 质点系的虚位移是由约束条件所决定的，具有任意性，与所受力及时间无关，对吗？

【16－13】 如图所示平面机构由五根等长杆与固定边组成一正六边形。杆 AF 与 BC 的中点有一刚度系数为 k 的弹簧连接。已知各杆长度与弹簧原长均为 l，其重量与各铰链处摩擦均忽略不计。若在 ED 杆的中点作用一铅直向下的力 $\boldsymbol{F}$，则此机构平衡时角 φ 的大小(除 $\varphi=\frac{\pi}{2}$外)应为多少？

【16－14】 图示机构中二连杆 OA，AB 各长 l，重量均不计，若用虚位移原理求解在铅直力 $\boldsymbol{F}_2$ 和水平力 $\boldsymbol{F}_1$ 作用下保持平衡时(不计摩擦)，必要的虚位移之间的关系有____(方向在图中画出)，平衡时角 θ 的值为多少？



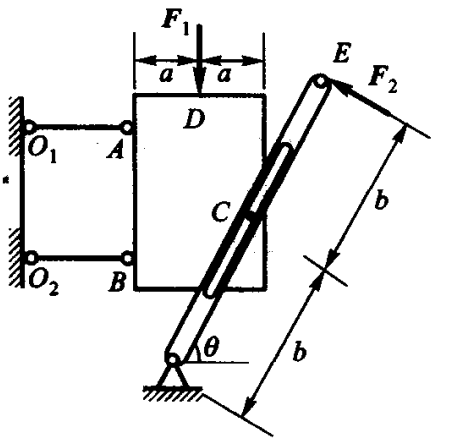
题 16－13 图



题 16－14 图

【16－15】 图示机构中 $O_1A\parallel O_2B$ 并且 $O_1A=O_2B$，当杆 O_1A 处于水平位置时，$\theta=60°$，不计摩擦。用虚位移原理求解时，D，E 点虚位移的比值为多少？若已知力 $\boldsymbol{F}_1$，则平衡时力 $\boldsymbol{F}_2$ 的大小为多少？

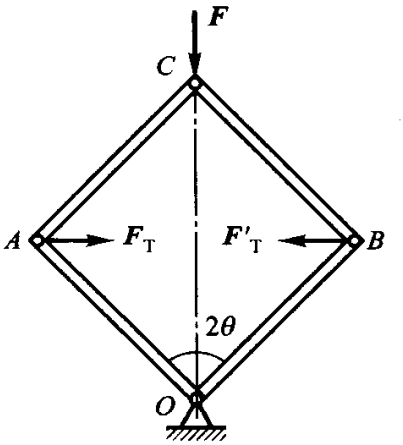
【16－16】 顶角为 2θ 的菱形构件，受沿对角线 CO 的力 $\boldsymbol{F}$ 的作用。为了用虚位移原理求杆 AB 的内力，解除杆 AB，代以内力 $\boldsymbol{F}_T$，$\boldsymbol{F}'_T$，则 C 点的虚位移与 A，B 点的虚位移的比 $\delta r_C:\delta r_A:\delta r_B$ 为多少？内力 $\boldsymbol{F}_T$ 的大小为多少？



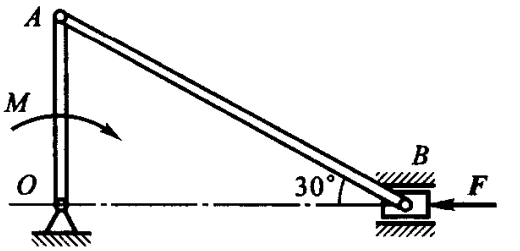
题 16－15 图

【16－17】 图示曲柄连杆机构，已知曲柄 OA 长 l，重量不计，连杆 AB 长 $2l$，重 $\boldsymbol{P}$，受矩为 M 的力偶和水平力 $\boldsymbol{F}$ 的作用，在图示位置平衡。若用虚位

移原理求解，则必要的虚位移之间的关系是什么？（方向在图中画出），力 F 的大小为多少？



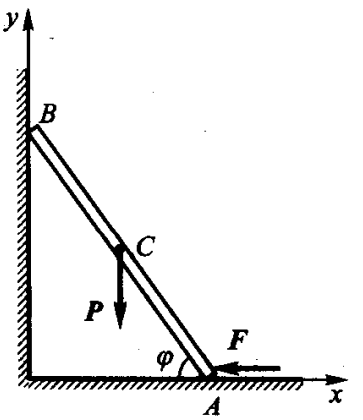
题 16－16 图



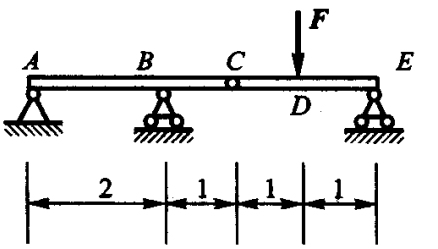
题 16－17 图

【16－18】 均质杆 AB 长 l，重 P，A 端放于水平地面，B 端搁在铅垂墙上，不计各处摩擦，在水平力 F 作用下保持平衡。当 $\varphi = 60°$ 时，设 A 点有水平向右的虚位移 δx，则 F，P 二力在虚位移中所作的虚功表达式是什么？

【16－19】 为了用虚位移原理求解系统 B 处约束力，需将 B 支座解除，代以适当的约束力，此时 B，D 点虚位移之比值是什么？若已知 $F = 50$ N，则 B 处约束力的大小为多少（方向在图中画出）？



题 16－18 图



题 16－19 图

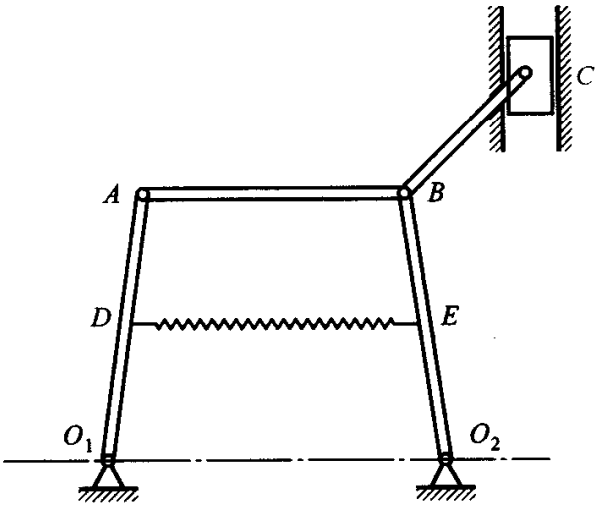
【16－20】 图示系统中除滑块 C 与滑道的摩擦必须考虑外，其他各处摩擦均不计，则系统中的理想约束有_____，非理想约束有_____。

【16－21】 图中 $ABCD$ 组成一平行四边形，$FE \parallel AB$，且 $AB = EF = l$，E 为 BC 中点；B，C，E 处为铰接。设 B 点虚位移为 δr_B，则：C 点，E 点，F 点虚位移分别是多少？（应在图上画出各虚位移方向）。

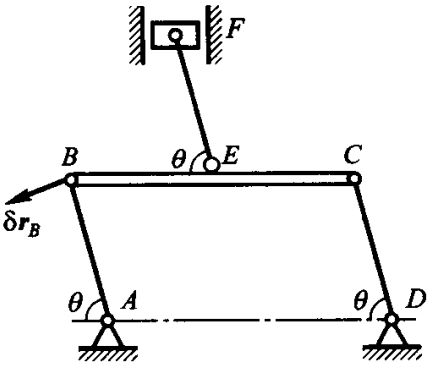
【16－22】 质点 A，B 分别由两根长为 a，b 的刚性杆铰接，并支撑如图。若系统只在 xy 面内运动，则约束方程是什么？

【16－23】 已知曲柄 AC 与直杆 CB 支撑如图，受主动力 F 作用，试用虚位

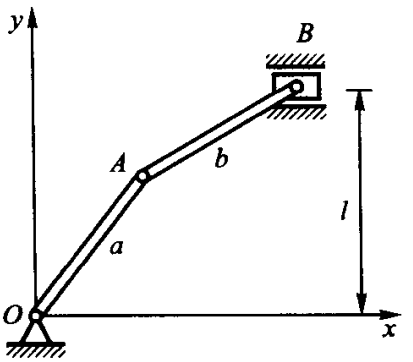
移原理求解 A 支座的水平约束力 F_{Ax} 的大小(虚位移应在图中画出)。



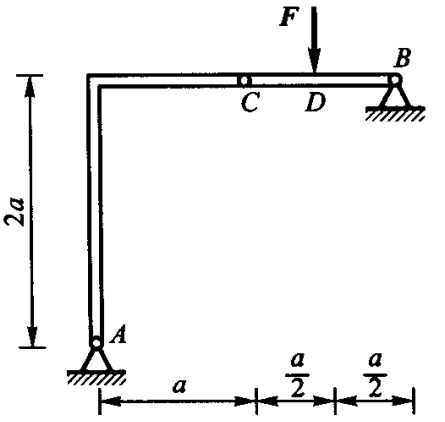
题 16 - 20 图



题 16 - 21 图



题 16 - 22 图



题 16 - 23 图

【16 - 24】 在图示机构中,若 $OA = r$, $BD = 2l$, $CE = l$, $\angle OAB = 90°$, $\angle CED = 30°$,则 A, D 点虚位移间的关系如何?

【16 - 25】 图示系统中,虚位移 δr_A 是_____的,δr_B 是_____的,δr_C 是_____的,δr_D 是_____的,将不正确的虚位移改正,并画在图上。

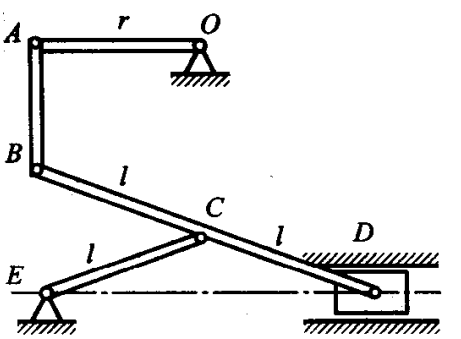
A. 正确　　B. 不正确　　C. 不能确定

【16 - 26】 在图示系统中除 B 处必须考虑摩擦外,其他各处摩擦均不计。则支座 O_1 是_____,铰 A 是_____,滑道 B 是_____。

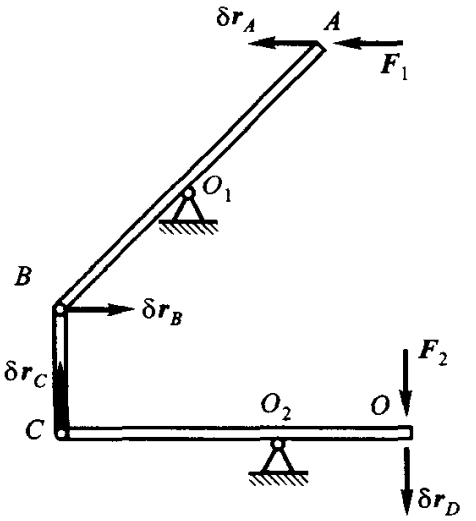
A. 理想约束　　B. 非理想约束

【16 - 27】 图示系统中主动力作用点 C, D, B 的虚位移大小的比值为____。

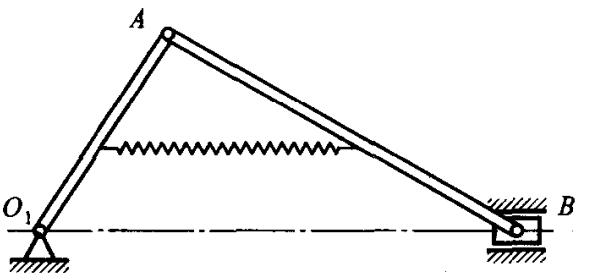
A. 1:1:1　B. 1:1:2　C. 1:2:2　D. 1:2:1



题 16 - 24 图



题 16 - 25 图



题 16 - 26 图

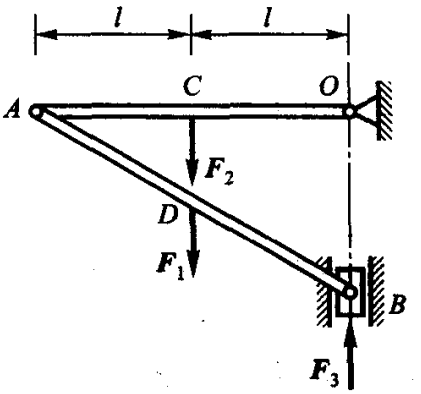
【16 - 28】 如图所示平面机构，CD 连线铅直，杆 $BC = BD$。在图示瞬时，角 $\varphi = 30°$，杆 AB 水平，则该瞬时点 A 和点 C 的虚位移大小之间的关系为_____。并在图上画出 A，B，C 的虚位移。

A. $\delta r_A = \frac{3}{2}\delta r_C$

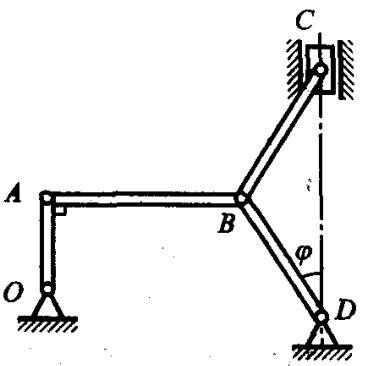
B. $\delta r_A = \sqrt{3}\delta r_C$

C. $\delta r_A = \frac{\sqrt{3}}{2}\delta r_C$

D. $\delta r_A = \frac{1}{2}\delta r_C$



题 16 - 27 图



题 16 - 28 图

【16 - 29】 如图所示，重 $P = 200$ N 的三角形板，用等长杆 O_1A，O_2B 支承着。设 $O_1O_2 = AB$，杆重及摩擦不计。若能使三角形板在角 $\theta = 30°$ 时保持平衡，则水平力 F 的大小应为_____。

A. $F = 115.47$ N

B. $F = 200$ N

C. $F = 346$ N

D. $F = 173$ N

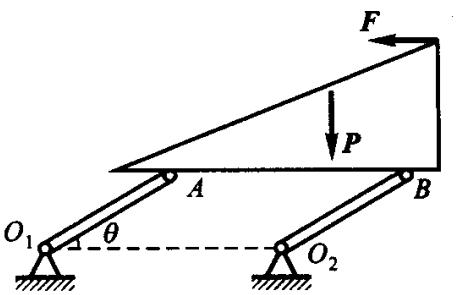
【16－30】 图示平面结构中，$AB = BC = CD = AD = l$，角 $\theta = 60°$。设杆重及摩擦不计，用虚位移原理求在铅直力 F 作用下 AC 杆和 CD 杆的内力应分别为_____。

A. $F_{AC} = \frac{\sqrt{3}}{3}F$(拉力)，$F_{CD} = -\frac{1}{2}F$(压力)

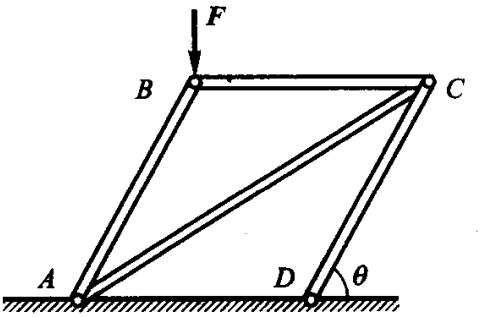
B. $F_{AC} = F$(拉力)，$F_{CD} = -\frac{\sqrt{3}}{3}F$(压力)

C. $F_{AC} = F$(压力)，$F_{CD} = -\frac{\sqrt{3}}{3}F$(拉力)

D. $F_{AC} = \frac{1}{2}F$(拉力)，$F_{CD} = \frac{1}{2}F$(拉力)



题 16－29 图

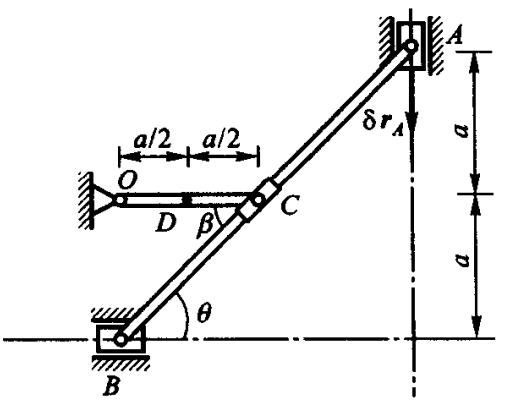


题 16－30 图

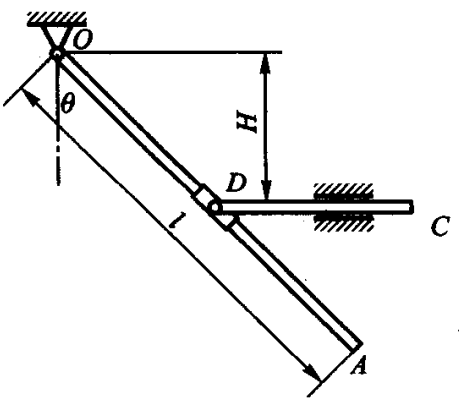
【16－31】 机构在图示瞬间有 $\theta = \beta = 45°$，若 A 点的虚位移为 δr_A，则 B 点的虚位移的大小 $\delta r_B =$ ____，OC 杆中点 D 的虚位移的大小 $\delta r_D =$ ____。

A. δr_A　　B. $0.5\delta r_A$　　C. $2\delta r_A$　　D. 0

【16－32】 图示系统中，A 点的虚位移大小 δr_A 与 C 点的虚位移大小 δr_C 的比值为多少？



题 16－31 图



题 16－32 图

【16－33】 从不同的角度，常将约束分为哪些类型？

【16－34】 下述物体的约束属于几何约束还是运动约束？试写出约束方程。

(1) 如图(a)所示。绳长 l，两端固定于 A，B 点，$AB=a$，动环 M 可在绳上任意滑动，但不许达到天花板 AB 上方，亦不可离开绳。A. 任何时刻绳索都绷紧；B. 绳索亦可不绷紧。

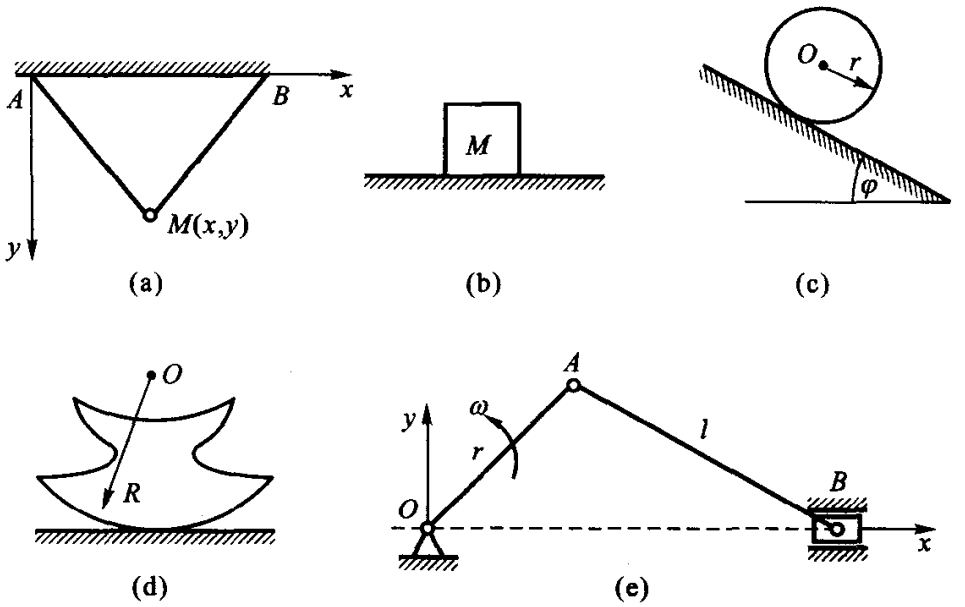
(2) 放在水平地面上的物块 M，见图(b)。

(3) 轮沿斜面纯滚动，见图(c)。

(4) 摇摆木马放在水平面上，且与水平面间无滑动，见图(d)。

(5) 射出枪膛的子弹。

(6) 曲柄连杆机构的连杆 AB，见图(e)。



题 16－34 图

【16－35】 下述哪些约束是理想约束？

(1) 光滑固定面约束。

(2) 纯滚动，无滚动摩阻。

(3) 连接两个质点的无重刚杆。

(4) 光滑铰链。

(5) 连接两个质点的不可伸长的柔索。

(6) 悬挂重物的绳索。

(7) 有摩擦的铰链。

(8) 连接两个质点的无重弹性绳。

(9) 摩擦传动中两个刚性摩擦轮的接触处，两轮间不打滑，无滚动摩阻。

【16－36】 质点的约束方程与轨迹方程有何不同？并举例说明。

【16－37】 当质点系只受几何约束时，其约束方程是否就是各被约束质点

的轨迹方程？为什么？

【16－38】 下述哪些质点为自由质点？

A. 不受力作用的质点。

B. 可以有无数条轨迹的质点。

C. 可占据空间任何位置的质点。

【16－39】 对于有 n 个质点的质点系，试分别写出一般的几何约束和运动约束的约束方程形式。

【16－40】 下述说法是否正确？

A. 凡几何约束都是完整约束。

B. 凡完整约束都是几何约束。

C. 凡运动约束都是非完整约束。

D. 凡非完整约束都是运动约束。

【16－41】 质点系在力系作用下处于平衡，各质点能否有虚位移？

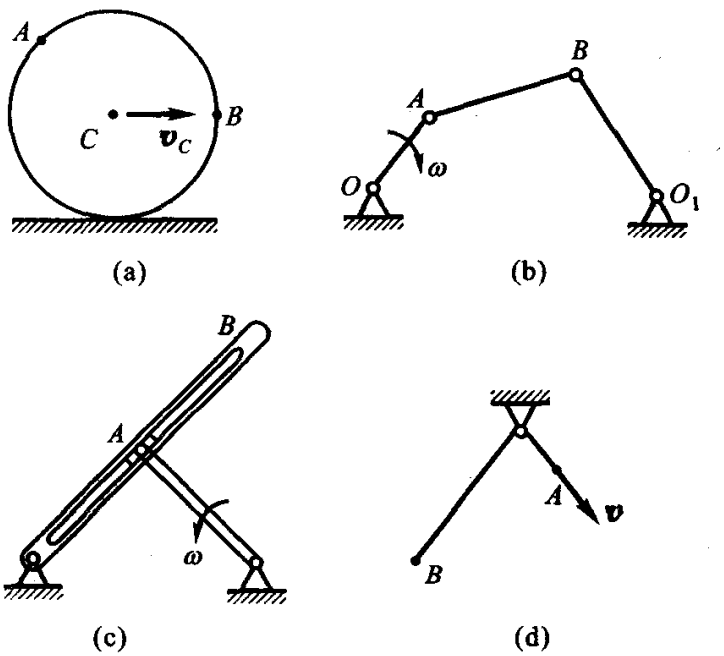
【16－42】 画出下列各图中 A，B 点的虚位移方向。

(1) 沿直线纯滚动的轮，见图(a)。

(2) 四连杆机构，见图(b)。

(3) 曲柄摇杆机构，见图(c)。

(4) 不可伸长的绳索，见图(d)。



题 16－42 图

【16－43】 指出下述约束方程各属于何种约束？

(1) $f_i(x_1, y_1, z_1, \cdots, x_n, y_n, z_n; t) = 0 \ (i = 1, 2, \cdots, s)$。

(2) $f_i(x_1, y_1, z_1, \cdots, x_n, y_n, z_n; \dot{x}_1, \dot{y}_1, \dot{z}_1, \cdots, \dot{x}_n, \dot{y}_n, \dot{z}_n; t) = 0 \ (i = 1, 2, \cdots,$

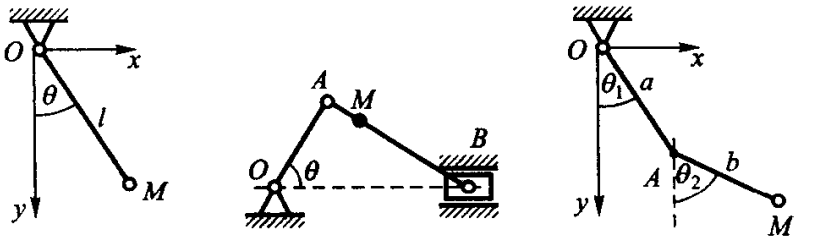
s)。

(3) $f_i(x_1, y_1, z_1, \cdots, x_n, y_n, z_n; \dot{x}_1, \dot{y}_1, \dot{z}_1, \cdots, \dot{x}_n, \dot{y}_n, \dot{z}_n) = 0$ ($i = 1, 2, \cdots, s$)。

(4) $f_i(x_1, y_1, z_1, \cdots, x_n, y_n, z_n) = 0$ ($i = 1, 2, \cdots, s$)。

【16-44】 设质点 M 只能在曲面 $f(x, y, z) = 0$ 上运动，其虚位移为 $\delta \boldsymbol{r}$，试证：$\text{grad} f \cdot \delta \boldsymbol{r} = 0$。

【16-45】 求下列各图中 M 点的虚位移。各图均为平面机构，即 M 点只能在图面上运动。图(a)中杆 OM 可绕 O 点转动，OM 长为 l。图(b)为曲柄连杆机构。曲柄 OA 长 r，连杆 AB 长为 l，M 为 AB 上一点，$AM = a$。图(c)为双摆机构。OA 长为 a，可绕 O 点转动；AM 长为 b，可绕 A 点转动。



(a) (b) (c)

题 16-45 图

【16-46】 求系统中某质点的虚位移之间的关系时常用些什么方法？各方法的主要步骤如何？

【16-47】 何谓虚功？虚功与实位移中的元功有何区别？

【16-48】 合力在某一组虚位移上的虚功是否一定等于其所有分力在此组虚位移上的虚功之和？

【16-49】 虚位移原理是质点系平衡的(选择答案)；A. 充分条件。B. 必要条件。C. 充分必要条件。

【16-50】 若质点系不处于平衡状态，那么主动力的虚功是否一定大于零？

【16-51】 应用虚位移原理时，若某些约束不是理想约束(如摩擦力作功)，应怎样处理？

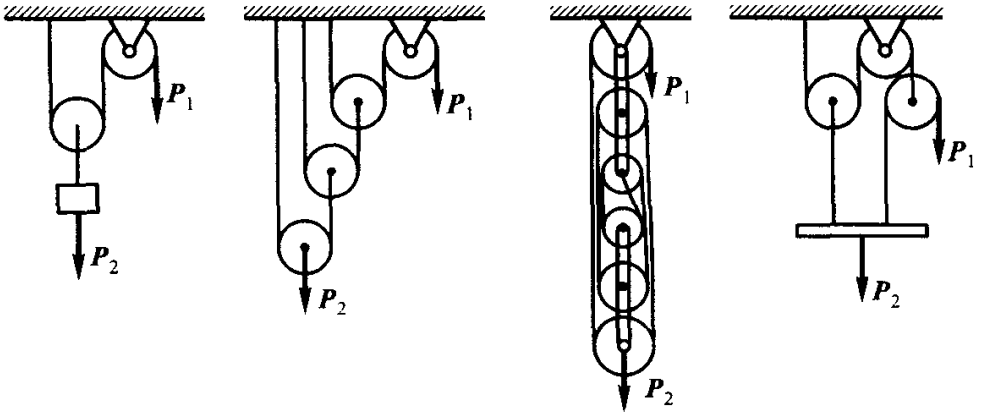
【16-52】 何谓“虚速度法”？虚速度与实际速度有何不同？

【16-53】 试用虚位移原理证明平面任意力系的平衡条件为：$\sum F_x = 0$，$\sum F_y = 0$，$\sum M_O(F) = 0$

【16-54】 图示各滑轮处于平衡，试用虚位移原理求 $P_1 : P_2$ 的值(不计摩擦)。

【16-55】 试用虚位移原理求具有两个固定点 O，O'，并受已知力系 $\boldsymbol{F}_1$，$\boldsymbol{F}_2, \cdots, \boldsymbol{F}_n$ 作用的刚体的平衡条件。

【16-56】 虚位移原理能用来求解质点系的平衡位置吗？



题 16－54 图

【16－57】 说明下列情况是完整约束还是非完整约束；

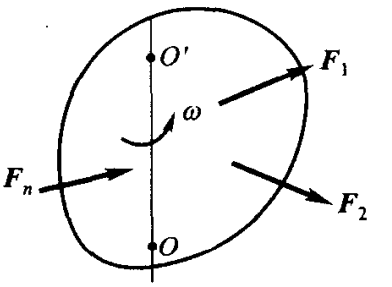
(1) 在圆周上运动的质点。

(2) 在重力作用下沿斜面滑下的质点。

(3) 在重力作用下，被约束在垂直旋转抛物面(顶点在下面)内侧运动的质点。

(4) 在斜面上沿平行于某固定垂直面的直线纯滚下的球。

(5) 在重力作用下，在垂直放置锥体(顶点在上方)外侧上滑动的质点。



题 16－55 图

【16－58】 将下列问题按(a)定常与非定常约束；(b)完整与非完整约束；(c)保守系统与非保守系统分类：

(1) 半径为 r 的水平圆柱体在半径为 $R(R>r)$ 的粗糙的固定空心水平圆柱体内侧上滚动(不滑动)。

(2) 一个圆柱体在倾角为 θ 的斜面上滚下(不是纯滚动)。

(3) 一个球在另一个沿水平面以匀速滚动的球上滚下(两球均做纯滚动)。

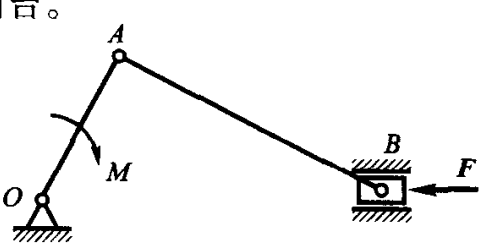
(4) 一个质点在与固定点的距离平方成正比的力以及与瞬时速度平方成正比的阻尼力作用下，在一直线上运动。

(5) 从固定球顶上(无滑动地)滚下的一个球。

(6) 在倾角为 θ 的斜面上无滑动地滚动的圆台。

(7) 从顶点在下方，中心轴垂直的回转抛物面内表面(有摩擦地)滑下的一个质点。

(8) 在以匀角速度绕水平轴转动的非常长的无摩擦线上运动的一个质点。



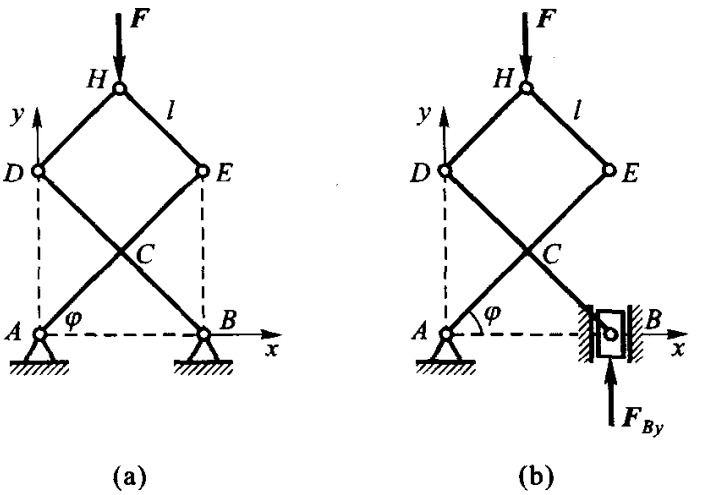
题 16－59 图

【16－59】 图示曲柄连杆机构，滑块与导轨间有摩擦力 F，问：

(1) B 点的虚位移 $\delta \boldsymbol{r}_B$ 是否必须与摩擦力方向相反?

(2) 若摩擦力数值达到最大值 F_{max},能否给 B 点以虚位移? 为什么?

【16-60】 用虚位移原理求图(a)中 B 点铅直方向的约束力时,若取坐标系如图(b)所示,解除 B 点铅直约束,代之以力,则:$y_B = 0$, $y_H = 3l\sin\varphi$, $\delta y_B = 0$, $\delta y_H = 3l\cos\varphi\delta\varphi$ 代入虚功方程:$F\delta y_H + F_{By}\delta y_B = 0$,得 $F\delta y_H = 0$,与原题矛盾,错误在哪?



(a) (b)

题 16-60 图

【16-61】 下述各说法是否正确?

A. 在非稳定几何约束中,虚位移仍与时间无关。

B. 在非稳定几何约束中,无限小的实位移仍是虚位移中的一个。

C. 质点系中各质点的虚位移必须是独立的。

D. 质点系中各质点的虚位移都不是独立的。

第十七章　非惯性系中的质点动力学

【17－1】 质点在北半球某处从地面被铅直上抛，不计空气阻力与气流的影响，当质点落回地面时，是否落在出发点？质点在北半球某处从某高度自由落下，不计空气阻力与气流的影响，质点的轨迹是否为直线？为什么会有落体偏东，上抛落下偏西现象？

【17－2】 一般把地球看作为圆球，则平常所说的铅垂线是不是地球的法线？重力是不是地球的万有引力？

【17－3】 质点相对运动动力学的基本方程是什么？什么是牵连惯性力？什么是科氏惯性力？

【17－4】 什么是非惯性参考系？动力学基本定律完全适用于非惯性参考系吗？

【17－5】 什么是古典力学的相对性原理？

【17－6】 写出质点相对运动动力学基本方程在自然轴上的投影。

【17－7】 根据质点相对运动动力学基本方程，小球在变速运动的车厢中自由降落时受有牵连惯性力，飞机（作为质点）在高空飞行时受有科氏惯性力。这些惯性力有无反作用力？牛顿第三定律对它们不成立吗？

【17－8】 在北半球河流的右岸比较陡峭，铁路的右轨磨损较甚，为什么会产生这一现象？怎样解释？

【17－9】 人在密封行驶着的火车车厢中，如何用在顶棚上悬挂一单摆的办法判断车厢在作什么运动？单摆有三种情况，当摆线铅直下垂、摆球斜向车尾或斜向车头时，各说明什么问题？摆线铅直和倾斜时，摆线的张力是否相同？

【17－10】 行驶着的火车车厢顶棚上悬挂一单摆，当火车加速运动时，摆线必偏转一角度。对地面上的人来说，摆球仅受重力和绳索拉力作用，而惯性力是虚加的力，不是真实的力。但对火车上的人来说，此力是否是真实的力？

【17－11】 单摆悬挂在以速度v沿半径为R的圆周轨道运动的火车车厢顶板上，其周期将怎样变化？

【17－12】 汽车开动时，人向后仰；刹车时人向前倾；转弯时人向外倒。试分别以地球和汽车作为参考系，研究人体的受力情况。

【17－13】 在某一封闭的房间内有一电动秋千，甲乙两人站在秋千上，秋千自动荡来荡去。甲说："秋千实际没动，是房间在转来转去"，乙说："房间没有动，是秋千在动"。试想一办法解决他们的争论。

【17－14】 相对固结在变速运动的火车上的参考系，在地面上静止平衡的物体并不平衡，而随火车一起运动的物体却是平衡的。试从这一点出发，说明惯性力的相对性、虚加性与真实性。

【17－15】 在下述哪些参考系中有相同的力学规律：

A. 两个以不同常速平移的参考系。

B. 两个以不同加速度平移的参考系。

C. 两个以相同的加速度平移的参考系。

D. 两个以相同角速度转动的参考系。

【17－16】 对于生活在地面上的人来说(把地表坐标系作为惯性系)，是否存在惯性力？惯性力是真实的还是虚加的？

【17－17】 处于失重状态的人能感到地球引力吗？对他来说惯性力是不是真实的？

【17－18】 圆盘以匀角速度 ω 绕竖直轴转动，离盘心为 r 的地方安装着一根直管，此管与圆盘一起转动，管中有一物体沿管运动，则此物体受到哪些惯性力作用？

【17－19】 质点相对静止的平衡方程为：$\boldsymbol{F}+\boldsymbol{F}_{\mathrm{Ie}}=0$，此方程是质点在非惯性系中相对静止的充分条件吗？

【17－20】 在质点相对运动中，下述说法哪些是正确的？

A. 若 $\boldsymbol{a}_{\mathrm{r}}=\boldsymbol{0}$，$\boldsymbol{v}_{r}=\boldsymbol{0}$，则必有 $\boldsymbol{F}+\boldsymbol{F}_{\mathrm{Ie}}=\boldsymbol{0}$。

B. 若 $\boldsymbol{F}+\boldsymbol{F}_{\mathrm{Ie}}=\boldsymbol{0}$，则必有 $\boldsymbol{a}_{\mathrm{r}}=\boldsymbol{0}$，$\boldsymbol{v}_{\mathrm{r}}=\boldsymbol{0}$。

【17－21】 某人水平抛出一球，如果考虑科氏惯性力，则在下述情况下，由抛球的人看来，球的路径会偏向不考虑科氏惯性力时路径的右面还是左面？

(1) 在北半球水平抛出。

(2) 在南半球水平抛出。

(3) 在南极和北极水平抛出。

【17－22】 铅垂排水口流出的水，在北半球按什么方向打旋？

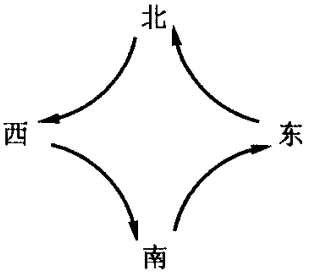
【17－23】 什么是傅科摆？它为什么能证明地球的自转？

【17－24】 傅科摆转动的周期与什么有关？在什么位置上其周期等于地球自转的周期？

【17－25】 在赤道上，能否用傅科摆检测地球的自转？

【17－26】 为什么在赤道和南北极处表观垂线和真实垂线是一致的？而在其他位置，则不是完全一致的？

【17－27】 如图所示，说明为什么在北半球从北、东、南、西面吹来的风会分别偏向西、北、东、南面？在北半球的旋风是向左旋转还是向右旋转？为什么？



题 17－27 图

【17－28】 芭蕾舞演员在转动身体时收回两臂，其转速就加快。不计地面摩擦，试解释使人体上许多质点的速度得以增加的力是从哪里得到的。

【17－29】 质点相对运动动能定理为：

$$\mathrm{d}\left(\frac{1}{2}mv_{\mathrm{r}}^{2}\right)=\delta W'_{F}+\delta W'_{\mathrm{Ie}}$$

(1) 解释 $\delta W'_{F}$ 与 $\delta W'_{\mathrm{Ie}}$ 的意义。

(2) 写出本定理的积分形式。

(3) 为什么这一定理中没有科氏惯性力？当非惯性系为转动时，这一定理仍然成立吗？

【17－30】 A，B 两个质量相同的质点，各以不同的加速度相对于某一参考系运动。在以 A 为基点的非惯性平移参考系中测得的 B 点的动能，与以 B 为基点的非惯性平移参考系中测得的 A 点的动能之间有何关系？

【17－31】 A，B 两个质量、形状安全相同的均质刚体，相对于某一惯性参考系作不同的非惯性平行移动。在固结于 A 上的非惯性系测得的 B 的动量，与在固结于 B 上的非惯性系测得的 A 的动量，之间有何关系？若这两个刚体还以不同的角速度转动，上述关系还成立吗？

【17－32】 质量为 m 的质点在相对运动中，其绝对运动的动能是否一定等于 $\left(\frac{1}{2}mv_{\mathrm{e}}^{2}+\frac{1}{2}mv_{\mathrm{r}}^{2}\right)$？其中，$v_{\mathrm{e}}$ 为牵连速度，v_{r} 为相对速度。

第十八章　碰　　撞

【18－1】　子弹的速度很大，如何测出子弹的速度？你能否设计一装置测出子弹的速度？

【18－2】　铁匠打铁为什么要用很大的砧座？如何解释这个现象？

【18－3】　铁匠打铁要“趁热”，有“趁热打铁”一说，为什么要趁热打铁？在现在机械化锻压中，有无“趁冷打铁”的说法？

【18－4】　铁匠打铁要用很大的砧座，且砧座是固定不动的，在现在机械化锻压中，可以用更大的固定不动的砧座。但在锻压时，可不可以取消砧座，或者说，把砧座变小且做成可动的？

【18－5】　在钉钉子时，要根据钉子的大小，尽量选用大一些的锤子，为什么？工程中的打桩是不是也如此？

【18－6】　下列现象属于碰撞现象吗？

(1) 打铁(夯、桩)；

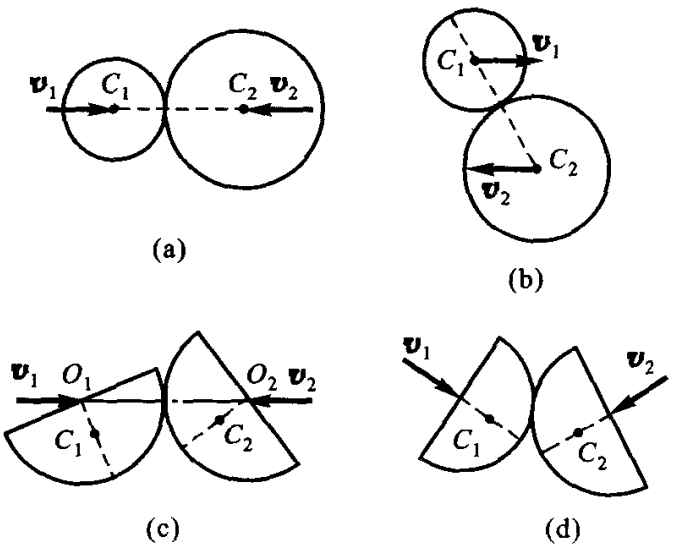
(2) 几乎所有球类运动中的打(击)球；

(3) 火车车厢自动挂钩时；

(4) 起重机升降钢丝绳突然被卡住时；

(5) 两个充满气体的橡皮球(圈)相碰时。

【18－7】　下列各物体碰撞时均做平移，判断各属于什么碰撞？



题 18－7 图

【18－8】　碰撞都有哪些分类？一般的教材中讨论了哪些碰撞？

【18－9】　研究碰撞问题做了哪些简化？为什么能做这样的简

化？

【18－10】 碰撞问题为什么不宜从力的变化角度来研究？为什么也不宜用运动微分方程来研究？为什么当碰撞过程有机械能损失时也不能用动能定理？

【18－11】 为什么把碰撞中用到的动量定理称为冲量定理？冲量定理中的冲量与非碰撞过程中的动量定理中的冲量有何区别？

【18－12】 为什么把碰撞中用到的动量矩定理称为冲量矩定理？非碰撞过程中的动量矩定理中为什么没有引进冲量矩的概念？

【18－13】 碰撞过程中可以用动量矩定理的积分形式(称为冲量矩定理)，为什么一般情况下不使用动量矩定理的积分形式？

【18－14】 按什么分类把碰撞分为完全弹性碰撞、弹性碰撞、塑性碰撞？其恢复因数各为多少？

【18－15】 一质点被抛出后的运动轨迹为抛物线，碰击地面后每次的运动轨迹都与开始的抛物线相同，则质点与地面的碰撞属于完全弹性碰撞、弹性碰撞，还是塑性碰撞？

【18－16】 在光滑水平面上运动的两个球发生对心碰撞后，互换了速度，则(　　)。

A. 其碰撞为弹性碰撞

B. 其碰撞为完全弹性碰撞

C. 其碰撞为塑性碰撞

D. 碰前两球的动能相同，但它们的质量不相同

【18－17】 A，B 两个球的大小、质量均相同，但 A 为弹性球，B 为非弹性球，两球从同一高度无初速下落与地面相碰时，设地面对 A 球的碰撞冲量为 I_A，对 B 球的碰撞冲量为 I_B，则(　　)。

A. $I_A = I_B$　B. $I_A < I_B$　C. $I_A > I_B$

【18－18】 研究碰撞问题时，为什么要引入恢复因数的概念？其物理意义是什么？

【18－19】 不计摩擦，物体与固定面斜碰撞时，恢复因数应为(　　)。

A. 碰撞后与碰撞前速度大小之比

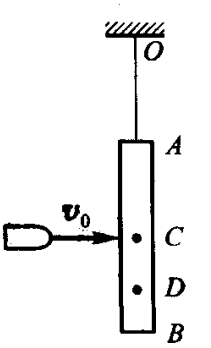
B. 碰撞后与碰撞前速度在接触面法线方向的投影之比

C. 碰撞后与碰撞前速度在接触面切线方向的投影之比

D. 碰撞后与碰撞前物体动能之比

【18－20】 图示绳索 OA 铅直悬挂一均质木杆 AB，C 为其质心，初始系统处于静止状态。

(1) 子弹水平射入 C 点，碰撞后瞬时，A，B 两点速度大小与方向是否相同？



题 18－20 图

(2) 子弹水平射入 D 点，碰撞后瞬时，质心 C 的速度方向如何？

【18－21】 碰撞时内碰撞力是否作功？应用动能定理时是否要考虑内碰撞力的功？

【18－22】 图示均质杆 AB 在光滑水平面上绕质心以角速度 ω 转动，如突然将点 B 固定，且使杆可绕点 B 转动，则杆绕点 B 转动的角速度(　　)。

题 18－22 图

A. 仍为 ω

B. 大于 ω

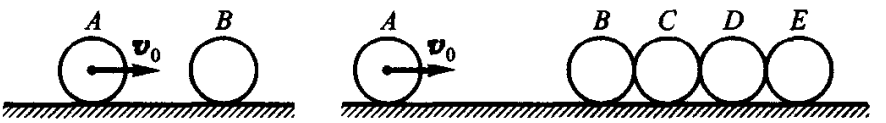
C. 小于 ω

【18－23】 (a)、(b)两图中各球质量与半径均相同，球 A 以速度 $\boldsymbol{v}_0$ 在水平面上纯滚动，其余各球均静止。发生碰撞时为完全弹性碰撞，各球间摩擦不计。

(1) 只有 A，B 两球时，求碰撞后各球的速度。

(2) 有 A，B，C，D，E 五个球时，求碰撞后各球的速度。

(3) 若在图(a)中，球 B 有速度 $\boldsymbol{v}_B$，且 $\boldsymbol{v}_B < \boldsymbol{v}_0$，碰撞后各球速度如何？



(a)　　(b)

题 18－23 图

【18－24】 两物体在完全弹性碰撞时，无机械能损失，若已知碰撞前两物体速度的大小、方向，能否利用动能定理完全确定碰撞后的速度

【18－25】 在塑性碰撞中损失的动能可由下述哪些因素完全确定？(　　)

A. 两物体碰撞前的相对速度

B. 两物体的质量

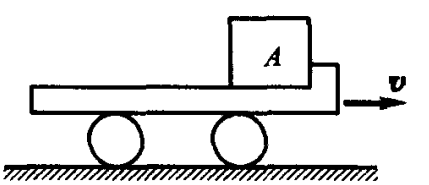
C. 两物体的质量比与碰撞前的相对速度

D. 两物体碰撞前后的速度

【18－26】 两球质量分别为 m_1 和 m_2，设开始时球 2 的速度 $v_2 = 0$，v_1 沿两球质心的连线。若 $m_1 \ll m_2$，问两球发生完全弹性对心正碰撞后将如何运动？

【18－27】 在弹性碰撞时能否用动能定理？在完全弹性碰撞时可不可以用？

【18－28】 图示小车以速度 $\boldsymbol{v}$ 水平运动，其上放置较大的物体 A，车上有一凸棱能阻止物体 A 向前的滑动，试解释为什么当突然刹车时物体 A 会滚过凸棱而翻下？

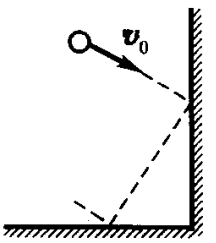


题 18－28 图

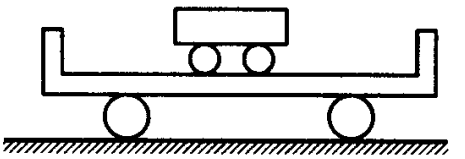
【18－29】 一球与一光滑固定面斜碰撞，已知其入射角和反射角，怎样求其恢复因数？

【18－30】 若已知两物体的质量、初始动能和恢复因数，能否确定其碰撞过程的动能损失？若已知两物体的质量、初始动量和恢复因数，能否确定其碰撞过程的动能损失？

【18－31】 小球以初速 v_0 运动，其与墙和地面间的恢复因数均为 k，不计重力和摩擦，墙与地面垂直，求小球碰墙与地面后速度的方向。小球运动的平面与墙和地面形成的平面垂直。



题 18－31 图



题 18－32 图

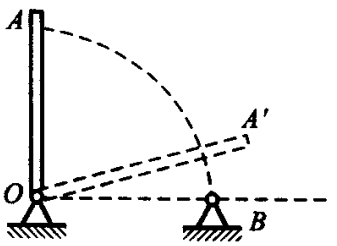
【18－32】 图示质量为 m_1 的大车上放一质量为 $m_2=\frac{m_1}{2}$ 的小车，由于外力冲击，大车突然以速度 $v=1$ m/s 运动，导致小车和大车相碰。设碰撞是完全弹性的，且不计摩擦。求碰撞后小车的相对速度并讨论第二次碰撞。

【18－33】 如图 OB 连线水平，均质杆 OA 可绕轴 O 转动，其由静止开始向下摆动与固定点 B 碰撞后又向上弹起。弹起的高度 A' 与下述哪些因素有关？（　　）

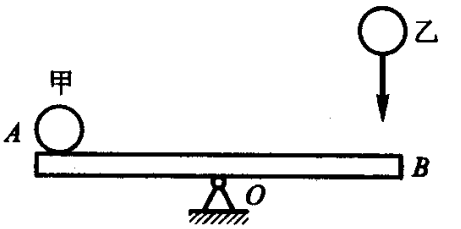
A. 与恢复因数有关，与点 B 在水平线上的位置无关

B. 与点 B 在水平线上的位置有关，与恢复因数无关

C. 与点 B 在水平线上的位置和恢复因数都有关



题 18－33 图



题 18－34 图

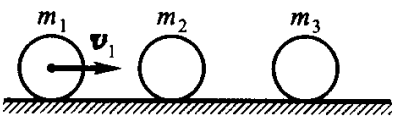
【18－34】 图示跳板可绕点 O 任意转动，图示位置为水平。甲乙两球质量相同，乙球从高处落到跳板上可将甲球弹起。问当乙球与跳板是塑性碰撞与完全弹性碰撞两种情况下，哪种情况甲球弹起的较高？

【18－35】 球从高度 H 处无初速铅直落在水平地面上，其弹回高度为 h，则其恢复因数为（　　）。

A. h/H　B. $\sqrt{h/H}$　C. $(H-h)/H$　D. h^2/H^2

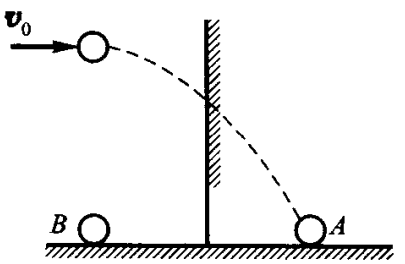
【18-36】 在斜碰撞中，$v_2' - v_1' = k(v_1 - v_2)$是否一定成立？$v_1, v_2, v_1', v_2'$分别为碰撞前、后两物体质心的速度，$k$ 为恢复因数。

【18-37】 水平面上有三个球，球 2,3 静止，球 1 以速度$\boldsymbol{v}_1$ 运动，与球 2 碰撞，球 2 又与球 3 碰撞。设碰撞是完全弹性的，问球 3 的速度与球 2 的质量是否有关？

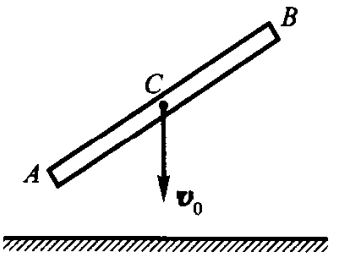


题 18-37 图

【18-38】 一小球水平抛出，沿抛物线落到地面上点 A，另一质量相同的小球在相同位置以相同速度水平抛出后与一铅直墙壁发生完全弹性碰撞后落到地面上点 B。问两球落地时动能动量是否相同？两球落地的时间是否相同？



题 18-38 图

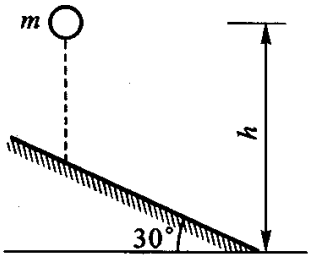


题 18-39 图

【18-39】 均质杆 AB 向下作铅直平移如图，当 A 端与地面碰撞是完全弹性碰撞和塑性碰撞两种情况时，哪种情况下碰撞终了时，AB 杆的角速度大？

【18-40】 试从能量的观点解释完全弹性碰撞、弹性碰撞、塑性碰撞。

【18-41】 质量为 m 的小球由高 h 处无初速的自由落下，与倾角为 30°的光滑固定斜面发生完全弹性碰撞。问小球弹起后能否仍达到 h 高度？



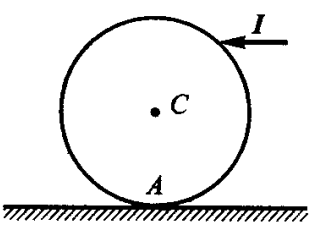
题 18-41 图

【18-42】 什么是撞击中心？如何确定撞击中心？

【18-43】 在打垒球或抡锤打桩时，由于打击点的位置不同，有时手不感到冲击，有时又会感到强烈的冲击和震动，这是为什么？

【18-44】 如果绕定轴转动的刚体的质心恰好在转轴上，能否找到撞击中心？

【18-45】 图示一球放在水平面上，现在球上作用一水平冲量 $\boldsymbol{I}$，问若适当选择 $\boldsymbol{I}$ 的作用点，能否做到无论对怎样大小的冲量 $\boldsymbol{I}$，总可使球与地面的接触点 A 处无滑动？



题 18-45 图

【18-46】 复摆的撞击中心为点 C，在复摆上作用一水平冲量 $\boldsymbol{I}$，问冲量作用在点 C 以上和作用在点 C 以

下，轴承的反碰撞冲量有何不同？

【18－47】 一球静止在粗糙水平面上，怎样敲击此球使它一开始就做无滑动的滚动？

【18－48】 在什么情况下受外碰撞冲量作用的绕定轴转动的刚体在轴承处无碰撞冲量？

第十九章　分析力学基础

【19－1】　下述说法是否正确？

A. 质点系有几个虚位移就有几个自由度。

B. 质点系有几个约束方程就有几个自由度。

C. 质点系有几个约束方程就减少几个自由度。

D. 质点系有三个自由度。

E. 自由质点有三个自由度。

【19－2】　试确定下述各种情况下系统的自由度数：

(1) 在给定的空间曲线上运动的一个质点。

(2) 在空间自由运动的三个质点。

(3) 在平面内自由运动的三个质点。

(4) 在平面上自由运动的由刚杆联结的两个质点。

(5) 在空间自由运动的刚体。

(6) 绕定点运动的刚体。

(7) 刚体的质心在给定的空间曲线上运动。

(8) 在平面曲线上运动的质点。

(9) 各在空间曲线上运动，并且两者距离保持不变的两个质点。

(10) 在空间运动的三个质点，其中任意两个质点间的距离保持不变。

(11) 平行于某固定平面运动的刚体。

(12) 有两点固定的刚体。

(13) 有三点固定的刚体，三点不在同一直线上。

(14) 可在空间自由运动的细直刚杆(直径不计)和一个可在此杆上运动的质点组成的系统。

【19－3】　下述说法是否正确？

A. 质点系的自由度数等于质点系内各质点的自由度数之和。

B. 质点系的自由度数等于约束方程的总数。

C. 在完整约束的条件下，质点系的广义坐标数目等于质点系的自由度数。

D. 质点系的广义坐标数减去约束方程的数目等于质点系自由度数。

【19－4】 下述质点系各有几个自由度？

(1) 平面四连杆机构[图(a)]。

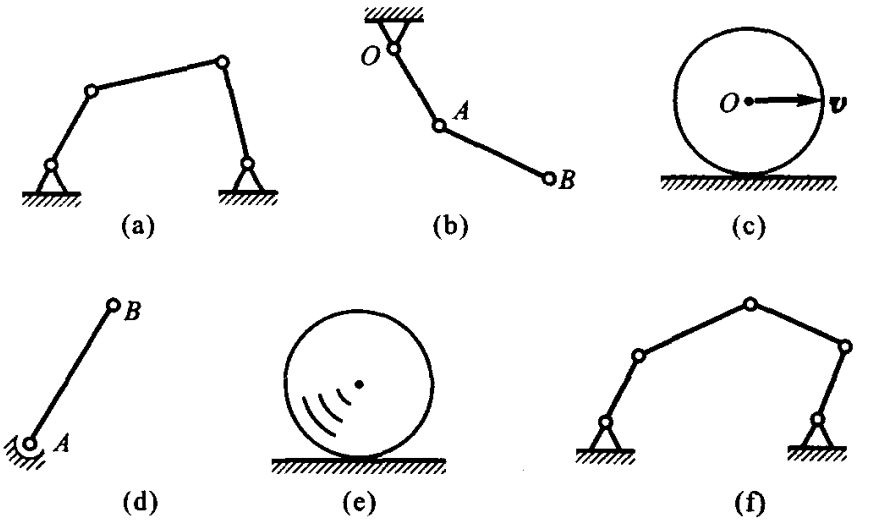
(2) 在固定铅垂面内运动的双摆[图(b)]。

(3) 在平面内沿直线作纯滚动的轮[图(c)]。

(4) 一端由球铰链约束的杆[图(d)]。

(5) 在水平面内运动的球[图(e)]。

(6) 平面机构[图(f)]。



题 19－4 图

【19－5】 设有 n 个质点组成的质点系，其约束方程为

$$f_j(x_1, y_1, z_1, \cdots, x_n, y_n, z_n) = 0 \quad (j = 1, 2, \cdots, s)$$

该质点系有多少个自由度？

【19－6】 何谓广义坐标？对一个质点系，广义坐标通常是只有唯一一种选择，还是有多种选择？

【19－7】 质点系的广义坐标都是独立的，这些广义坐标的变分是否也一定是独立的？

【19－8】 广义坐标必须是绝对坐标、相对坐标还是和其他坐标无关的独立坐标？广义坐标的选择有无好坏(使用方便不方便)之分？

【19－9】 在完整约束的情况，质点系的自由度数等于广义坐标的数目，此情况是不是对任何约束都成立？

【19－10】 下述说法是否正确？

A. 广义力与广义位移的乘积是功。

B. 广义力的单位就是力的单位。

C. 质点系所有力的虚功之和除以某个广义虚位移就是此广义坐标对应的

广义力。

D. 广义力与广义坐标的选择无关，仅与各作用力有关。

【19－11】 质点系的直角坐标和广义坐标有什么关系？写出其关系式。质点系在直角坐标中的虚位移和广义虚位移有什么关系？写出其关系式。

【19－12】 求广义力都有哪些方法？对所有题来说，其难易程度是否相同？

【19－13】 广义力与普通力有何异同？它有何物理意义？如果沿某坐标轴取广义坐标，则对应于该广义坐标的广义力，是否就是作用于系统的所有主动力在该坐标轴上的投影的代数和？

【19－14】 下述说法是否正确？

A. 广义力是用广义坐标表达的质点系所受的力。

B. 对应于每个广义坐标都有一个广义力。

C. 质点系受有多少主动力，就有多少广义力。

D. 广义力是主动力在广义虚位移上所作的虚功。

【19－15】 广义力 $Q_k = -\dfrac{\partial V}{\partial q_k}$ 成立的条件是，而且仅仅是(　　)。

A. 质点系只受有势力作用

B. 具有理想约束的质点系

C. 在保守系统中

【19－16】 给出下列运动所需的一组广义坐标：

(1) 小球在圆形金属线上运动。

(2) 质点在球面上运动。

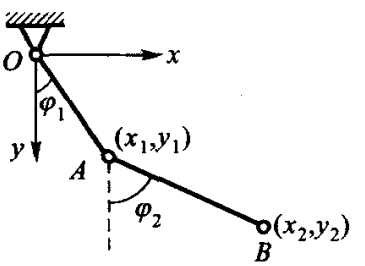
(3) 圆盘在水平面上沿直线做纯滚动。

(4) 圆锥体在水平面上纯滚动。

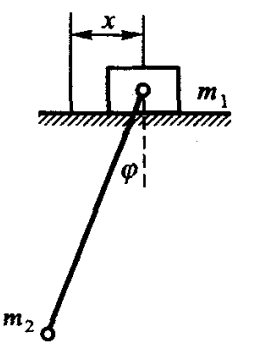
【19－17】 如图所示双摆系统，下述哪组坐标可作为广义坐标？

A. x_1，y_2　　B. x_1，x_2　　C. φ_1，x_2

D. φ_1，φ_2　　E. φ_2，y_1　　F. φ_1，y_2。



题 19－17 图



题 19－18 图

【19－18】 如图所示系统，无摩擦，杆重不计，系统有几个自由度？属于下

述约束中的哪一类?

A. 理想约束　　B. 非理想约束　　C. 完整约束

D. 非完整约束　　E. 定常约束　　F. 非定常约束。

【19-19】 对于非完整约束,如果广义坐标是独立的,那么广义虚位移是否也一定是独立的?

【19-20】 动力学普遍方程中,包括内力的虚功吗?

【19-21】 如果系统中有摩擦力等非理想约束力,能否使用动力学普遍方程?如何用?

【19-22】 为什么动力学普遍方程中要考虑惯性力的虚功,而用拉格朗日方程时需计算虚功时只计算主动力的虚功?

【19-23】 动力学普遍方程是否适用于非定常约束?

【19-24】 对于完整约束和非完整约束系统,拉格朗日方程都可写为:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_\alpha}\right)-\frac{\partial T}{\partial q_\alpha}=Q_\alpha+\lambda_1 A_\alpha+\lambda_2 B_\alpha+\cdots$$

这里的参数 $\lambda_1,\lambda_2,\cdots$ 为拉格朗日乘子。试利用此式导出:

(1) 在保守系统中,用拉格朗日函数表示的拉格朗日方程。

(2) 完整约束系统中的拉格朗日方程。

(3) 讨论拉格朗日乘子 $\lambda_1,\lambda_2,\cdots$ 的物理意义。

【19-25】 能否用拉格朗日方程推导出刚体的平面运动微分方程?如何推导?

【19-26】 拉格朗日方程的推导中,哪一步用到了完整约束的条件?

【19-27】 用拉格朗日函数有什么好处?对什么系统才能使用拉格朗日函数?

【19-28】 用第二类拉格朗日方程得出下述运动的微分方程:

(1) 质量为 m 的质点沿倾角为 φ 的斜面无摩擦地下滑。

(2) 以初速 $\boldsymbol{v}_0$ 与水平成仰角 φ 发射的质点。

(3) 质点在均匀重力场中自由落下。

【19-29】 由式: $\sum_{i=1}^{3n-s}\left(Q_k-\sum_{i=1}^{n}m_i\ddot{\boldsymbol{r}}_i\cdot\frac{\partial \boldsymbol{r}_i}{\partial q_k}\right)\delta q_k=0$,则

$$Q_k-\sum_{i=1}^{n}m_i\ddot{\boldsymbol{r}}_i\cdot\frac{\partial \boldsymbol{r}_i}{\partial q_k}=0\quad(k=1,2,\cdots,3n-s)$$

必然成立,对吗?为什么?

【19-30】 何谓广义惯性力?写出其表达式。其一定是惯性力吗?

【19-31】 何谓拉格朗日两个恒等式,试证明之。

【19-32】 由 n 个质点组成的质点系具有 s 个完整约束,如何用广义坐标

表达第 i 个质点的速度$\boldsymbol{v}_i$?

【19-33】 对一个系统来说,有多少个第二类拉格朗日方程?

【19-34】 在保守系统中,第二类拉格朗日方程有怎样的表达式?若用拉格朗日函数表达,第二类拉格朗日方程又有怎样的表达式?

【19-35】 拉格朗日方程适用于下述哪些系统?(　　)

A. 具有理想约束的系统

B. 具有完整、定常约束的系统

C. 非完整约束的系统

D. 理想的、完整约束系统

【19-36】 设 T 是质点系的动能,试证:

(1) $\dfrac{\partial T}{\partial q_k}=\sum m_i\dot{\boldsymbol{r}}_i\cdot\dfrac{\partial\dot{\boldsymbol{r}}_i}{\partial q_k}$

(2) $\dfrac{\partial T}{\partial\dot{q}_k}=\sum m_i\dot{\boldsymbol{r}}_i\cdot\dfrac{\partial\dot{\boldsymbol{r}}_i}{\partial\dot{q}_k}$

【19-37】 动力学系统的拉格朗日函数是唯一的吗?试解释之。

【19-38】 选定下列系统的广义坐标,写出拉格朗日函数,得出系统的运动微分方程。

(1) 质量为 m 的质点在保守场中的运动。

(2) 在重力作用下,质量为 m 的质点在无摩擦的回转抛物面 $x^2+y^2=az$ 的内表面上运动(z 为铅直轴)。

(3) 半径为 r 质量为 m 的球,置于半径为 R 的固定不动的球的顶点,无初速向下做纯滚动。

【19-39】 什么是广义质量?它是不是一般意义上的质量?它与广义坐标的选择是否有关?

【19-40】 什么是保守系统中的拉格朗日方程的能量积分?它的物理意义是什么?

【19-41】 怎样判断某一坐标是不是循环坐标?循环坐标是不是广义坐标?

【19-42】 什么是保守系统中拉格朗日方程的循环积分?其物理意义是什么?系统有几个循环坐标就有几个循环积分吗?

【19-43】 什么是广义动量?其量纲如何?

【19-44】 广义质量量纲是否和质量量纲相同?广义速度量纲是否与速度量纲相同?

【19-45】 在推导动量守恒和动量矩守恒定律时,用到了牛顿第三定律,因内力(也可以说作用反作用力)是成对出现的,所以内力的主矢和对任一点的主

矩必为零。试问:广义动量守恒是否也以牛顿第三定律为先决条件?

【19-46】 “微分原理反映系统瞬时运动状态的规律,积分原理反映系统有限运动过程的规律,不变分原理反映系统真实运动的规律,变分原理提供把真实运动与在相同条件下运动学上可能的运动区别开来的准则。”这种说法对吗?

第二十章　机械振动基础

【20－1】　质点振动方程中，下述哪些作用在质点上的力是恢复力？

A．总是指向平衡位置的力

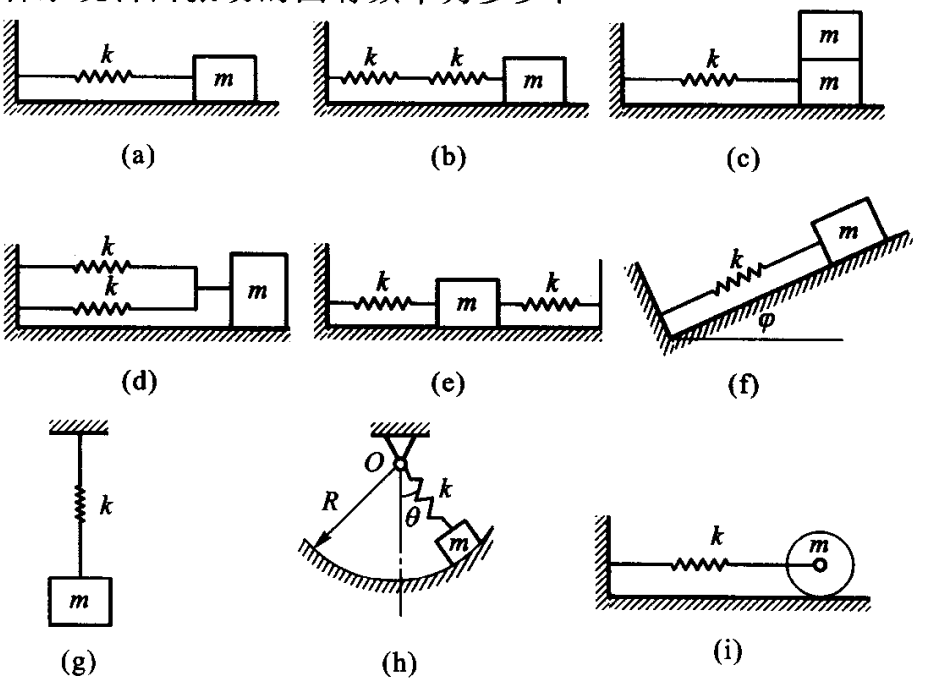
B．其大小与位移成正比的力

C．总是与运动方向相反的力

D．有势力

【20－2】　图示各物块的质量均为 m，每根弹簧的弹性系数均为 k，弹簧质量不计。图(a)单根弹簧；图(b)两根弹簧串联；图(c)两重物叠放；图(d)两根弹簧并联；图(e)中物块两侧各有一弹簧；图(f)弹簧与水平面成 φ 角；图(g)弹簧悬挂；图(h)中物块可沿半径为 R 的圆弧作圆周运动，图中弹簧为原长，与铅垂线夹角 θ，在图示位置将物块无初速释放。图(i)中弹簧与圆柱中心铰接，且在任何情况下圆柱均保持纯滚动。所有各图中[除图(i)外]均无摩擦。

试问：各系统自由振动的固有频率为多少？



题 20－2 图

【20-3】 一质量弹簧线性系统作自由振动，下列说法正确的是(　　)。

A. 其振动周期与初始条件无关，而振幅与初始条件有关

B. 其振动的周期、振幅与初始条件都无关

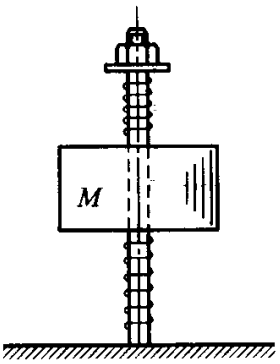
C. 其振动的周期与初始条件有关，而振幅与初始条件无关

【20-4】 单自由度无阻尼自由振动按(　　)频率进行振动，振幅与相位角决定于(　　)。

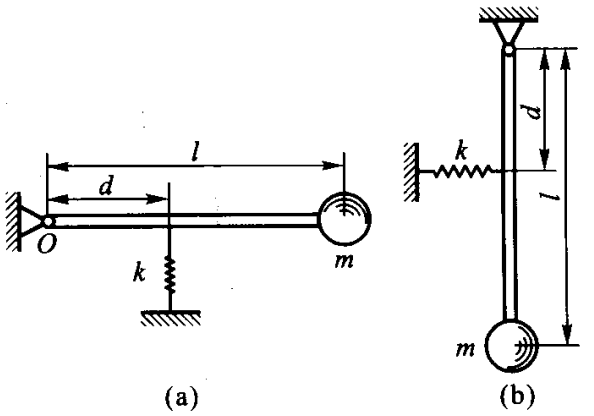
【20-5】 自由振动是简谐运动，(　　)和(　　)决定于运动初条件，而(　　)和(　　)与运动初始条件无关，只决定于系统的物理参数。

【20-6】 如图所示装置，重物 M 可在螺杆上上下滑动，重物的上方和下方都装有弹簧。问是否可以通过螺帽调节弹簧的压缩量来调节系统的固有频率？为什么？

【20-7】 如图所示的水平摆和铅垂摆都处于重力场中，杆重不计，摆长 l、弹簧刚度 k 以及摆锤质量 m 都是相同的。试问两个摆微幅摆动的固有频率是否相同？如果二者都脱离了重力场，其固有频率是否相同？又，图中的弹簧方向都与摆杆垂直，如弹簧与摆杆成45°角连接，其固有频率有什么不同？



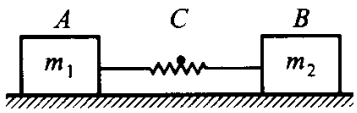
题 20-6 图



题 20-7 图

【20-8】 假如地球引力增加一倍，下列几种振动系统的固有频率有变化吗？(1)单摆；(2)复摆；(3)弹簧质量系统；(4)扭摆。

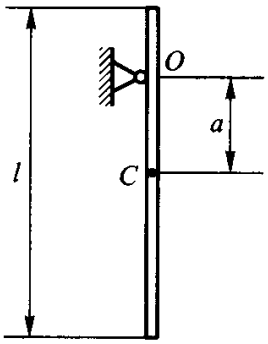
【20-9】 在光滑的水平面上，两个质量皆为 m 的质点由一刚度系数为 k 的无重弹簧相连。若将二质点拉开一段距离再同时释放，二者将发生振动，求此振动的固有频率和周期。



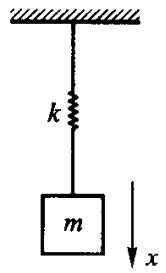
题 20-9 图

【20-10】 均质细杆长 l，质量为 m。问以哪一点为悬挂点作为复摆，其摆动频率最大；以哪一点为悬挂点其摆动频率最小。并求出其最大、最小值。

【20-11】 在线性恢复力作用下，如何确定质点作直线自由振动的频率、周期与振幅？增大振幅是否会增大周期？



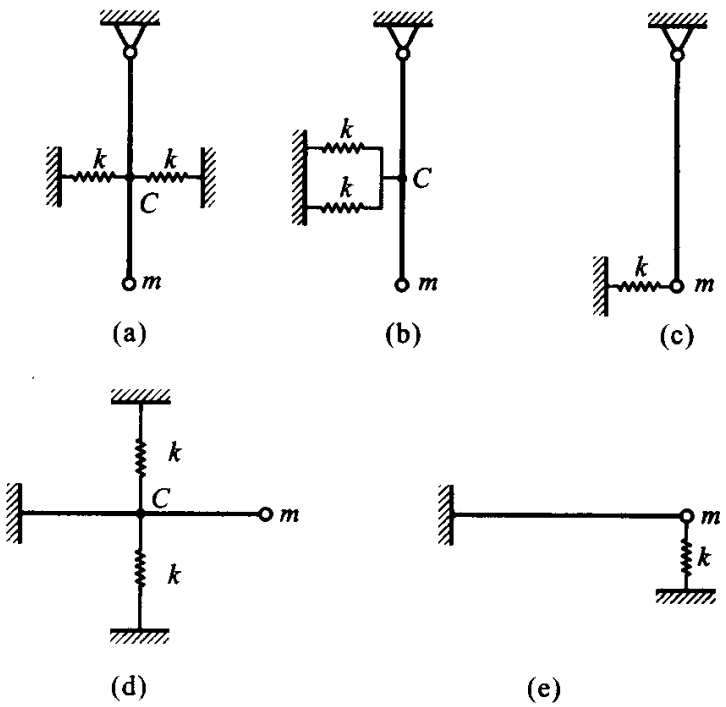
题 20 - 10 图



题 20 - 12 图

【20 - 12】 铅垂悬挂的质量弹簧系统，其质量为 m，弹簧刚度系数为 k，若坐标原点分别取在弹簧静伸长处和未伸长处，则质点的运动微分方程可分别写成(　　)和(　　)。

【20 - 13】 图中摆的质量皆为 m，弹簧刚度系数皆为 k，摆杆长皆为 l，C 为其中点，不计弹簧质量，各摆微振动的固有频率有何不同？

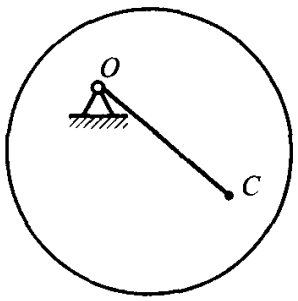


题 20 - 13 图

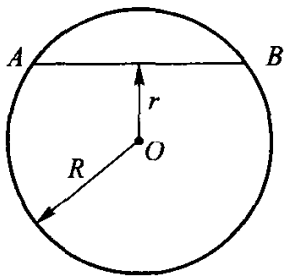
【20 - 14】 图示复摆，可绕定点 O 摆动，C 为刚体质心。问：当 OC 的距离为多大时，复摆的振动周期为最小值？

【20 - 15】 图示均质薄圆板，绕弦 AB 作微小摆动，问：在下述哪种情况下振动频率最高？(　　)

A. $r = R$　B. $r = \dfrac{R}{2}$　C. $r = 0$　D. 不在上述三个位置



题 20 - 14 图



题 20 - 15 图

【20 - 16】 弹簧上端固定，下端挂一重物，如果该重物在下述不同情况下开始运动，问：重物产生振动时其圆频率、周期、振幅及初相位是否相同？并说明其原因。

(1) 弹簧为原长时，挂上重物，使其自由下落，产生振动。

(2) 弹簧为原长时，挂上重物，并给以向下的初速度 $\boldsymbol{v}_0$，产生振动。

(3) 重物从静平衡位置以初速 $\boldsymbol{v}_0$ 开始向下运动。

(4) 重物从静平衡位置以初速 $\boldsymbol{v}_0$ 开始向上运动。

(5) 将重物自静平衡位置向下拉 x 厘米，然后无初速释放。其中 x 由下式确定：$kx^2 = \frac{1}{2}mv_0^2$。

【20 - 17】 图示系统无摩擦，弹簧质量不计，一质量为 m_1 的小球以速度 $\boldsymbol{v}$ 运动，与质量为 m_2 的物块发生完全弹性碰撞，碰撞前物块处于平衡状态。在下述两种情况下：

A. 小球从铅直方向以速度 $\boldsymbol{v}$ 与物块相碰。

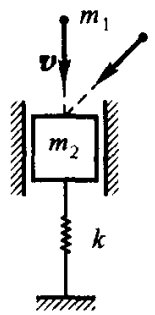
B. 小球与水平成 45°角的方向以速度 $\boldsymbol{v}$ 与物块相碰。

回答：

(1) 两种情况下物块振动的固有频率各为多大？

(2) 两种情况下物块振动的振幅是否相同？

(3) 两种情况下物块振动的初相位是否相同？



题 20 - 17 图

【20 - 18】 如果质点沿 x 轴作简谐振动，问：加速度的最大值、速度的最大值、加速度的零值、速度的零值，各在路径上的哪些点出现？

【20 - 19】 一单摆在下述情况下，周期有何变化？

(1) 摆质量增加一倍。

(2) 地球引力增加一倍。

(3) 摆杆长增加一倍。

【20 - 20】 当计入弹簧质量时，质量弹簧系统的固有频率的近似值应如何计算？

【20 - 21】 什么是瑞利法？用瑞利法求得的频率比系统的实际频率偏高还

是偏低？为什么？

【20－22】 单自由度系统振动时，试证明其机械能可表示为：

$$T + U = \frac{1}{2}kA^2$$

式中：A 为振幅。

【20－23】 一个弹簧的刚度系数为 k，质量不计，上端固定，下端悬挂一重物，问：在下述情况下振动频率有何变化？

(1) 将弹簧切去一半后仍悬挂重物。

(2) 将两个同样长的弹簧并连后仍悬挂重物。

(3) 弹簧上端等速直线上升。

(4) 弹簧上端以匀加速度直线上升。

【20－24】 如果作用于质点上的力不是 $F = -kx$，而是 $F = kx$；那么，质点所作运动是否仍是周期性运动？

【20－25】 悬挂一空心球体作为单摆，球内装满水，球底开一小孔使水由小孔慢慢流出，摆杆质量不计。其摆周期由装满水到水全部流光的过程中，将怎样变化？

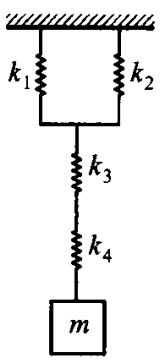
【20－26】 将单摆悬线从铅直位置向右拉开 θ 角，然后无初速释放，任其摆动，θ 角是不是初相位？如不是，θ 角应是什么？

【20－27】 将一刚度系数为 k、长为 l 的弹簧截成等长$\left(\text{均为}\frac{l}{2}\right)$的两段，则截断后每根弹簧的弹性系数均为$\frac{k}{2}$，或为 k，或为 $2k$？

【20－28】 有 5 根刚度系数均为 k 的弹簧并联或串联时，其当量刚度系数皆为 $k' = 5k$，对否？

【20－29】 一个只受线性恢复力作用的单自由度无阻尼自由振动系统，其运动微分方程的标准形式是什么？

【20－30】 将刚度系数分别为 k_1, k_2, k_3, k_4 的四根弹簧与质量为 m 的物块连接成图示弹簧质量系统，则四根弹簧的等效刚度为(　　)；系统的固有频率为(　　)，为什么？



题 20－30 图

题 20－31 图

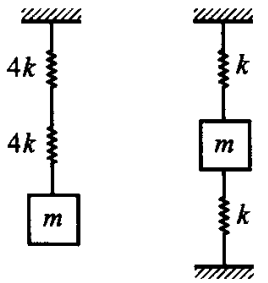
【20－31】 刚度系数为 k 的弹簧一端固定，另一端悬挂质量为 m 的物体，此系统的固有频率等于(　　)；若把弹簧原长的中点 O 固定，则系统的固有频率等于(　　)。

【20－32】 在图示两系统中，已知参数 m，k，则该两系统自由振动的周期分别为：(a)(　　)；(b)(　　)。

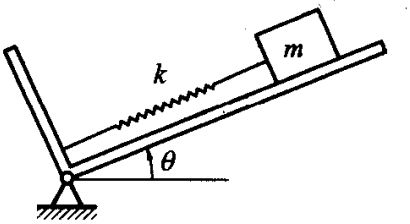
【20－33】 在不改变弹簧质量系统条件(包括 m，k 及组成形式)的情况下，采用何种措施才能增大单自由度无阻尼振动系统的自由振动振幅？

【20－34】 一弹簧质量系统，置于光滑的斜面上，斜面的倾角 θ 可以在 0°～90°间改变，则系统振动的固有频率将随 θ 的增大而(　　)。

A．增大　B．减小　C．不变



题 20－32 图



题 20－34 图

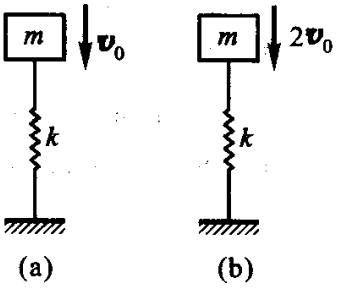
【20－35】 两弹簧质量系统如图所示，质量和弹簧刚度均相同，图(a)系统受初干扰 v_0，(b)系统受初干扰 $2v_0$，则(　　)。

A．(b)系统振幅大

B．(a)系统振幅大

C．(a)、(b)两系统振幅一样大

D．上述条件还不能判定哪个系统振幅大



题 20－35 图

【20－36】 一个弹簧质量系统，在线性力作用下作自由振动，今欲改变其频率，可采取如下措施(　　)。

A．改变物体质量或改变弹簧刚度

B．改变初始条件

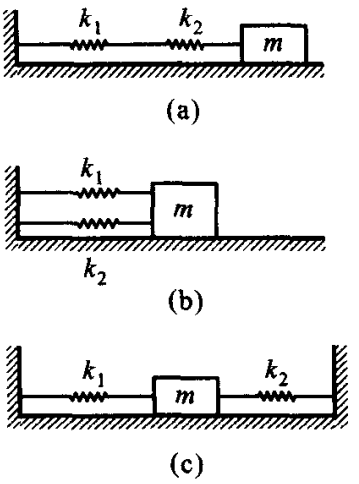
C．改变以下三种状况中的任意一种：物体质量、弹簧刚度、初始条件

【20－37】 设图示(a)、(b)、(c)三个质量弹簧系统的固有频率分别为 ω_1，ω_2，ω_3，则它们之间的关系是(　　)。

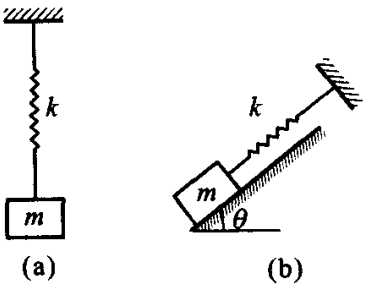
A．$\omega_1 < \omega_2 = \omega_3$　B．$\omega_2 < \omega_3 = \omega_1$　C．$\omega_3 < \omega_1 = \omega_2$　D．$\omega_1 = \omega_2 = \omega_3$

【20－38】 图示两振动系统，如物块的质量和弹簧的刚度系数均相等，则此两种情况自由振动的固有频率(　　)。

A．相同　B．不同　C．由质量和刚度系数尚不能确定



题 20－37 图



题 20－38 图

【20－39】 在倾角为 θ 的光滑斜面上置一刚度系数为 k 的弹簧，一质量为 m 的物块沿斜面下滑 s 距离与弹簧相碰，碰后弹簧与物块不分离并发生振动，则自由振动的固有圆频率为(　　)。

A. $(k/m)^{1/2}$

B. $[k/(ms)]^{1/2}$

C. $[k/(m\sin\theta)]^{1/2}$

D. $(k\sin\theta/m)^{1/2}$

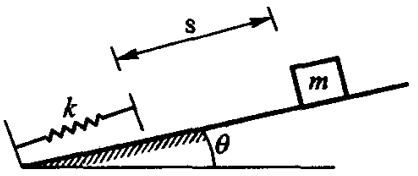
【20－40】 图示两系统均作自由振动，其中图(a)系统的周期为(　　)，图(b)系统的周期为(　　)。

A. $2\pi(m/k)^{1/2}$

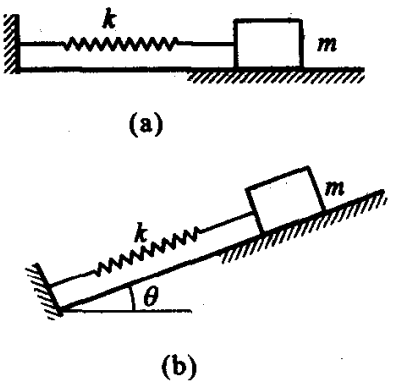
B. $2\pi(k/m)^{1/2}$

C. $2\pi(m\sin\theta/k)^{1/2}$

D. $2\pi[k/(m\sin\theta)]^{1/2}$



题 20－39 图



题 20－40 图

【20－41】 什么是临界阻尼？小阻尼和大阻尼情况的自由振动有什么不同？

【20－42】 证明在大阻尼“振动”情况下，物体以任意的起始位置和起始速度运动，越过平衡位置不能超过一次。

【20－43】 有人说：“在临界阻尼情况下，质点接近平衡位置时，速度趋近于零，在过阻尼情况下，质点根本回不到平衡位置”。这种说法是否正确？

【20－44】 在小阻尼情况下，下述说法是否正确？

A．阻尼使振动频率降低，周期加长。

B．阻尼仅影响振幅，对振动频率无影响。

C．阻尼使振动周期缩短。

D．阻尼使振幅按算术级数衰减。

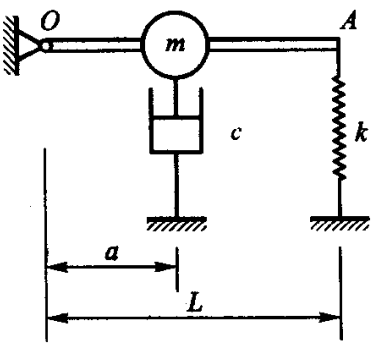
【20－45】 在线性小粘性阻尼振动（其运动方程为 $m\ddot{x}+c\dot{x}+kx=0$）中，任意两个相邻最大位移之间的时间差为常数吗？

【20－46】 如果质点只受到线性阻力的作用则必产生衰减振动，对否？

【20－47】 单自由度系统作自由振动时，小阻尼将（　　）系统振动的周期；单自由度系统作受迫振动时，阻尼将（　　）受迫振动的周期。

A．延长　B．缩短　C．不影响

【20－48】 在图示铅垂面内的振动系统中，已知小球的质量为 m，杆 OA 质量不计，弹簧刚度系数为 k，阻尼器阻尼系数为 c，水平位置为系统的平衡位置。设 θ 为杆偏离平衡位置的转角，则系统作微振动时的微分方程为（　　）。



题 20－48 图

A．$\ddot{\theta}-\dfrac{c\dot{\theta}}{m}+\dfrac{kL^2\theta}{(ma^2)}=0$　B．$\ddot{\theta}+\dfrac{c\dot{\theta}}{m}+\dfrac{kL^2\theta}{(ma^2)}=0$

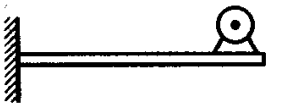
C．$\ddot{\theta}-\dfrac{c\dot{\theta}}{m}-\dfrac{kL^2\theta}{(ma^2)}=0$　D．$\ddot{\theta}+a\dfrac{c\dot{\theta}}{m}+\dfrac{kL^2\theta}{(ma^2)}=0$

【20－49】 怎样用自由振动实验方法求单自由度系统的阻尼比 ζ 和阻尼系数 c。

【20－50】 当干扰力的频率趋近于系统的固有频率时，系统发生共振，同时干扰力的位相比受迫振动的位相超前 $\dfrac{\pi}{2}$，对否？

【20－51】 在题 20－2 各图中，若在各物块质心处沿各物块质心运动轨迹方向［图(h)中为质心轨迹切线方向］，均加一干扰力 $F=H\sin\omega t$，问将产生什么振动？在什么条件下产生共振？

【20－52】 为了测定图示悬臂梁的固有频率，在其一端装一带有偏心转子的电动机，改变电动机转速，使梁发生共振。这时电动机的角速度 ω 就是梁的固有频率 ω_n 吗？


题 20－52 图

【20－53】 有阻尼振动与无阻尼振动在共振时有何区别？试用运动图线来表达。

【20－54】 铅垂悬挂的质量弹簧系统，质量 $m=2$ kg，弹簧的刚度系数为 $k=8$ N/m。设在质量块上作用一铅垂干扰力 $F=5\sin pt$（力的单位为 N）。当干扰力频率 p 分别等于 3 s^{-1}，4s^{-1}、5s^{-1}时，质量块受迫振动的振幅 $B_{p=3}$，$B_{p=4}$，$B_{p=5}$ 的大小排列次序（由大到小）为（　　）。

A．$B_{p=5}$，$B_{p=4}$，$B_{p=3}$

B．$B_{p=4}$，$B_{p=3}$，$B_{p=5}$

C．$B_{p=3}$，$B_{p=4}$，$B_{p=5}$

D．$B_{p=3}$，$B_{p=5}$，$B_{p=4}$

【20－55】 弹性支承上的物体，如果质量增大，固有频率会升高还是降低？试从质量的物理概念来解释这一现象。

【20－56】 在简谐激振力作用下的单自由度无阻尼系统受迫振动中，下述各说法中正确的是：

（1）受迫振动部分中，振动频率等于（　　）。

A．激振力频率

B．系统的固有频率

C．与上述两者都有关系

（2）受迫振动部分中，振幅的大小（　　）。

A．与运动的初始条件有关，与固有频率无关

B．与初始条件无关，与固有频率有关

C．与初始条件及固有频率都有关

D．与初始条件无关，与固有频率无关，只与激振力力幅及频率有关

【20－57】 在有阻尼的受迫振动中，何谓瞬态过程、何谓稳态过程？

【20－58】 在有阻尼受迫振动中，共振频率是否是系统的固有频率？

【20－59】 在无阻尼受迫振动中，受迫振动部分的相位是否与激振力相位相同？在有阻尼振动中呢？

【20－60】 阻尼对受迫振动和自由振动有何影响？

【20－61】 有阻尼受迫振动中，什么是稳态过程？与刚开始的一段运动有什么不同？

【20－62】 通常高速旋转的机器，其 $\omega>\omega_n$，启动与停机时经过共振区域，但是机器并没有作激烈振动，如何解释？

【20－63】 隔振分哪两类？它们有什么异同点？试举例说明它们在工程上的应用。

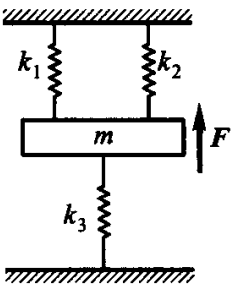
【20－64】 力的传递率与位移的传递率有什么意义？为得到较好的隔振效

果，可采取哪些措施？

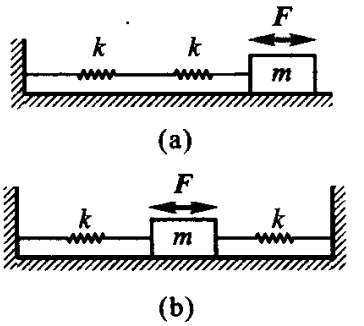
【20－65】 在系统的受迫振动中，运动的初始条件为何一般不考虑？

【20－66】 图示振动系统由三根刚度系数分别为 k_1，k_2，k_3 的弹簧和一质量为 m 的物块组成，则系统的固有频率为（　　）。如果在物块上作用一铅垂方向的周期性干扰力 $F = H\sin pt$，p 可以连续变化，则当 p 等于（　　）时，物块的振幅最大。为什么？

【20－67】 在图(a)、(b)中，放在光滑水平面上的物块的质量均为 $m = 0.5$ kg，每根弹簧的刚度系数均为 $k = 100$ N/m，物块受 $F = 0.03\sin(10t + \theta)$N 的干扰力作用，则哪个系统振动得厉害？为什么？



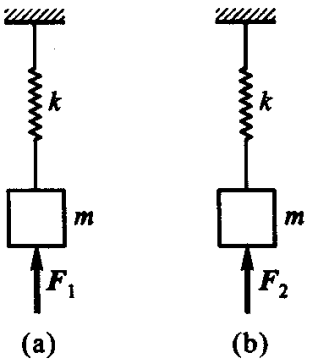
题 20－66 图



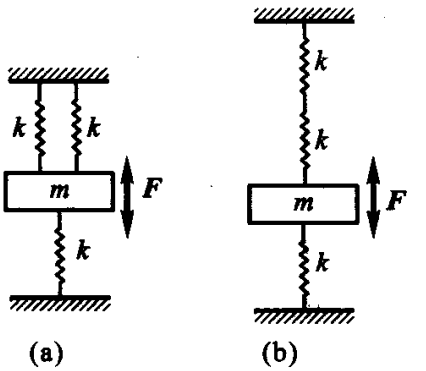
题 20－67 图

【20－68】 两物块质量均为 $m = 5$ kg，分别悬挂在刚度均为 $k = 20$ N/m 的弹簧上，分别受到干扰力 $F_1 = 18\sin(8t)$和 $F_2 = 4\sin(2t)$作用。设阻尼不计，则图示（　　）系统将发生共振。因为（　　）。

【20－69】 在图(a)、(b)所示的质量弹簧系统中，物块质量均为 $m = 3$ kg，各弹簧刚度均为 $k = 100$ N/m，设周期干扰力 $F = 0.2\sin\left(5\sqrt{2}t + \dfrac{\pi}{3}\right)$。则图（　　）系统的振幅较大？为什么？



题 20－68 图



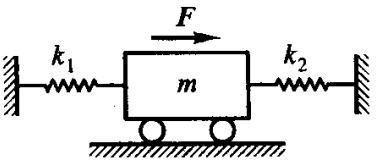
题 20－69 图

【20－70】 质量为 m 的物块，用两根刚度系数分别为 k_1 和 k_2 的弹簧连接，不计阻尼，则系统的固有频率为 $\omega_n =$（　　）。若物体受到干扰力 $F = H\sin pt$

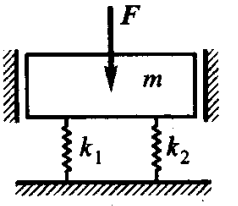
的作用，则系统受迫振动的频率为(　　)，在(　　)条件下，系统将发生共振。

【20－71】 已知单自由度振动系统的固有频率 $p = 2$ rad/s。若在其上分别受到幅值相同而频率分别为 $\omega_1 = 1$ rad/s，$\omega_2 = 2$ rad/s，$\omega_3 = 3$ rad/s 的简谐干扰力作用，则干扰力的频率为(　　)时，系统强迫振动的振幅最大；干扰力的频率为(　　)时，系统强迫振动的振幅最小。为什么？

【20－72】 某质量弹簧系统联结如图，参数 m，k_1，k_2 已知。则系统的固有频率为(　　)；当受到外干扰力 $F = H\sin(\omega t)$ 作用时，系统受迫振动的圆频率为(　　)；当(　　)时产生共振现象。



题 20－70 图



题 20－72 图

【20－73】 汽轮发电机主轴的转速已大于其临界转速，起动与停车过程中都必然经过其共振区，其角速度大小对振动有什么影响？

【20－74】 (无阻尼)动力减振器的原理是什么？适用于何种激振力？主要缺点是什么？

【20－75】 阻尼减振器主要靠什么达到减振的目的？

【20－76】 电动机支承在刚度系数 $k = 68.6$ N/mm 的弹簧上，电动机重 $P = 980$ N，当电动机转速 $n =$ (　　)时，此系统发生共振现象。

【20－77】 弹簧刚度系数为 k，下端挂一质量为 m 的重物，上端悬挂在按下述规律上下运动的板上：$x = h\sin pt$，则此单自由度系统受迫振动的圆频率为(　　)。

【20－78】 设激振力频率为 ω，系统的固有频率为 ω_n，则由单自由度系统有阻尼受迫振动的振幅频率关系曲线可知，当(　　)时，阻尼大小对受迫振动振幅影响很小；而当(　　)时，阻尼的影响很明显。

A. $\omega \ll \omega_n$　B. $\omega \approx \omega_n$　C. $\omega \gg \omega_n$　D. $\omega \ll \omega_n$ 和 $\omega \gg \omega_n$

【20－79】 确定两个自由度系统的自由振动需要几个运动初始条件？

【20－80】 什么是主振动？两个主振动的合成是否为简谐振动？是否都是周期运动？

【20－81】 两个自由度振动系统在什么条件下可按其第一主振型或第二主振型振动？

【20－82】 在无摩擦的水平面上，两个质量分别为 m_1，m_2 的质点由一刚度系数为 k 的无重弹簧相连，若将两质点拉开后再同时释放，两质点将发生振动，

问：振动的固有频率周期为多少？

【20－83】 两个自由度系统具有几个固有频率？几个主振型？

【20－84】 主频率有何物理意义？它与单自由度系统的圆频率有无区别？它的大小与什么因素有关？要提高或降低主频率可采用什么方法？

【20－85】 主振型有何物理意义？它决定于什么因素？

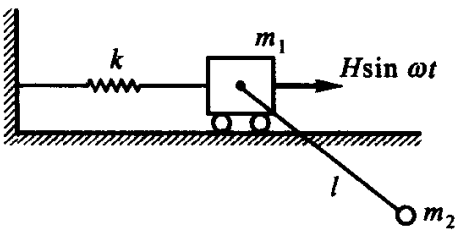
【20－86】 系统在什么情况下可按第一主振型或第二主振型振动？

【20－87】 在什么情况下两个自由度的无阻尼自由振动系统可以做周期性的运动？什么情况下可以做谐振动？

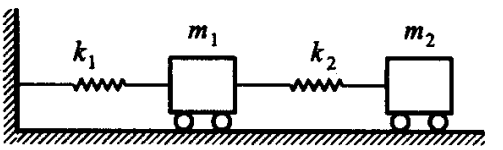
【20－88】 一个振动系统是否只可能有一组主坐标？

【20－89】 图示两个自由度系统中，当干扰力频率 $\omega=\sqrt{k/m_1}$ 时，是否发生共振？为什么？

【20－90】 试用拉格朗日方程导出图示无阻尼系统自由振动的运动微分方程。



题 20－89 图



题 20－90 图

【20－91】 n 个自由度系统有多少个固有频率？有多少个主振型？

【20－92】 试用矩阵写出 n 个自由度系统的有阻尼受迫振动的方程，并解释各矩阵的意义。

【20－93】 画出下列系统的主振型图（图中质量均分布在各质点上，质点固结于弦上，弦质量不计）。

题 20－93 图

【20－94】 试比较单自由度系统与两个自由度系统的自由振动与受迫振动的异同点。

【20－95】 设质点在 xy 平面内运动，其受力为 $\boldsymbol{F}=-k_1x\boldsymbol{i}-k_2y\boldsymbol{j}$，这里 k_1，k_2 皆为正的常数。质点将怎样运动？

第二十一章　刚体绕定点运动、自由刚体运动、刚体运动的合成·陀螺仪近似理论

【21－1】　刚体绕定点 O 运动时，根据下述条件如何确定其瞬时轴？

(1) 已知其上两点 A，B 的速度相同。

(2) 已知其上两点 A，B 的速度方向，且两个速度方向不平行。

【21－2】　绕定点运动刚体上任一点 M 的速度为 $\boldsymbol{v}$，转动加速度为 $\boldsymbol{a}_1$，绕瞬时轴的向轴加速度为 $\boldsymbol{a}_2$，且皆不为零。试判断下述说法是否正确，并说明为什么？

(1) $\boldsymbol{a}_1$ 必与 $\boldsymbol{v}$ 共线。

(2) $\boldsymbol{a}_1$ 必与角速度矢 $\boldsymbol{\omega}$ 垂直。

(3) $\boldsymbol{a}_1$ 必与 $\boldsymbol{a}_2$ 垂直。

(4) $\boldsymbol{a}_1$ 必与角加速度矢 $\boldsymbol{\alpha}$ 垂直。

(5) $\boldsymbol{a}_2$ 必与 $\boldsymbol{v}$ 垂直。

(6) $\boldsymbol{a}_2$ 必与角加速度矢 $\boldsymbol{\alpha}$ 垂直。

(7) $\boldsymbol{a}_2$ 必与角速度矢 $\boldsymbol{\omega}$ 垂直。

(8) $\boldsymbol{a}_2$ 必指向定点 O。

(9) $\boldsymbol{a}_1$ 必垂直于该点矢径 $\boldsymbol{r}$。

【21－3】　刚体自由运动时，其上任意两点的速度在这两点连线上的投影是否一定相等？

【21－4】　刚体自由运动时，若某瞬时其上不共线的某三点加速度矢相同，试判断下述说法是否正确，为什么？

(1) 该瞬时刚体上所有点的速度必相等。

(2) 该瞬时刚体上所有点的加速度必相等。

【21－5】　刚体绕定点运动时，一般情况下其角速度矢 $\boldsymbol{\omega}$ 与角加速度矢 $\boldsymbol{\alpha}$ 是否在同一直线上？为什么？

【21-6】 刚体绕定点运动有几个自由度？几个广义坐标？

【21-7】 什么是欧拉角？刚体绕定点运动的运动方程有几个？

【21-8】 绕定点转动的刚体，从某一位置到另一位置的任何位移，可以通过绕(　　)转(　　)次来实现。这一定理称为(　　)。

【21-9】 绕定点转动刚体是否在任何时刻都有瞬时轴？利用瞬时轴的连续运动和刚体绕瞬时轴的连续转动，是否可以形成刚体绕定点的任意运动？

【21-10】 $Oxyz$ 为固结在绕定点 O 转动刚体上的动坐标系，$O\xi\eta\zeta$ 为静坐标系。刚体角速度矢 $\boldsymbol{\omega}$ 在动坐标系上的投影为 $\omega_x, \omega_y, \omega_z$，在静坐标系上的投影为 $\omega_\xi, \omega_\eta, \omega_\zeta$。刚体上一点 M 在动系中的坐标为 x, y, z，在静系中的坐标为 ξ, η, ζ。

(1) x, y, z 及 $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ 是否为时间的函数？

(2) 试分别在静系及动系中表达点 M 速度 $\boldsymbol{v}$ 的投影。

【21-11】 绕定点转动刚体的进动角、章动角及自转角分别为 ψ, θ 及 φ，相应的角速度矢为 $\dot{\boldsymbol{\psi}}, \dot{\boldsymbol{\theta}}$ 及 $\dot{\boldsymbol{\varphi}}$。试用它们来表达：

(1) 刚体绕瞬时轴转动的角速度矢 $\boldsymbol{\omega}$。

(2) 角速度矢 $\boldsymbol{\omega}$ 在固结于刚体上的动坐标轴上的投影 $\omega_x, \omega_y, \omega_z$。

(3) 角速度矢 $\boldsymbol{\omega}$ 在静坐标系三根轴上的投影 $\omega_\xi, \omega_\eta, \omega_\zeta$。

【21-12】 刚体绕定点运动时，一般情况下其角速度矢 $\boldsymbol{\omega}$ 与角加速度矢 $\boldsymbol{\alpha}$ 的方向是否不变？两者的夹角是否不变？

【21-13】 刚体绕定点运动中，

(1) 什么是“规则进动”？

(2) 规则进动时，刚体是否有角加速度？

【21-14】 绕定点转动刚体在规则进动时，其角加速度与公转角速度、自转角速度之间有什么关系？

【21-15】 刚体绕定点运动，$\boldsymbol{\omega}_e$ 及 $\boldsymbol{\omega}_r$ 分别为刚体公转及自转角速度矢。设刚体上任一点 M 的矢径为 $\boldsymbol{r}$，试证：

(1) $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{\omega}_e \times \boldsymbol{r} + \boldsymbol{\omega}_r \times \boldsymbol{r}$

(2) $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{\alpha} \times \boldsymbol{r} + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{v}$

式中：$\boldsymbol{v}$ 及 $\boldsymbol{a}$ 分别为点 M 的速度及加速度。

【21-16】 刚体绕定点运动，其角速度矢与角加速度矢分别为 $\boldsymbol{\omega}$ 与 $\boldsymbol{\alpha}$，刚体上任一点 M 的矢径及速度分别为 $\boldsymbol{r}$ 及 $\boldsymbol{v}$。问：

(1) $\boldsymbol{a}_1 = \boldsymbol{\alpha} \times \boldsymbol{r}, \boldsymbol{a}_2 = \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{v}$ 分别称为什么加速度？

(2) $\boldsymbol{a}_2$ 的方向指向哪里？

(3) $\boldsymbol{a}_2$ 是否是点 M 的法向加速度？

(4) $\boldsymbol{a}_1$ 的方向是否沿 M 点轨迹的切线?

(5) $\boldsymbol{a}_1$ 是否是 M 点的切向加速度?

【21-17】 刚体绕定点运动,判断下述各说法是否正确:

A. 瞬时轴上各点的加速度为零。

B. 瞬时轴上各点加速度不为零,且各点加速度不相等。

C. 刚体绕瞬时轴转动时,各点的速度分布与刚体绕定轴转动时相同。

D. 刚体绕瞬时轴转动时,各点的加速度分布与刚体绕定轴转动时相同。

【21-18】 刚体绕定点运动时,某瞬时若已知其上某点的速度大小和方向,试判断下述各说法是否正确:

A. 该瞬时,瞬时轴的位置可确定。

B. 该瞬时,各点的速度可完全确定。

C. 该瞬时,只有某些点(不是所有点)的速度可完全确定。

D. 该瞬时,所有点(除该点及定点外)的速度都不能确定。

【21-19】 刚体绕定点运动与绕定轴转动中,其上一点的加速度都可表为:$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{\alpha}\times\boldsymbol{r}+\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{v}$。

试作图说明此式在定点运动与定轴转动两种情况下的区别。

【21-20】 动坐标系 $Oxyz$ 固结在绕定点 O 运动的刚体上,$O\xi\eta\zeta$ 为静坐标系。写出用欧拉角 ψ,θ 及 φ 表示的从定坐标系到动坐标系的变换矩阵。

【21-21】 刚体绕定点 O 运动,$Oxyz$ 为固结于刚体上的动坐标系,$O\xi\eta\zeta$ 是静坐标系,其关系为:

$$\begin{bmatrix}x\\y\\z\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a_{11}&a_{12}&a_{13}\\a_{21}&a_{22}&a_{23}\\a_{31}&a_{32}&a_{33}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\xi\\\eta\\\zeta\end{bmatrix}$$

试问:9 个参数 $a_{11}\sim a_{33}$ 组成的矩阵是否是正交矩阵? 为什么?

【21-22】 刚体绕 O 点作定点运动,A,B 为刚体上另两点,且 A,B,O 三点不共线。问:下述哪组条件可以完全确定瞬时轴的位置。

A. 已知 $\boldsymbol{v}_A$ 与 $\boldsymbol{v}_B$ 的方向,且 $\boldsymbol{v}_A$ 不平行于 $\boldsymbol{v}_B$。

B. 已知 $\boldsymbol{v}_A$ 与 $\boldsymbol{v}_B$ 的大小。

C. 已知 $\boldsymbol{v}_A$ 的大小和方向。

D. 已知 $\boldsymbol{v}_A$ 的大小及 $\boldsymbol{v}_B$ 的方向。

E. 已知 $\boldsymbol{v}_A=\boldsymbol{v}_B$。

F. 已知 $\boldsymbol{v}_A=-\boldsymbol{v}_B$。

【21-23】 刚体绕 O 点作定点运动,试指出在下述各条件下瞬时轴可能的位置:

(1) 已知其上 A 点速度$\boldsymbol{v}_A$ 的方向。

(2) 已知其上 A 点的速度为零。

(3) 已知其上 A 点的速度不为零。

(4) 已知其上 A，B 两点的速度方向平行且反向。

(5) 已知角速度矢 $\boldsymbol{\omega}$ 的方向。

(6) 已知角加速度矢 $\boldsymbol{\alpha}$ 的方向。

【21－24】 刚体绕定点运动，有否可能在某瞬时出现下述情况：

A. 刚体上有三点，其速度方向互相垂直。

B. 刚体上有三点，其速度大小、方向皆相同。

C. 除定点外，刚体上所有点的速度皆不为零。

D. 除定点外，刚体上所有点的加速度皆不为零。

【21－25】 刚体定点运动，试判断下各说法是否正确：

A. 若角速度矢 $\boldsymbol{\omega}$ 与角加速度矢 $\boldsymbol{\alpha}$ 共线，则该瞬时刚体上各点速度与加速度的分布与刚体绕沿 $\boldsymbol{\omega}$ 的定轴转动情况相同

B. 若角速度矢 $\boldsymbol{\omega}$ 已知，则该瞬时各点的速度可完全确定

C. 某瞬时的转动加速度与该瞬时的角速度 $\boldsymbol{\omega}$ 无关；某瞬时的向轴加速度与该瞬时的角加速度无关

【21－26】 设绕定点转动刚体对定点的动量矩为：

$$\boldsymbol{L}_O = L_x\boldsymbol{i} + L_y\boldsymbol{j} + L_z\boldsymbol{k}$$

(1) 试写出 L_x，L_y，L_z 的一般表达式(用 ω_x，ω_y 及 ω_z 或用 $\dot{\theta}$，$\dot{\varphi}$ 及 $\dot{\psi}$ 表达)。

(2) 当 $Oxyz$ 与刚体在 O 点的三个惯性主轴相重合时，试写出 L_x，L_y，L_z 的表达式。

【21－27】 一般情况下，绕定点转动的刚体动量矩矢与角速度矢是否共线？为什么？

【21－28】 刚体绕两个平行轴转动的合成是否为平面运动？两平行轴转动合成的分析方法与基点法有什么异同？

【21－29】 角速度合成定理的内容是：刚体绕几个相交轴转动的合成运动，可视为(　　)，绕瞬时轴转动的角速度矢等于(　　)。

【21－30】 设刚体绕相交于一点的各轴作有限转动，若用一总的转动来代替，问：

(1) 总转动的大小与哪几个连续转动的顺序是否有关？

(2) 总转动的最终位置与连续转动的顺序是否有关？

(3) 总转动的转轴方向与连续转动的顺序是否有关？

【21－31】 自由刚体的运动可分解为(　　)和(　　)。自由刚体具有(　　)个自由度。

【21－32】 在自由刚体运动中，

(1) 选取不同的基点，其平移部分是否相同？

(2) 选取不同的基点，其相对于基点的转动是否相同？

【21－33】 刚体自由运动时，若某瞬时其上不共线的某三点速度相同，试判断下述各说法是否正确：

A. 该瞬时，刚体上所有点的速度必相等。

B. 该瞬时，刚体上所有点的加速度必相等。

C. 该瞬时刚体的角加速度必为零。

D. 该瞬时刚体的角速度必为零。

【21－34】 刚体自由运动时，若某瞬时其上不共线的某三点加速度相同，试判断下述各说法是否正确：

A. 该瞬时刚体上所有点的速度必相等。

B. 该瞬时刚体上所有点的加速度必相等。

C. 该瞬时刚体的角加速度必为零。

D. 该瞬时刚体的角速度必为零。

【21－35】 刚体自由运动时，若某瞬时其上有两点的速度相同，试判断下述各说法是否正确：

A. 该瞬时这两点连线必为瞬时轴。

B. 该瞬时这两点的加速度必相等。

C. 该瞬时刚体上所有点的速度必相同。

D. 该瞬时，瞬时轴必与这两点连线平行。

【21－36】 用不在一条直线上的三点可以完全确定刚体的位置。在空间，每点都有三个坐标，因此欲确定自由刚体的位置需要九个坐标，这表明自由刚体应有九个独立的运动方程。这种说法对吗？为什么？

【21－37】 设动点在动参考系 $O'x'y'z'$ 中作相对运动，动参考系 $O'x'y'z'$ 又相对于静参考系 $Oxyz$ 做空间任意运动。问：加速度合成定理

$$\boldsymbol{a}_{\mathrm{a}} = \boldsymbol{a}_{\mathrm{e}} + \boldsymbol{a}_{\mathrm{r}} + \boldsymbol{a}_{\mathrm{C}}$$

是否仍然成立？

【21－38】 刚体自由运动时，若某瞬时某点的速度为零，试判断下述各说法是否正确：

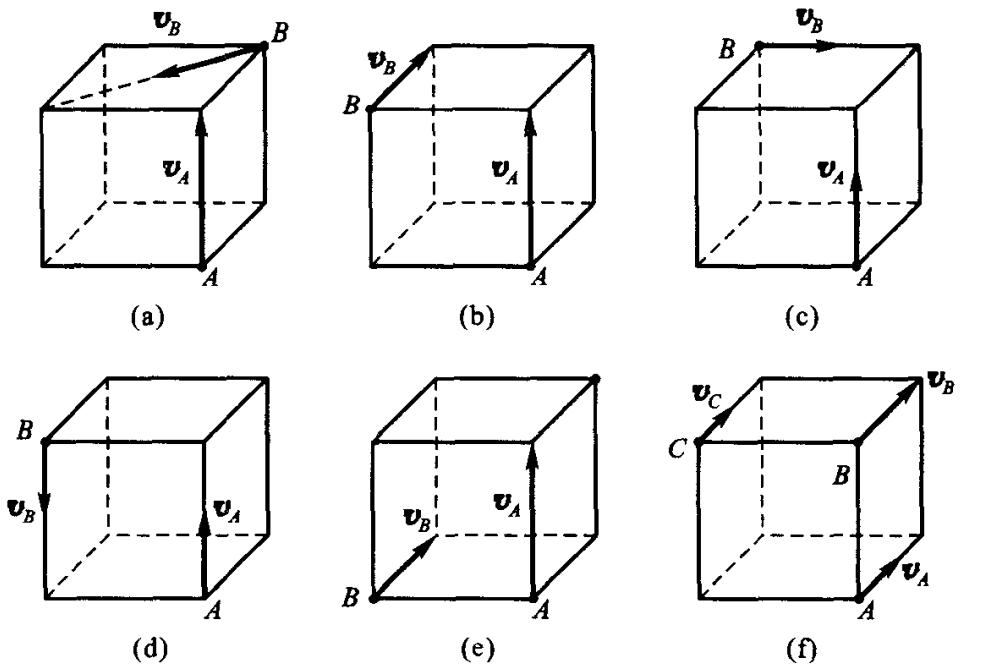
A. 此瞬时刚体上各点速度分布与刚体绕此点作定点运动相同。

B. 此瞬时刚体上各点加速度分布与刚体绕此点作定点运动相同。

【21－39】 刚体作自由运动时，若某瞬时其上有两点速度为零，问：在该瞬时是否可以将刚体看作为绕过这两点的直线作定轴转动？

【21－40】 图示正方体在空间作自由运动，各正方体上均给出几个点的速

度，如图所示。试问：图示各正方体的运动状态有否可能？为什么？



题 21－40 图

【21－41】 刚体作定点运动，在一般情况下，下述说法是否正确？

A．外力主矩 $M_0^{(e)}$ 与动量矩矢共线。

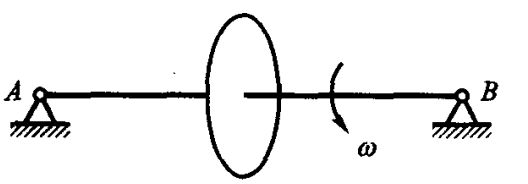
B．动量矩矢与自转轴共线。

C．动量矩矢与绝对角速度矢共线。

D．外力主矩 $M_0^{(e)}$ 与绝对角速度矢共线。

E．外力主矩 $M_0^{(e)}$ 与进动角速度矢共线。

【21－42】 均质圆盘固结在水平杆 AB 中间，AB 杆两端是球铰链，圆盘以高速绕轴 AB 旋转（如图）。如果突然撤掉 B 端的约束，问：AB 杆将怎样运动？（不计摩擦）。



题 21－42 图

【21－43】 试将转动惯量、惯性积（共 9 个）写成一个对称矩阵。

【21－44】 试证绕定点转动刚体的动能为：

$$T = \frac{1}{2}\boldsymbol{\omega} \cdot \boldsymbol{L}_O$$

【21－45】 设 J_1, J_2, J_3 为主转动惯量（即对三根惯性主轴的转动惯量），试证：$J_1 \leqslant J_2 + J_3$，$J_2 \leqslant J_1 + J_3$，$J_3 \leqslant J_1 + J_2$，并说明在什么条件下，上式成为等式。

【21－46】 陀螺近似理论基于哪些假设？

【21－47】 在陀螺近似理论中，下述说法是否正确？

A．动量矩矢与自转角速度矢同向。

B. 动量矩矢与进动角速度矢同向。

C. $\boldsymbol{L}_O = c\boldsymbol{\Omega}$，即动量矩矢与自转角速度矢成正比。

【21－48】 当陀螺受外力矩 $\boldsymbol{M}_0^{(e)}$ 作用，但外力矩与对称轴不重合时，将产生进动。进动的方向和进动角速度的大小如何确定？

【21－49】 什么是规则进动？规则进动时作用在转子上的外力矩有怎样的表达式？

【21－50】 试写出定点运动刚体的欧拉动力学方程，并解释各量的意义。

【21－51】 在陀螺近似理论中，当力矩矢与对称轴不重合时将产生进动，下述说法是否正确？

A. 进动的方向与力矩矢的方向一致。

B. 进动的方向与力矩矢的方向垂直。

C. 自转角速度越大，进动角速度也越大。

D. 自转角速度越小，进动角速度越大。

【21－52】 若刚体以平面 p 为对称，且 AB 是过 O 点垂直于 p 平面的直线，试证明 AB 为过 O 点的惯性主轴之一。

【21－53】 列出各轴不是惯性主轴时，刚体定点运动的欧拉动力学方程。

【21－54】 绕定点转动刚体，若外力对定点的矩为零，则动量矩 $\boldsymbol{L}_O$ 守恒。问：在这种情况下，刚体的角速度矢 $\boldsymbol{\omega}$ 将如何运动？

【21－55】 刚体绕定点 O 转动，$Oxyz$ 为定坐标系，其单位矢为 $\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}$；$Ox'y'z'$ 为动坐标系，其单位矢为 $\boldsymbol{i}', \boldsymbol{j}', \boldsymbol{k}'$。试分别给出在下述情况下 $\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}$，与 $\boldsymbol{i}', \boldsymbol{j}', \boldsymbol{k}'$ 之间的关系：

(1) 刚体仅绕 z 轴转动，转过转角 ψ。

(2) 在(1)的基础上，作章动转过章动角 θ。

(3) 在(1)、(2)的基础上又作自转，转过转角 φ。

并证明：$\omega_x = \dot{\theta}\cos\psi + \dot{\varphi}\sin\theta\sin\psi$

$$\omega_y = \dot{\theta}\sin\psi - \dot{\varphi}\sin\theta\cos\psi$$

$$\omega_z = \dot{\psi} + \dot{\varphi}\cos\theta$$

【21－56】 若刚体对三根惯性主轴的转动惯量(即三个主转动惯量)相等，即：$J_1 = J_2 = J_3 = J$，试证刚体转动动能为：

$$T = \frac{1}{2}J(\dot{\psi}^2 + \dot{\theta}^2 + \dot{\varphi}^2 + 2\dot{\psi}\dot{\varphi}\cos\theta)$$

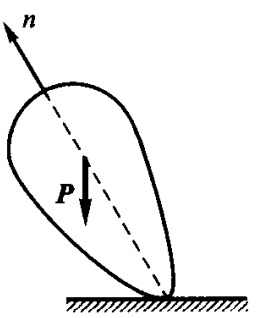
【21－57】 你是怎样理解惯性椭球的。若取坐标轴 Oy_1 沿惯性椭球的长轴方向，Ox_1 沿惯性椭球的短轴方向，试问：J_{y1} 与 J_{x1} 各是刚体对过该点各轴的转动惯量的最大值还是最小值？

【21－58】 对称刚体作定点运动时(定点在对称轴上)，若无外加力矩作用，

其动量矩矢、角速度矢及刚体的对称轴是否一定共面?

【21-59】 在大多数汽车中引擎转轴的指向都沿车身的前后方向,引擎的回转特性在高速转动时不能忽略。当汽车沿着路上的一个弯道行驶时,这回转特性对汽车的运动有何影响?

【21-60】 图示陀螺以较高速度自转,为什么在重力 P 作用下不倒下去?当由于摩擦等原因使自转速度降低时,为什么陀螺的晃动(进动)反而加快,直至倒下?



题 21-60 图

【21-61】 什么是自由陀螺?自由陀螺有何性质?试举例说明这一性质的应用。

【21-62】 陀螺力矩是转子对轴承作用力还是轴承对转子作用力组成的力偶矩?这个力偶矩怎样计算?

【21-63】 下述说法是否正确?

A. 高速转动的转子当对称轴方位改变时,必然产生陀螺效应。

B. 高速转动的转子若其角速度改变时,必然产生陀螺效应。

C. 只要转子有进动角速度,就必然产生陀螺效应。

D. 只要外力主矩不与转轴共线,就必然产生陀螺效应。

【21-64】 下述说法是否正确?

A. 陀螺力矩作用平面为自转角速度矢与进动角速度矢所在平面。

B. 陀螺力矩与自转角速度及进动角速度成正比。

C. 陀螺力矩与转子对转轴的转动惯量成正比。

D. 陀螺力矩矢与外力主矩矢等值、反向、共线。

E. 陀螺力矩是惯性力矩。

【21-65】 试分析枪膛和炮腔内为什么都刻有螺旋线(来复线)。

【21-66】 解释陀螺仪为什么能用于船舶、飞机、潜艇、导弹和导航系统?

【21-67】 圆形硬币在水平桌面上作纯滚动,且币面与桌面成角 60°。设硬币半径为 15 毫米,硬币中心速度为 3 m/s,试证:

(1) 硬币中心运动轨迹为圆形。

(2) 此圆的半径为 2.5 m。

【21-68】 半锥角为 θ 的圆锥体,其母线与水平面相接触,并在水平面上以匀角速度 ω 作纯滚动,O 为圆锥顶点。试证:圆锥体的轴以角速度 $\omega\tan\theta$ 绕过 O 的垂直轴转动。

【21-69】 为什么研究刚体定轴转动或定点运动时,要用随同刚体一起运动的动坐标系?

【21-70】 定点运动刚体的惯性矩阵为:

$$\begin{bmatrix} J_{xx} & -J_{xy} & -J_{xz} \\ -J_{yx} & J_{yy} & -J_{yz} \\ -J_{zx} & -J_{zy} & J_{zz} \end{bmatrix}$$

能否通过适当旋转坐标轴使不在主对角线上的量皆为零?

【21-71】 自由刚体的一般运动可分解为随同质心的平移和相对于质心的定点运动。根据这一原理,试写出自由刚体的运动微分方程。

【21-72】 设 $Oxyz$ 为固结在定点运动刚体上的坐标系。问在一般情况下:

(1) $M_x = \dfrac{\mathrm{d}L_x}{\mathrm{d}t}, M_y = \dfrac{\mathrm{d}L_y}{\mathrm{d}t}, M_z = \dfrac{\mathrm{d}L_z}{\mathrm{d}t}$是否成立?

(2) 若 x, y, z 轴是刚体的三根惯性主轴,那么:

$M_x = J_x \dfrac{\mathrm{d}\omega_x}{\mathrm{d}t}, M_y = J_y \dfrac{\mathrm{d}\omega_y}{\mathrm{d}t}, M_z = J_z \dfrac{\mathrm{d}\omega_z}{\mathrm{d}t}$是否成立?

(3) 一般情况下,下式是否成立:

$$L_x = J_x\omega_x, L_y = J_y\omega_y, L_z = J_z\omega_z$$

在上面各式中,M_x, M_y, M_z 分别为外力对 x, y, z 的轴的矩;L_x, L_y, L_z 分别为刚体对 x, y, z 轴的动量矩;J_x, J_y, J_z 分别为刚体对 x, y, z 轴的转动惯量。

【21-73】 汽车内装一高速转动的飞轮,设轮轴沿汽车纵向。试分析:

(1) 汽车在起伏不平的路面前进和转弯时,陀螺力矩对车身的作用。

(2) 如轮轴沿车身横向又如何呢?

第二十二章　变质量动力学

【22－1】　一串链条放在光滑水平面上，以不变的力 $\boldsymbol{F}$ 沿水平直线拉住链条的一端。将链条逐渐拉动。问下述说法是否正确：

A. 被拉住的一端做匀加速运动。

B. 被拉住的一端做变加速运动。

【22－2】　多级火箭燃料喷出的相对速度相同，为达到给定的最终速度，各级火箭净增加的速度应怎样分配能使火箭的总质量为最小？

【22－3】　火箭的总质量按几何级数增加时，判断下述说法是否正确：

A. 火箭的特征速度也按几何级数改变。

B. 火箭的特征速度按算术级数改变。

C. 火箭的特征速度既不按几何级数改变，也不按算术级数改变，而是按其他规律改变。

【22－4】　若各级火箭的质量比和特征速度分别为 $z_1, z_2, \cdots, z_n$ 与 $v_{m1}, v_{m2}, \cdots, v_{mn}$，那么最后达到的特征速度为多少？

【22－5】　变质量质点的运动微分方程 $m\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = \boldsymbol{F}^{(e)} + \dfrac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{v}_r$ 与质点动量定理 $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(m\boldsymbol{v}) = m\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} + \dfrac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{v} = \boldsymbol{F}$ 之间有何区别？

【22－6】　反推力 $\boldsymbol{F}_\Phi$ 与 $\boldsymbol{F}_{\Phi a}$ 有何异同？它们是怎样产生的？

【22－7】　要达到较高的速度，多级火箭为什么比单级火箭优越？

【22－8】　变质量质点的动量定理、动量矩定理与动能定理和定质量质点的三大定理有何区别？这一区别是怎样产生的？

【22－9】　变质量质点对定点 O 的动量矩定理为：

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{L}_O}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\boldsymbol{r}\times m\boldsymbol{v}) = \boldsymbol{r}\times\boldsymbol{F} + \boldsymbol{r}\times\boldsymbol{F}_{\Phi a}$$

式中：$\boldsymbol{L}_O$ 为质点对定点 O 的动量矩，$\boldsymbol{r}$ 为以 O 为原点的质点的矢径，$\boldsymbol{F}$ 为作用在质点上的合力。

试解释式中 $\boldsymbol{F}_{\Phi_a}$ 的物理意义。

【22－10】 变质量质点的动能定理为：

$$\mathrm{d}\left(\frac{1}{2}mv^2\right)+\frac{1}{2}v^2\cdot\mathrm{d}m=\boldsymbol{F}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}+(\boldsymbol{v}_1\cdot\boldsymbol{v})\mathrm{d}m$$

试解释式中 $\frac{1}{2}v^2\cdot\mathrm{d}m$ 与 $(\boldsymbol{v}_1\cdot\boldsymbol{v})\mathrm{d}m$ 的物理意义。

变质量质点的动能定理也可写为：

$$\mathrm{d}\left(\frac{1}{2}mv^2\right)-\frac{1}{2}v^2\cdot\mathrm{d}m=\boldsymbol{F}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}+(\boldsymbol{v}_r\cdot\boldsymbol{v})\mathrm{d}m=\boldsymbol{F}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}+\boldsymbol{F}_\Phi\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}$$

试解释式中 $\boldsymbol{F}_\Phi\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}$ 的物理意义。

【22－11】 在变质量质点运动中，$\boldsymbol{v}_r$ 为分出或并入质量的相对速度，$\boldsymbol{v}_1$ 为分出或并入质量的绝对速度。试解释：

$$\boldsymbol{F}_\Phi=\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{v}_r,\quad \boldsymbol{F}_{\Phi_a}=\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{v}_1$$

各代表什么意义？并指出下述各公式正确的是(　　)。

A. $m\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\boldsymbol{F}+\boldsymbol{F}_\Phi$　　B. $m\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\boldsymbol{F}+\boldsymbol{F}_{\Phi_a}$

C. $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(m\boldsymbol{v})=\boldsymbol{F}+\boldsymbol{F}_\Phi$　　D. $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(m\boldsymbol{v})=\boldsymbol{F}+\boldsymbol{F}_\Phi$

第二十三章 杂 题

【杂题－1】 要区分一个生鸡蛋和一个熟鸡蛋，只需将它们放在桌上旋转即可。问：怎样根据旋转情况判断生熟？说明其理由。

【杂题－2】 质量为 m 的质点，其运动方程为：$\boldsymbol{r} = r\cos\ \omega t \cdot \boldsymbol{i} + r\sin\ \omega t \cdot \boldsymbol{j}$。问：

(1) 质点的运动轨迹如何？

(2) 质点受力的矢量表达式。

(3) 质点惯性力的矢量表达式。

(4) 写出质点的运动速度矢。

(5) 质点的切向加速度和法向加速度的大小。

(6) 质点的动能为多少？

(7) 质点的动量的矢量表达式。

(8) 质点对坐标原点的动量矩。

【杂题－3】 任意个质量相同的质点从高空某一点以同样大小的速度，沿不同的水平方向同时抛出。若不计空气阻力，直至落地以前，问：下述各说法是否正确？

A. 任意时刻这些质点散处在某一球面上。

B. 各质点彼此的相对速度方向始终不变。

C. 各质点在任意时刻都具有相同的动量。

D. 各质点的惯性力相同。

【杂题－4】 在上题中，如果各质点不沿水平方向抛出，而沿同一铅直面内不同方向以相同大小的速度同时抛出，直至落地之前。问下述各说法是否正确？

A. 任意时刻这些质点都散处在某一圆周上。

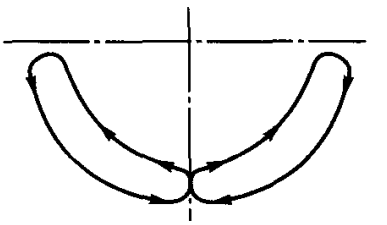
B. 各质点彼此的相对速度方向始终不变。

C. 各质点的动能总是相等。

【杂题－5】 两艘宇宙飞船在绕地球的、丝毫不差的同一圆轨道上航行，其

距离为数百码。后面一艘中的一个宇航员想要投掷一份火腿三明治给在另一艘飞船中的同伴。问:他如何做到?试定性描述他所能选用的各种传输路线。(此问题是 L·杜布里季博士在 1960 年 4 月 27 日对美国物理学会的一次餐后讲演中提出的。)

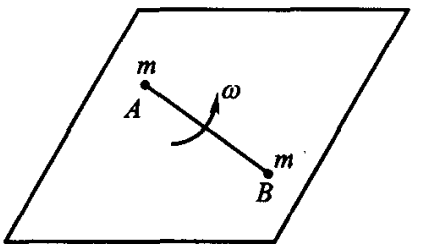
【杂题 - 6】 人荡秋千的过程中,其质心运动的途径如图所示。试据此分析:为什么秋千可以越荡越高?并说明这能量是哪来的。



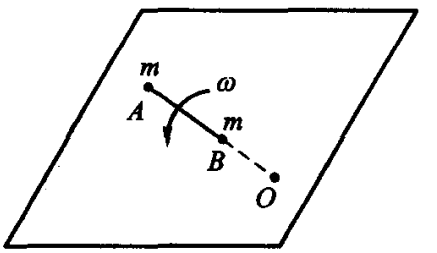
杂题 - 6 图

【杂题 - 7】 如图,在无摩擦的水平面上有两个质量皆为 m 的质点 A,B,用长为 l 的无重刚杆连接,将 A 点固定不动,使杆以角速度 ω 绕 A 点转动。此时突然放开 A(即不再固定 A 点),试问 AB 杆将怎样运动?

【杂题 - 8】 在上题中,若最初 AB 杆以角速度 ω 绕 AB 延长线 B 点外侧距 B 为 a 的某一定点 O 逆时针转动,角速度为 ω,此时突然将 A 点固定,试问 AB 杆的运动将有怎样的变化?



杂题 - 7 图



杂题 - 8 图

【杂题 - 9】 图示各机构都随某一动参考系运动。各动系的运动已分别在图中给出。试画出对于动系上的观察者来说的受力图,并回答对各图提出的问题。

(1) 动系固结在墙壁上,墙壁按图示方向以加速度 $\boldsymbol{a}$ 运动。问有加速度 $\boldsymbol{a}$ 与无加速度 $\boldsymbol{a}$ 时,平衡位置是否相同?绳索张力是否相同?

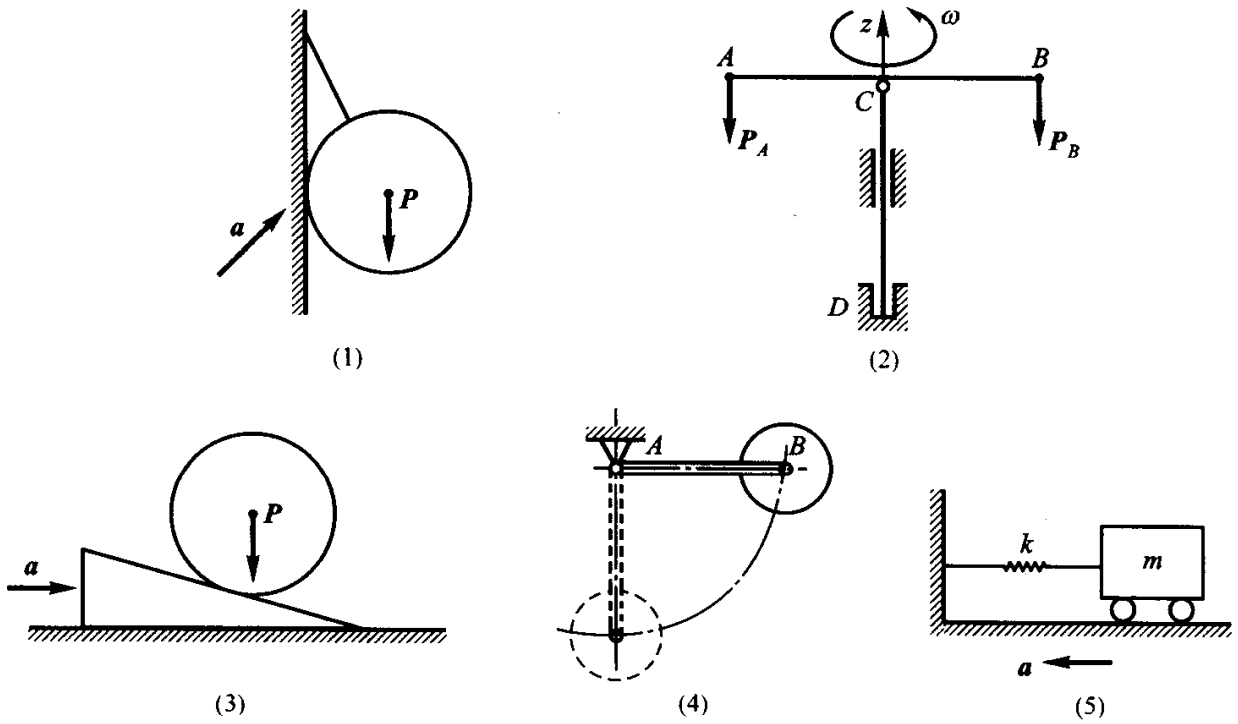
(2) C 为铰链,$AC = BC$,杆质量不计,只计 A,B 两球的质量,AB 刚杆(动系)绕铅直轴以常角速度 ω 旋转。问:静态($\omega = 0$)与动态平衡位置有何不同?

(3) 三角块以加速度 $\boldsymbol{a}$ 水平运动,动系固结在三角块上。①若均质圆柱与三角块间无摩擦,试写出圆柱相对(相对于三角块)运动的运动微分方程。②若圆柱与三角块间有足够的摩擦力,使圆柱在任何情况下均作纯滚动,试写出圆柱相对(相对于三角块)运动的运动微分方程。

(4) 质量为 m_1,半径为 r 的均质圆轮 B 与长为 l,质量为 m_2 的均质杆 AB 以光滑铰链连接,初始系统静止。在重力作用下,AB 杆从水平位置沿铅直面无初

速的向下摆动，无摩擦。动系固结在 AB 杆上，问：当 AB 杆摆到铅垂位置时，B 轮相对 AB 杆的动能为多少？

(5) 无摩擦，动系在墙壁上，墙壁以加速度 $\boldsymbol{a}$ 运动。物块质量为 m，试写出物块 m 的运动微分方程，并问物块 m 振动的固有频率为多少？

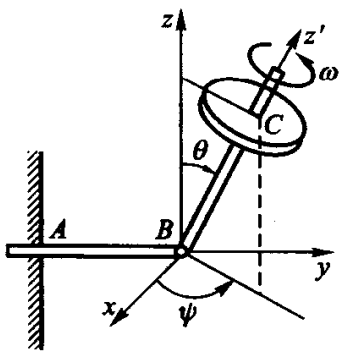


杂题－9图

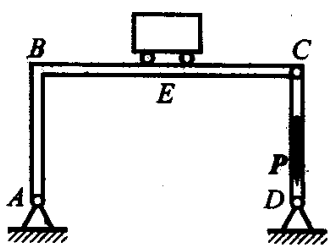
【杂题－10】 图中 AB 杆水平，A 为固定端，B 为球铰链。质量为 m 的均质圆盘以高速绕 BC 杆自转。BC 垂直于圆盘，C 为盘心，各杆重及摩擦均不计。在 $t=0$ 时刻，BC 杆与铅直线夹角为 θ，且 BC 杆静止。问：在以后的时间：

(1) BC 杆将怎样运动？

(2) 怎样求 A 处的约束力？



杂题－10图



杂题－11图

【杂题－11】 图示无重刚性梁 ABC 上有一质量为 m 的小车位于 BC 中点 E。A，C，D 皆为铰链，$BC=2AB$，CD 杆重 $\boldsymbol{P}$。问：

(1) CD 杆是否是二力杆？

(2) 试画出下述情况下 ABC 杆及 CD 杆的受力图，且 A 处不得以二分力形式画出。

A. 小车静止。

B. 小车以 $a = g$ 的加速度向左开动。

C. 小车以 $a = g$ 的加速度向右开动。

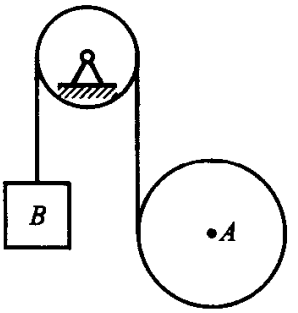
【杂题 - 12】 图示系统处于铅垂面内，质量为 m_1 的均质圆盘 A 上绕以无重细绳，细绳另一端绕过无重滑轮悬挂一质量为 m_2 的重物 B，不计摩擦。问：

(1) A 轮的机械能是否守恒？

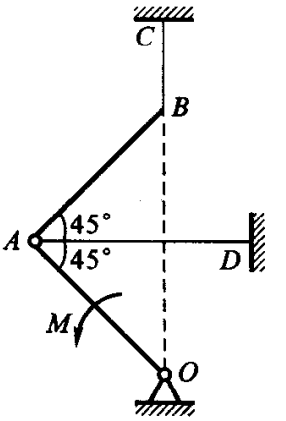
(2) 若动系与重物 B 一起平动，问：A 轮在相对于重物 B 的运动中，其机械能是否守恒？

(3) 若适当选择重物 B 的质量 m_2，能否使盘 A 的质心 A 静止不动？

(4) 整个系统的机械能是否守恒？



杂题 - 12 图



杂题 - 13 图

【杂题 - 13】 图示机构处于铅直平面内，质量皆为 m 的均质杆 $OA = AB$，且都与水平线成 45°角，无重绳 BC，AD 分别处于铅直和水平位置。不计摩擦，杆 OA 上作用矩为 M 的力偶，问：

(1) 只许用一个平衡方程来求出绳 AD 的张力，如何求？

(2) 若突然剪断绳索 AD，你能用三种不同方法求此瞬时 OA 杆的角加速度吗？简述求解过程。

(3) 设图中无绳 AD，也无力偶 M，机构在静力下处于平衡，你能用两种不同方法求出机构的平衡位置吗？(设各杆及绳 BC 的尺寸已知。)

【杂题 - 14】 6 个完全相同的均质圆盘，质量皆为 m，两两相切，如图所示，可各绕自己的中心轴自由转动，各中心轴都安装在一质量为 m 的均质大圆盘上。大圆盘可绕其中心 O 转动。初始系统静止，仅在轮 O_1 上施加逆时针方向的常力偶矩 M。经过一定时间，在下述两种情况下：A. 各轮间皆无摩擦；B. 各小轮在相切处存在摩擦，使各轮相互纯滚动。回答如下问题：

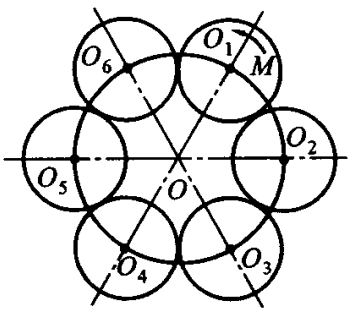
(1) 两种情况下,系统的动能、动量及对 O 点的动量矩是否相等?

(2) 在 B 情况下,大轮盘与小轮盘都处于什么样的运动状态? 为什么?

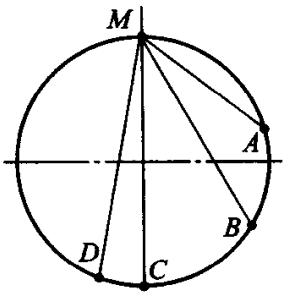
【杂题 - 15】 单位质量的质点在势能 $V = 6x(x-2)$ 的力场作用下,沿 x 轴运动。

(1) 试证明:$x = 1$ 是一个稳定的平衡位置。

(2) 证明:如果质点稍偏离平衡位置,质点会绕平衡位置振动,振动周期等于 $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi$。



杂题 - 14 图

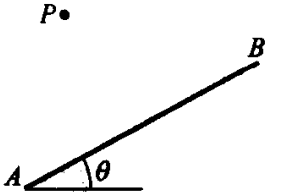


杂题 - 16 图

【杂题 - 16】 图示处于铅垂面内的圆上端有一质点 M,MA、MB、MC、MD 皆为光滑弦线。问:M 点沿上述各弦线由静止开始下滑到圆周上所需时间是否相同? 重力的冲量及重力的功是否相同?

【杂题 - 17】 直线 AB 与质点 P 同在一个铅垂面内,问:在过 P 点与 AB 相交的所有光滑线段中,质点 P 沿哪一条线段无初速的下滑到达直线 AB 上所需的时间最短?

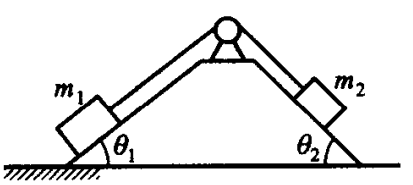
【杂题 - 18】 在上题中,若 AB 是平面曲线,你将如何确定这最佳线段? 如果 AB 是空间曲线又将如何?



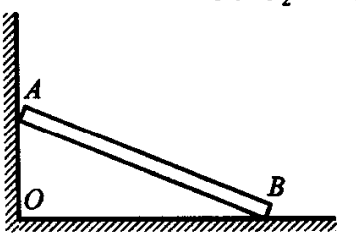
杂题 - 17 图

【杂题 - 19】 摆线方程为:$x = b(\theta - \sin\theta)$,$y = b(1 - \cos\theta)$,处于铅垂面内,无摩擦。质量为 m 的质点无初速地从摆线上 A,B,C 三点在重力作用下分别沿摆线下滑。问:它们到达底部 O 点所需时间是否相同?

【杂题 - 20】 图示系统无摩擦,质量分别为 m_1,m_2 的两个物块用绕过光滑滑轮的无重细绳连接。试用三种不同方法证明其平衡的必要条件是:$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{m_1}{m_2}$。



杂题 - 20 图



杂题 - 21 图

【杂题－21】 图示均质杆 AB 两端与墙壁间无摩擦，由静止开始在重力作用下滑动。问：A 端是否会沿着墙壁一直滑到 O 点？为什么？

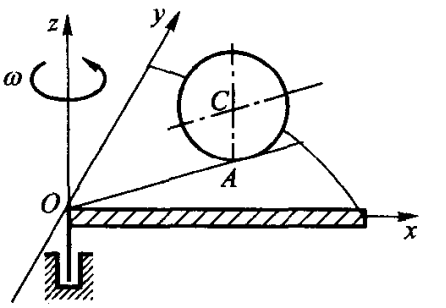
【杂题－22】 刚体由质量分别为 2,1,4 且分别位于(1,－1,1),(2,0,2),(－1,1,0)的三个质点组成。现在刚体绕坐标原点 O 以角速度 $\boldsymbol{\omega} = 3\boldsymbol{i} - 2\boldsymbol{j} + 4\boldsymbol{k}$ 转动。问：

(1) 对原点的动量矩为多少？

(2) 对各轴的转动惯量及惯性积为多少？

(3) 刚体的动能为多少？

*【杂题－23】 一水平圆板绕铅直轴 z 以匀角速度 ω 旋转，距圆心 O 为 R 处有一质量为 m 半径为 r 的均质实心球固定于圆盘上，与圆盘一起运动。若突然放松对球的约束，使球可以且仅可以在圆盘上作纯滚动。在以后的运动中，设圆盘角速度恒保持 ω，问：



杂题－23 图

(1) 怎样计算球的速度和加速度？

(2) 球的运动轨迹如何？

(3) 球的动能将怎样变化？

(4) 球对 O 点的动量矩如何变化？

(5) 若动系固结在圆盘上，试分别画出对于静系及动系上的观察者的受力图。

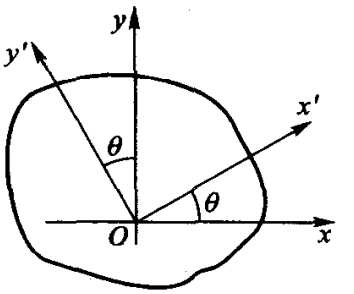
(6) 此球有几个自由度？可选用什么量来作为球的广义坐标？

(7) 试写出此球运动过程的拉格朗日方程。

*【杂题－24】 在上题中，若球是无初速的放置在以角速度 ω 转动的圆盘之上(即 $t = 0$ 时，$v_C = 0$)，球与圆盘间的动、静摩擦因数皆为 f，试回答上题中(1)～(5)的问题。

*【杂题－25】 在杂题－23 中，若初始球是以沿圆盘径向(指向圆心)的速度 $\boldsymbol{v}$ 放置在以角速度 ω 转动的圆盘之上，球与圆盘的动、静滑动摩擦因数分别为 f 及 f_s，圆盘恒以角速度 ω 转动，试回答杂题－23 中(1)～(5)的问题。

【杂题－26】 如图，薄平板上两个坐标系 xOy 与 $x'Oy'$ 有公共原点 O，$\angle xOx' = \theta$，试证：



杂题－26 图

(1) $J_{x'} = J_x\cos^2\theta - 2J_{xy}\sin\theta\cos\theta + J_y\sin^2\theta$。

(2) $J_{y'} = J_x\sin^2\theta - 2J_{xy}\sin\theta\cos\theta + J_y\sin^2\theta$。

(3) $J_{x'} + J_{y'} = J_x + J_y$。

并给出(3)式的物理解释。

【杂题－27】 已知条件同上题，你能用 J_x，J_{xy}，J_y

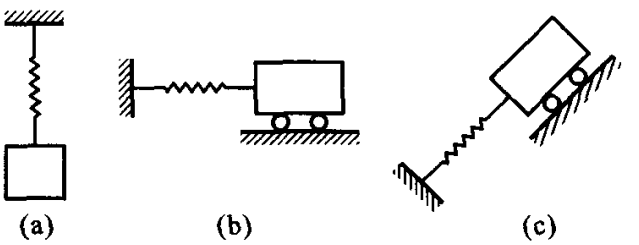
和 θ 给出 $J_{x'y'}$ 的表达式吗?

【杂题 - 28】 如下各图中弹簧刚度系数皆为 k,质点(把物块作为质点)质量皆为 m,无摩擦,试回答下列问题:

(1) 写出拉格朗日函数。

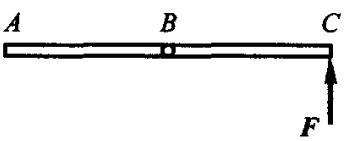
(2) 列出拉格朗日方程。

(3) 在上述(1)、(2)中,若广义坐标的原点不同,结果是否一致?



杂题 - 28 图

【杂题 - 29】 图示均质杆 AB 及 BC 长皆为 l,质量皆为 m,在 B 点以光滑铰链连接,放在光滑水平面上,C 点受水平力 $\boldsymbol{F}$ 作用,系统初始静止。问:



杂题 - 29 图

(1) 此平面系统有几个自由度?

(2) 如欲求 AB,BC 两杆的角加速度及 B 点的约束力,你将采用什么方法,怎样列方程?

【杂题 - 30】 在上题中,若在 C 点作用的不是力而是一个与力方向相同的碰撞冲量 $\boldsymbol{I}$,问:

(1) 你将用什么方法确定在冲量 $\boldsymbol{I}$ 作用后的瞬时,A,B,C 三点的速度及 AB,BC 杆的角速度?

(2) 你用什么方法确定 B 点在冲量 $\boldsymbol{I}$ 作用时的动约束力的冲量?

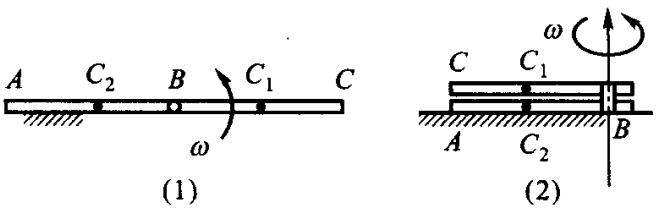
(3) 冲量作用后,这两个杆将按什么规律运动?系统对 B 点的动量矩在运动过程中是否守恒?

【杂题 - 31】 两个质量皆为 m,长度皆为 l 的均质直杆 AB,BC 在 B 点以光滑铰链连接,置于光滑水平面上。最初 AB 杆固定,BC 杆以角速度 ω 绕 B 点旋转。试问:

(1) 当 BC 杆转至与 AB 成一直线时(如图),突然放松 AB 杆,允许 AB 杆在光滑水平面上任意运动,问此时系统将如何运动?

(2) 当 BC 杆转至与 AB 杆重合时,突然放开 AB 杆,使 AB 杆可以在光滑水平面上任意运动,问此时系统将如何运动?

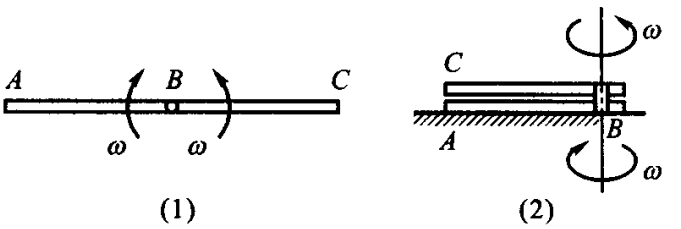
【杂题 - 32】 在上题中,若最初仅固定 B 点,BC 杆以角速度 ω 绕 B 点逆时针旋转,AB 杆以相同大小角速度绕 B 点顺时针旋转。试问:



杂题－31图

(1) 当 AB，BC 成一直线时，突然放松 B 点(但 AB，BC 杆仍在 B 点光滑铰接)，问系统将如何运动？

(2) 当 AB，BC 重合时，突然放松 B 点(但 AB，BC 杆仍在 B 点光滑铰接)，系统将如何运动？



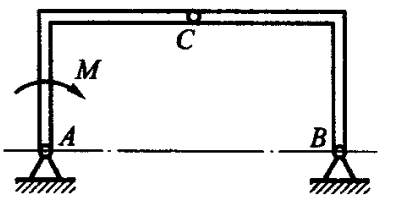
杂题－32图

【杂题－33】 图示三铰拱，在 AC 半拱上作用力偶矩 M，从静力平衡可求得 B 处的约束力为 $\boldsymbol{F}_{NB}$。不计重力，若突然撤去 B 端的约束，则该瞬时 AC 半拱的角加速度可否由下式确定？

$$\alpha_{AC} = \frac{-M_A(\boldsymbol{F}_{NB})}{J_{AC}}$$

为什么？(J_{AC}为 AC 半拱对 A 的转动惯量，$\boldsymbol{F}_{NB}$为静平衡时 B 端的约束力。)

【杂题－34】 某一质点系在某一主动力系 $\boldsymbol{F}_1$，$\boldsymbol{F}_2$，…，$\boldsymbol{F}_n$ 作用下处于平衡，且为静定问题。这时求得物体系的约束力为 $\boldsymbol{F}_{N_1}$，$\boldsymbol{F}_{N_2}$，…，$\boldsymbol{F}_{N_m}$。若突然解除其中约束力为 $\boldsymbol{F}_{N_k}$，$\boldsymbol{F}_{N_{k+1}}$，…，$\boldsymbol{F}_{N_{k+l}}$ 的约束，问此瞬时质点系的运动可否看作没有主动力作用，而只在 $-\boldsymbol{F}_{N_k}$，$-\boldsymbol{F}_{N_{k+1}}$，…，$-\boldsymbol{F}_{N_{k+l}}$ 以及其他约束力作用下的运动？

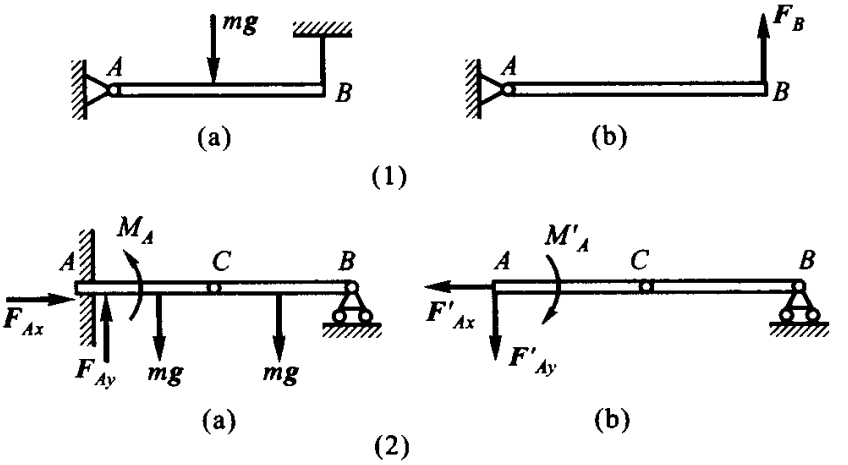


杂题－33图

【杂题－35】 试判断如下计算是否正确？

(1) 图(1)的(a)中 AB 为均质杆，其质量为 m，杆长为 l，由图知：$F_B = \frac{1}{2}mg$；若突然剪断 B 绳，则此瞬时能否如图(1)中(b)所示，有：$-F_B l = J_A\alpha$。

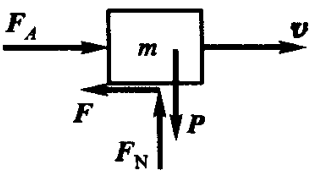
(2) 静态解得 A 处的约束力为 $\boldsymbol{F}_{Ax}$，$\boldsymbol{F}_{Ay}$，M_A，如图(2)中(a)所示。在突然去掉 A 端约束瞬时，欲求杆的角加速度系统受力图可否如图(2)中(b)所示。



杂题－35图

【杂题－36】 对于不同的惯性系，计算同一问题，其功、动能是否相同？动能定理是否都成立？在非惯性系中怎样应用动能定理？为什么？

【杂题－37】 一个物体在粗糙地面上滑动，其受力分析如图所示。对于地面上的人来说，摩擦力作了负功，外力 F_A 作正功。对于相对于物块静止的人（即站在物块上的人）来说，物块虽受摩擦力作用，但物块没有位移，因此外力 F_A 及摩擦力 F 都不作功。这种说法对吗？为什么？



杂题－37图

【杂题－38】 一对滑动摩擦力的功与参照系的选择是否有关？无论是惯性系还是非惯性系，算得的滑动摩擦力的功都不变吗？你能用能量的观点来解释吗？

【杂题－39】 一对作用力与反作用力作功之和在不同的惯性系或非惯性系中计算的结果是否相同？怎样解释？

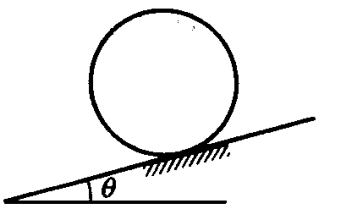
【杂题－40】 如果某系统在某惯性系中机械能守恒，如果以其他的惯性系作参考系，该系统的机械能是否一定守恒？

【杂题－41】 若要在非惯性系中应用动量定理，这定理应如何改动？

【杂题－42】 某质点系在某惯性系中动量守恒，相对于其他惯性系其动量是否守恒？相对于非惯性系又如何？

【杂题－43】 取质点系的质心为基点，动系与质心一起平移，此动系称为质心参考系。当质心作变速运动时，质心参照系是非惯性系。质点系相对于这个非惯性系的动能定理和动量矩定理与相对于惯性系是否有相同的形式？

【杂题－44】 均质圆柱体在粗糙斜面上向下作纯滚动，如图所示，试回答下述问题：



杂题－44图

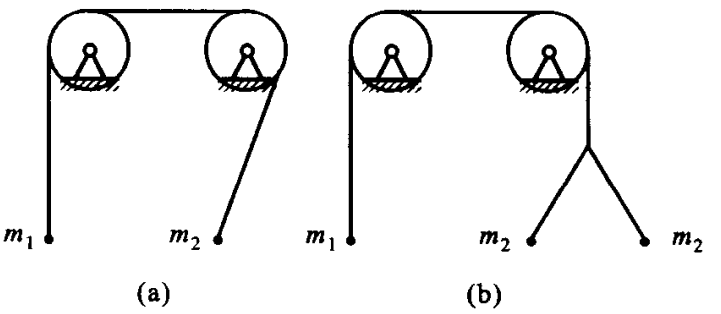
(1) 静摩擦力对圆柱质心有力矩，该力矩使圆柱相

对于质心加速转动，因此摩擦力作功。这样说对吗？为什么？

(2) 若取质心为基点，动系随质心一起平移。对静止于动系上的观察者来说，重力与静摩擦力是否作功？

【杂题 - 45】 平移坐标系 $x'py'$ 总以平面运动刚体的瞬心 p 为坐标原点，并随瞬心 p 一起平移。试问：相对此平移坐标系，平面运动刚体是在绕坐标原点(即瞬心 p)作定轴转动吗？

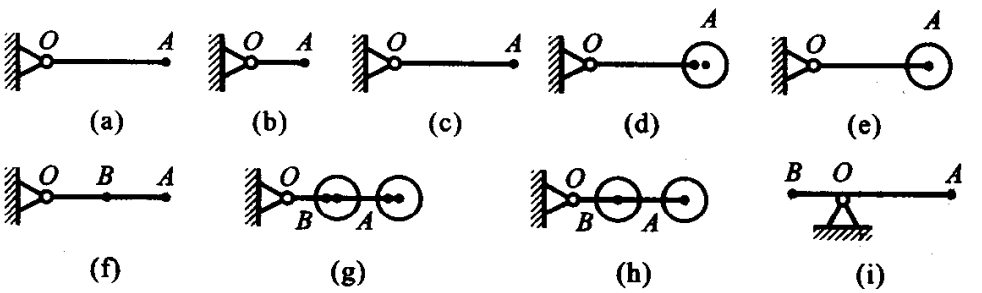
【杂题 - 46】 如图(a)中：$m_1 = m_2$，m_2 绕滑轮左右摆动；图(b)中：$m_1 = 2m_2$，右边两个质量各为 m_2 的物体绕铅直轴匀速转动。如果不计绳索重量，问在上述两种情况下，左边的重物是否平衡？



杂题 - 46 图

【杂题 - 47】 一由均匀物质制成的滑块沿粗糙斜面向下匀速下滑，问斜面对物块的法向约束力是否通过滑块重心？

【杂题 - 48】 下述物体中，各杆都是无重刚杆，O 为铰链，且皆由水平位置同时无初速地摆下，请按摆到铅直位置的先后次序排列(不计摩擦)：



杂题 - 48 图

(a) 杆长为 l，质量为 m 的质点 A。

(b) 杆长为 $l/2$，质量为 m 的质点 A。

(c) 杆长为 l，质量为 $2m$ 的质点 A。

(d) OA 杆长 l，均质圆盘半径 R，质量为 m，与 OA 杆固结。($R < l/2$)

(e) OA 杆长 l，均质圆盘半径 R，质量为 m，在 A 点铰接，可绕 A 点自由转动。($R < l/2$)

(f) $OB = AB = l/2$,质点 A,B 质量皆为 m,OA 是刚杆。

(g) $OB = AB = l/2$,均质圆盘半径 R,质量皆为 m,固结于刚杆 OA 上。($R < l/2$)

(h) $OB = AB = l/2$,均质圆盘半径 R,质量皆为 m,可分别绕 A,B 点自由转动。($R < l/2$)

(i) 质点 A、质点 B 质量皆为 m,$OA = 2OB = l$。

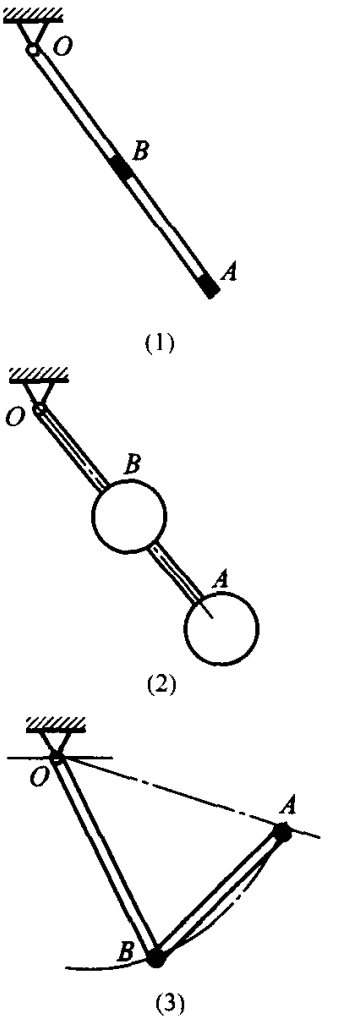
【杂题 - 49】 在上题中,各杆摆到铅直位置时,分别按:(1)动能;(2)动量;(3)对 O 点的动量矩。由大到小排列次序。

【杂题 - 50】 画出下列给定物体的受力图,要正确画出约束力的指向。

(1) 质量块 A,B 质量皆为 m,其尺寸不计,固结于无重刚杆 OA 上,从水平位置摆下。试分别画出图示位置 A,B 两质量块的受力图。

(2) 均质圆盘 A,B,质量、半径皆相同;固结于无重刚杆 OA 上,从水平位置摆下。画出图示位置 A,B 两圆盘的受力图。

(3) 弯形刚杆 OA,$OB = OA$;质量块 A,B 质量皆为 m,固结于刚杆 OA 上,由 OB 处于水平位置时自由摆下,试画出图示位置 A,B 两质量块的受力图。



杂题 - 50 图

【杂题 - 51】 试回答下列各问:

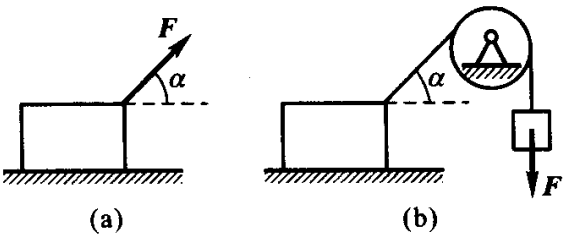
(1) 不计摩擦,图(1)两图中地面对物块 A 的法向约束力是否相等?(两图中 α 角相同)

(2) 图(2)两图中相对应的杆及滑块 B 的质量均相同,几何尺寸亦完全相同。图(b)中外力 $\boldsymbol{F}$ 使系统处于平衡。不计摩擦,问在图示瞬时两图中导轨对滑块 B 的约束力是否相等?

(3) 图(3)两图中均质杆 AB,BC 相应的尺寸及质量皆相同,几何位置亦相同。图(b)在图示位置无初速释放,不计摩擦。问在释放瞬时,两图中 C 处墙壁的法向约束力是否相同?

(4) 将图(4)的(a)图中绳索 BC 突然剪断,变为(b)图。问在剪断时,两图中 D 处杆对球的法向约束力是否相等?

(5) 图(5)中均质杆 AB,AC 在 A 处铰接,处于平衡。若突然撤去 A 处的铰链(即 AB 与 AC 不再连接),问此瞬时圆柱上 D 点对 AB 杆的约束力与静平衡时是否相同?



杂题 – 51 图

【杂题－52】 下列哪些物体的运动是惯性运动？

(1) 刚体绕定轴以不变的角速度旋转(无摩擦)。

(2) 无摩擦下，单摆的运动。

(3) 枪膛中射出的子弹(不计空气阻力时)。

(4) 在水平地面沿直线以常速运动的纯滚动圆轮。

【杂题－53】 机械式自动手表，依靠手表内机构运动中的惯性力来自动上弦。问在下述情况下，手表能否自动上发条：

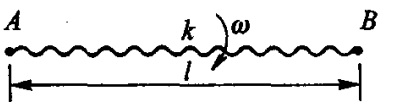
(1) 将手表用无重细绳悬挂在天花板上，给以初速度后，使之像单摆一样摆动。

(2) 将此表固定在绕定轴以不变的角速度转动的刚体上。

(3) 将表固定在匀速直线运动的火车上。

(4) 将表固定在匀加速直线运动的火车上。

【杂题－54】 两个以无重弹簧连接的质量相同的质点以角速度 ω 绕其质心在光滑水平面内转动，若突然将其中的一个质点 A 固定，问质点 B 以后将怎样运动？



杂题－54 图

【杂题－55】 在上题中，若最初 A 点固定，B 点以匀角速度 ω 绕 A 点转动，然后放松 A 点(即 A 点不再固定)，问以后系统将如何运动？

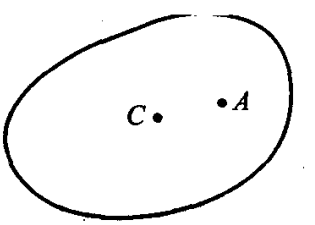
【杂题－56】 一均质平板在光滑水平面上以角速度 ω 绕其质心 C 作平面运动。A 为平板上任意一点，问：

(1) 平板绕 A 点转动的角速度是否也是 ω？

(2) 若突然将 A 点固定，刚体绕 A 点转动的角速度是否仍是 ω？

(3) 在 A 处加一力偶与在质心 C 处加一力偶对平板运动状态的影响有何不同？

(4) 在 A 处作用一任一方向的水平冲量之后，平板的运动是否为惯性运动？

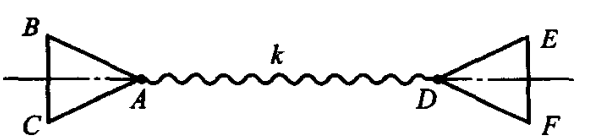


杂题－56 图

(5) 若最初质心速度为零，平板绕质心转动，从某瞬时起，水平面突然出现摩擦，设摩擦系数处处相同，问质心速度在一般情况下(任意形状平板)是否仍为零？

【杂题－57】 两个形状、质量完全相同的三角块由无重弹簧连接，放在光滑水平面上。初始弹簧为原长，如图所示。问：

(1) 若 A 点固定，拉长弹簧，三角块 ABC 以匀角速度 ω 在水平面内绕 A 点旋转，当转至图示位置(AD 恰为对称轴)



杂题－57 图

时，突然放开 A 点，问此瞬时弹簧力与没放开 A 点前是否相同？

(2) 在图示位置，若一物体与 ABC 块发生碰撞，此瞬时弹簧力有何变化？

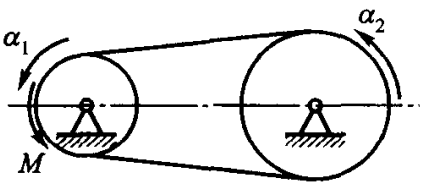
(3) 若在 ABC 块的质心处作用一个沿 AD 方向的常力，问在此力作用下，三角块 DEF 将怎样运动？

(4) 在(1)的情况下，这两个三角块组成的系统在放开 A 点后的运动过程中动能是否守恒？动量是否守恒？对系统质心的动量矩是否守恒？

【杂题－58】 如图，两胶带轮对其转轴的转动惯量各为 J_1，J_2。在 1 轮上作用力偶矩 M，两轮由胶带连接。设系统无能量损耗，问下述计算是否正确？

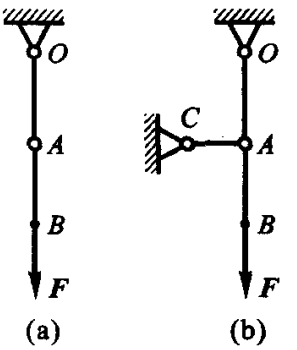
(1) 1 轮的角加速度 $\alpha_1 = \dfrac{M}{J_1 + J_2}$。

(2) $M = J_1\alpha_1 + J_2\alpha_2$。

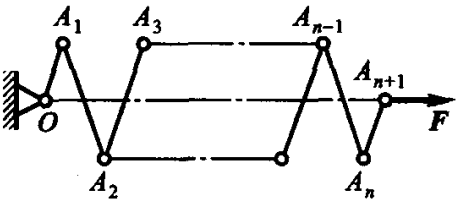


杂题－58 图

【杂题－59】 (a)和(b)两图中，O，A 皆为铰链。在(a)图中，可用静力学理论完全确定 O，A 处的约束力。而(b)图中又增加了水平二力杆 CA，问：(b)图是否为超静定结构？为什么？



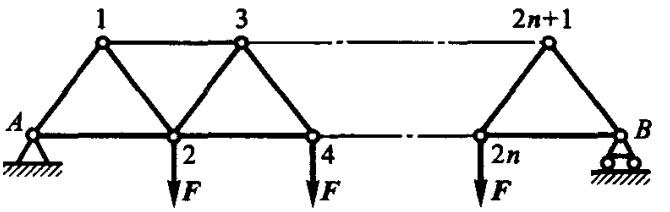
杂题－59 图



杂题－60 图

【杂题－60】 图示 $OA_1 = A_nA_{n+1} = \dfrac{l}{2}$，其余杆长 l，节点 O，A_1，A_2，…，A_{n+1} 皆为铰链；各节点质量皆为 m，杆重不计。杆与水平线所夹锐角皆为 θ，在 A_{n+1} 点处作用水平载荷 F，试写出求解各节点加速度的计算框图。(不计摩擦。)

【杂题－61】 图示简单桁架，所有偶数节点都作用有铅垂力 F。



杂题－61 图

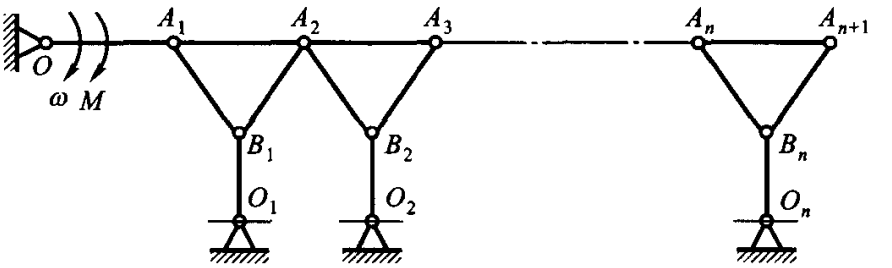
(1) 试写出求解各杆内力的计算框图。

(2) 其中第 $2k$ 与 $2k+2$(k 为正整数)个节点间的水平杆突然断掉(即此杆从两端的节点上脱落出来),试写出计算此时各节点力的计算框图。(各节点质量皆为 m,杆质量不计。)

【杂题 - 62】 图示 n 个边长皆为 a 的等边三角形。各杆长也为 a。

(1) 图示瞬时 OA_1 的角速度为 ω,试写出计算 A_{n+1} 点速度的计算框图。

(2) 若图示机构静止,在 OA_1 上加一矩为 M 的力偶,方向为顺时针,问在点 A_{n+1} 处(重力不计)需沿什么方向加多大的力才能使系统平衡,试写出计算框图。



杂题 - 62 图

【杂题 - 63】 三个质量、形状完全相同的均质球从同一高度沿同一斜面向下滚动。甲球与斜面无摩擦;乙球与斜面有足够大的摩擦以使之作纯滚动;丙球与斜面有较小摩擦,因而连滚带滑地下落。问:

(1) 三个球到达地面时所具有的动能、动量是否相同?

(2) 三个球到达地面的先后次序如何?

(3) 任一时刻三个球所具有的动能是否相同?

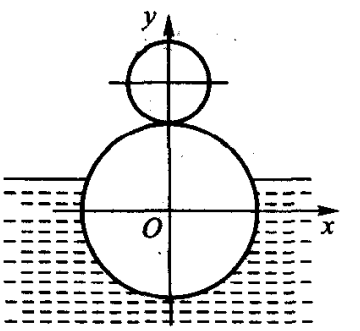
(4) 分别画出三个球所受的全部外力及虚加的惯性力。

(5) 若取乙球中心为平移坐标系原点,试画出对动系上的观察者来说,甲、丙二球的受力图。

【杂题 - 64】 均质大木球上有一均质小木球,浮在静止的水中,处于平衡。两球间无摩擦,不计水的阻力。若小木球无初速地从大木球顶端下滑,问在小球脱离大球前:

(1) 大、小木球系统的质心在 x,y 方向的坐标是否不变?

(2) 系统的动量是否守恒?两球重力势能与动能之和是否守恒?



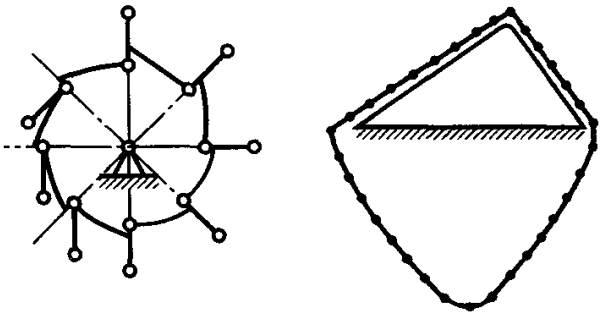
杂题 - 64 图

【杂题 - 65】 有人设计出如下的永动机,试分析这几种机械能否作为永动机?

(1) 如图(a),各杆与轮连接处皆为铰链,各摆锤质量相同。设计者认为右侧摆锤的力臂大,因而顺时针转动的力矩大于逆时针转动的力矩,这种轮可永远

的转下去，是可以作功的。

(2) 如图(b)，若干球通过连杆及铰链连接。在三角形的两个斜面上，左侧的球数目总是大于右侧球的数目，因此链条将在重力作用下逆时针旋转，并可以作功。



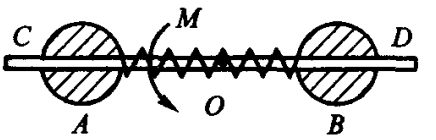
杂题－65图

【杂题－66】 两个质量、半径完全相同的均质球 A，B 串在光滑直杆 CD 上，并可在其上自由运动，现将 A，B 用弹簧连接。初始系统静止，弹簧为原长。现于 CD 上加一力偶，使系统绕其质心 O 逆时针转动，如图所示。不计重力及摩擦，当撤去力偶后，问：

(1) 系统绕 O 点运动的角速度此后将如何变化？

(2) A，B 两球将如何运动？

(3) 试画出在任意时刻 A，B 两球及 CD 杆的受力图以及虚加的惯性力。



杂题－66图

(4) 若将动系固结在 CD 杆上，试画出对动系上的观察者来说，A，B 两球的受力图。

【杂题－67】 下列各图的平面机构尺寸位置为已知，且皆由均质构件组成，都处于光滑水平面上，无摩擦，在图示瞬时速度及角速度均为零，其所受主动力已在图中标出。欲求图中指定部分的加速度、角加速度，问：

(1) 你准备用什么方法求解？

(2) 按你采用的方法、共有多少方程？未知数的数目为多少？

(3) 画出各图中每个刚体的受力图，同时画上惯性力。

(4) 对各图所提问题，你能用几种方法求解？简述这些方法及其求解过程。

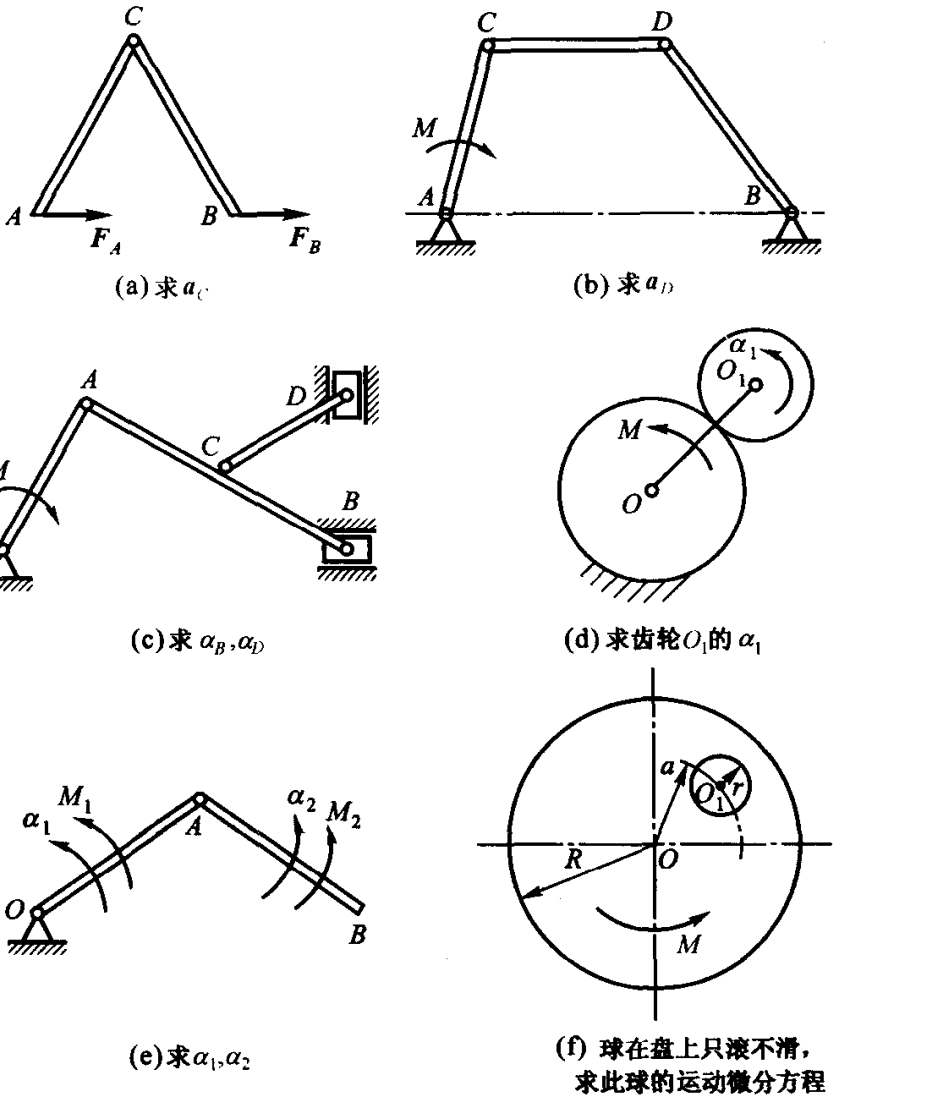
【杂题－68】 下列各图中，已知运动，求力。问：

(1) 用什么方法，用怎样的顺序求解？

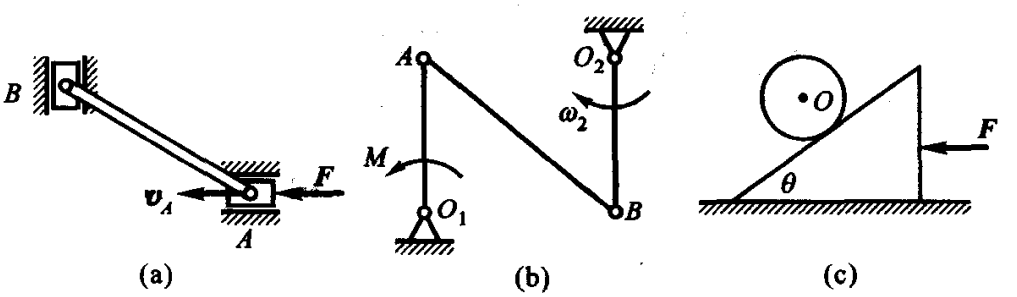
(2) 用你的方法能列出些什么方程？这些方程中共有多少个未知数？

(3) 画出图示瞬时各连接点的速度及加速度图。

(4) 画出图中各构件的受力图，再画出惯性力。



杂题－67 图



杂题－68 图

(5) 对各图所列问题，你能用几种方法求解？

图(a) 无重刚杆连接质量为 m_1，m_2 的滑块 A，B，已知图示瞬时 A 点的速度为 $\boldsymbol{v}_A$，加速度 $a_A=0$，无摩擦，不计重力，试求 A 点所受的水平力 $\boldsymbol{F}$。

图(b) O_1A，AB，O_2B 皆为均质杆，无摩擦，整个系统处于光滑水平面内。图示瞬时 O_2B 杆的角速度为 ω_2，角加速度 $\alpha_2=0$。试求 O_1A 杆上作用的力矩 M。

图(c) 轮 O 质量 m_0，三角块质量为 m，各处皆无摩擦。三角块 A 水平向左加速运动，使轮 O 与三角块相对静止。问此时 A 块的加速度 $\boldsymbol{a}$ 及作用在 A 块上的水平推力 $\boldsymbol{F}$。

【杂题－69】 如图(a)，OO_1 绕 O 以角速度 ω 转动，轮 O_1 以角速度 ω_1 绕 O_1 转动，$OO_1 = 2r_O$，$\angle O_1OM = 30°$，$\angle OO_1M = 60°$。

(1) 为求图中 M 点的速度，用如下两种方法：

(a) M 为动点，OO_1 杆为动系，$v_e = \sqrt{3}r\omega$，$v_r = r\omega_1$，$\boldsymbol{v}_a = \boldsymbol{v}_e + \boldsymbol{v}_r$，如图(a)所示，故

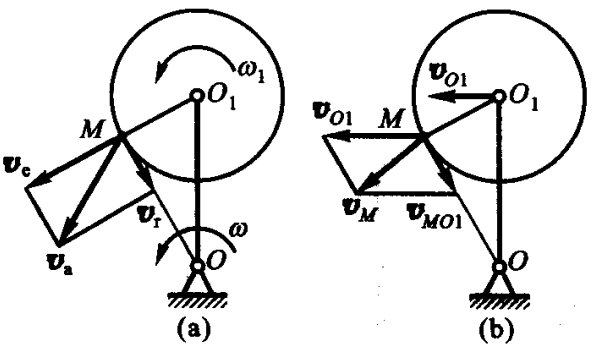
$$v_a = r\sqrt{3\omega^2 + \omega_1^2}$$

(b) M 为动点，O_1 为基点，$v_{O_1} = 2r\omega$，$v_{MO} = r\omega_1$，方向如图(b)，$\boldsymbol{v}_M = \boldsymbol{v}_{O_1} + \boldsymbol{v}_{MO_1}$，$v_M = \sqrt{v_{O_1}^2 + v_{MO_1}^2 - 2v_{O_1}v_{MO_1}\cos 60°}$，上面两种方法求得的结果不同，错误出在哪？

(2) 图示机构中，在杆 OO_1 上作用的外力对 O 点的力矩为 M，在轮上作用的外力对轮心 O_1 的力矩为 M_1，且 $M_1 = -M$，现以杆及轮合起来为一个质点系，L_O 为质点系对 O 点的动量矩，则

$$\frac{\mathrm{d}L_O}{\mathrm{d}t} = M + M_1 = 0$$

因此，L_O 为常量。对吗？



杂题－69 图

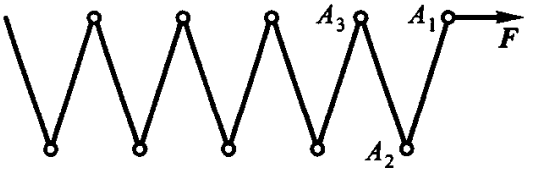
【杂题－70】 图示各均质杆完全相同，各杆夹角也相同，各节点皆为光滑铰链，置于光滑水平面上。图示瞬时系统质心为 C，且系统静止，现在在 A_1 点突加一作用力 $\boldsymbol{F}$，问：

(1) 此瞬时系统的动能、动量及对质心 C 的动量矩为零吗？

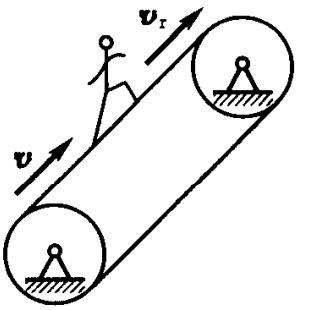
(2) 由于 A_2 点静止，研究 A_1A_2 杆，下式是否正确？

$$J_2\alpha_{12} = M_{A_2}(\boldsymbol{F})$$

其中：J_2，α_{12}分别为 A_1A_2 杆对 A_2 的转动惯量及绕 A_2 的角加速度。



杂题－70图



杂题－71图

【杂题－71】 地铁站的自动电梯以匀速度$\boldsymbol{v}$沿斜面向上运动。旅客为早些到达顶层，相对电梯以匀速度$\boldsymbol{v}_r$向上走，与旅客站在电梯上不动相比，问：

(1) 人由最下端到达最上端，电梯驱动机构所作的功是否相同？

(2) 电梯驱动机构实际输出功率是否相同？

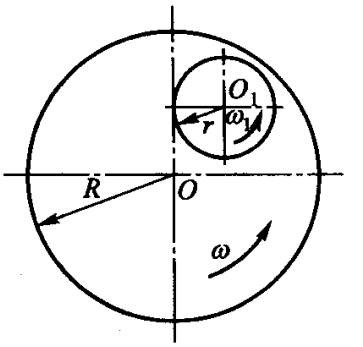
(3) 人若以相对加速度$\boldsymbol{a}_r$向上运动，试回答(1)、(2)所提出的问题。

【杂题－72】 质点沿空间曲线运动，在某瞬时其速度为$\boldsymbol{v}$，加速度为$\boldsymbol{a}$，试证曲线上该点的曲率半径为：

$$\rho = \frac{v^3}{|\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{a}|}$$

【杂题－73】 一个绕定轴以匀角速度转动的刚体，其动能、动量及对轴上某定点的动量矩矢都是常量或常矢量吗？

【杂题－74】 一水平放置半径为R质量为m的均质大圆盘可绕圆心O转动(圆心O为水平面上的固定点)，其上有一质量为m半径为r的均质小圆盘可绕固定在大圆盘上的O_1点转动。初始大圆盘角速度为ω，小圆盘绕O_1转动的角速度为ω_1，如图所示。大盘与水平面间无摩擦。问：



杂题－74图

(1) 若大、小圆盘间存在摩擦，经过无限长时间后，大、小圆盘分别绕O及O_1转动的角速度为多少？

(2) 若大、小圆盘间存在摩擦，那么整个系统的动能、动量及对O点的动量矩是否守恒？

(3) 若抽去O_1轴(即O_1不再固结在大圆盘上)，在摩擦力作用下，大、小圆盘将怎样运动？(设摩擦力与相对速度的一次方成正比)

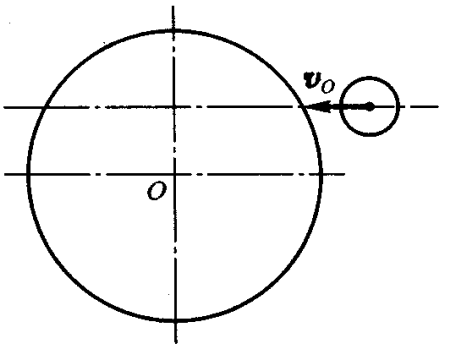
【杂题－75】 一均质圆盘在水平面上可绕O点无摩擦地转动。同一水平面上有一均质圆球沿图示方向作纯滚动。圆球运动到圆盘上之后，不计滚动摩阻，问：

(1) 若圆盘初始静止，圆盘与球之间，在有较大滑动摩擦系数与没有摩擦两种情况下，球与圆盘各怎样运动？

(2) 在圆盘初始以角速度 ω_0 绕 O 逆时针旋转与顺时针旋转两种情况下，设圆盘半径为 R、质量为 m_1，小球半径为 r、质量为 m_2，O 到 $\boldsymbol{v}_0$ 的距离为 b。若小球与圆盘间有足够大的滑动摩擦，足以使小球到达圆盘后在极短时间内即作纯滚动，问：若适当选择 r，m_2 及 v_0 的大小，能否使圆盘在某瞬时角速度为零？

(3) 在情况(2)中：球在圆盘上运动的过程中系统的动能、动量及对 O 点的动量矩是否守恒？

(4) 在情况(2)中：画出球刚进入圆盘的瞬时，球受的外力及虚加的惯性力。若以圆盘为动参照系，试画出小球没进入圆盘时及进入圆盘瞬时相对运动中的受力图。



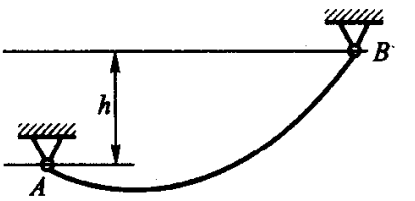
杂题－75 图

【杂题－76】 均质悬索挂在 A，B 点上，B 处比 A 处高 h，问下述说法哪个正确？(　　)

A. B 点拉力大

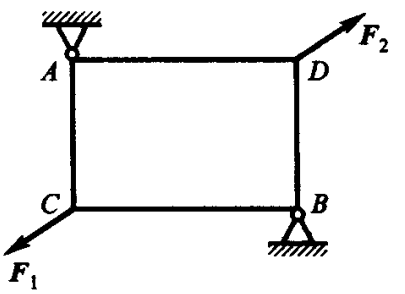
B. A 点拉力大

C. A，B 两点拉力相等

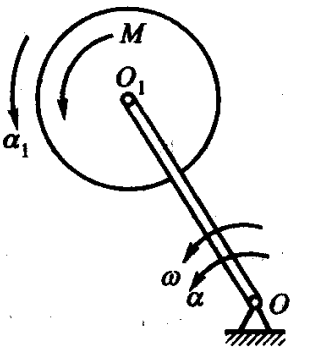


杂题－76 图

【杂题－77】 如图，$ACBD$ 为一刚体，不计重力。若 $\boldsymbol{F}_1$ 与 $\boldsymbol{F}_2$ 等值、反向、共线，且系统处于静止。问 A，B 处约束力是否为零？



杂题－77 图



杂题－78 图

【杂题－78】 图示平面机构在水平面上运动，无摩擦。杆 OO_1 以角加速度 α 绕 O 旋转；均质圆盘上作用矩为 M 的力偶，使圆盘绕 O_1 加速转动。问：在 M 不变的情况下：

(1) ω 对 α_1 有无影响？

(2) 若 α 不同，对 α_1 有无影响？

若圆盘不是均质的，其质心不在 O_1 点，试回答上述两个问题。

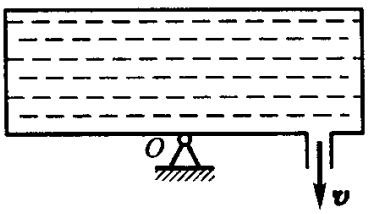
若圆盘不是均质的，但其质心仍在 O_1 点，试回答上述两个问题。

【杂题－79】 图示水槽可绕其对称面上的 O 轴转动，最初处于静止状态。现在其右端底部阀门突然失灵，水从小口流出。问下述哪种说法正确？

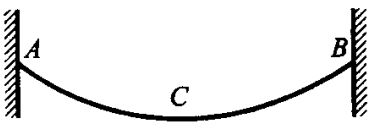
A. 水槽仍平衡。

B. 水槽逆时针转动。

C. 水槽顺时针转动。



杂题－79 图



杂题－80 图

【杂题－80】 质量均匀的柔索，悬挂在等高的两点 A 和 B 处，在重力作用下，呈悬链线状。

A. 有人说最大张力应出现在柔索中部 C 点，因为 C 点处绳索张力方向水平，因而微小的铅垂力将引起巨大的柔索张力。

B. 有人说：最大张力出现在 A、B 两端，因为这两端要承受全部柔索重量。

以上哪种说法正确？你认为最大张力出现在哪里？为什么？

【杂题－81】 (1) 图示一封闭长筒置于光滑水平面上，内有一弹簧及小球。小球与长筒间无摩擦。初始用小球将弹簧压紧，系统静止。放开小球后，弹簧把小球高速弹开，因而小球以高速碰击长筒左侧。问：

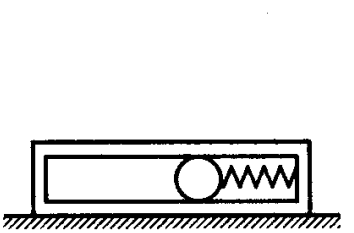
A. 从放开小球开始以后的全部时间里，系统的质心位置是否不变？

B. 若小球将长筒左侧击穿，系统质心位置是否不变？

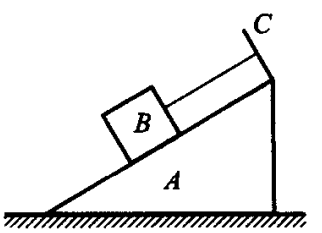
C. 若小球与长筒间存在摩擦，系统的质心位置是否也不变？

(2) 图示一大三角块 A 放在光滑水平面上，小物块 B 用细绳系在 C 点。A，B 间无摩擦。先将 B 块移至 C 点，使系统静止，然后无初速放开 B 块。B 块在重力作用下向下加速运动直至最后突然将绳拉直。问：

A. 从放开 B 块开始以后的全部时间里，系统质心在水平方向的坐标是否保持不变？



(1)



(2)

杂题－81 图

B. 若 B 块落下时将绳索拉断，系统质心的水平坐标是否改变？

C. 若 A、B 块之间存在摩擦，在上述过程中系统的质心水平坐标是否不变？

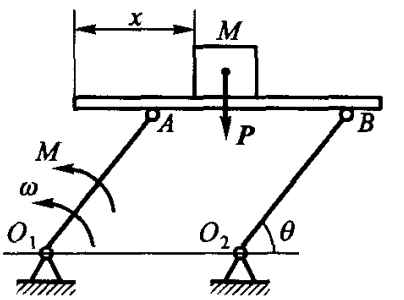
【杂题－82】 物块 M 放在平面四连杆机构的水平板 AB 上，物块与 AB 的静摩擦因数为 f_s。图中 $O_1A = O_2B = r$，$AB = O_1O_2$。O_1A 以不变的角速度 ω 绕 O_1 转动。系统处于铅直面内。

(1) 指出物块 M 在 AB 上相对静止的条件。

(2) 若 M 块已经沿 AB 方向发生滑动，那么 M 块不脱离 AB 杆的条件与(1)中得到的条件有何区别？

(3) 画出物块 M 与 AB 杆相对静止及有相对滑动两种情况下，O_1A 杆的受力图。各杆质量不计。

(4) 试列出物块 M 与 AB 杆相对静止及有相对滑动两种情况下物块 M 的拉格朗日方程。



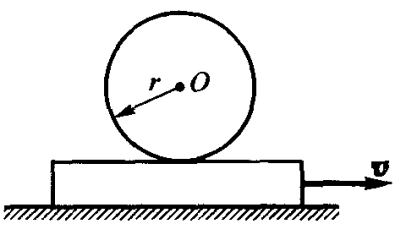
杂题－82 图

【杂题－83】 一半径为 r 的均质圆柱放在无限大水平板上，此板以常速 $\boldsymbol{v}$ 向右运动。圆柱与板相对静止。若从 t_1 时刻起，板以匀加速 $\boldsymbol{a}$ 运动，直到 t_2 时刻板的速度达到 $2\boldsymbol{v}$ 后，板就一直以常速 $2\boldsymbol{v}$ 向右运动。设在任何时刻圆柱与板之间均无相对滑动(即只能作纯滚动)。问：

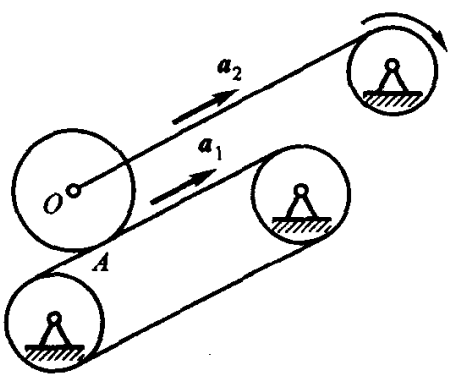
(1) 在 $t_1 \sim t_2$ 时刻内，圆柱将怎样运动？

(2) 在 t_2 之后的无限长时间内，圆柱怎样运动？

(3) 分别画出圆柱在各个不同运动阶段的受力图及虚加惯性力。



杂题－83 图



杂题－84 图

【杂题－84】 图示一半径为 r 的轮 O 在一斜面上作纯滚动，斜面以加速度 $\boldsymbol{a}_1$ 向上运动，轮 O 中心由一绳索牵动以加速度 $\boldsymbol{a}_2$ 向上运动。系统初始静止。问：

(1) 轮 O 的角加速度是否为 $(a_2 - a_1)/r$？

(2) 牵动轮心的绳索的张力是(　　)。

A. $F = ma_2$　B. $F = m(a_2 - a_1)$　C. $F = \dfrac{J_A\alpha}{r}$　D. 都不是

其中 m, J_A, α 分别为轮 O 的质量，对接触点 A 的转动惯量及角加速度。

(3) 设动系随斜面一起以加速度 $\boldsymbol{a}_1$ 向上运动。对动系上的观察者来说：

A. 轮心加速度是多少？

B. 绳索的张力是多少？

C. 轮与斜面接触点是速度瞬心吗？

(4) 试画出轮 O 在相对运动中的受力图。

(5) 若此瞬时斜面的速度为 $\boldsymbol{v}_1$，轮 O 质心速度为 $\boldsymbol{v}_2$，则对动系上的观察者来说，轮 O 的动能是否为：

$$T' = \frac{1}{2}m(v_2 - v_1)^2 + \frac{1}{2}J_C\left(\frac{v_2 - v_1}{r}\right)^2$$

动能定理 $\dfrac{\mathrm{d}T'}{\mathrm{d}t} = \sum P$ 是否成立？这里的 $\sum P$ 包括哪些力的功率？

(6) 若轮 O 相对于动系运动的动能为 T'，则轮 O 的动能是否为(相对于静系)：

$$T = T' + \frac{1}{2}mv_1^2$$

(7) 对动系与静系上的观察者来说，轮 O 与斜面之间的摩擦力是否相同？轮 O 的角加速度是否相同？轮 O 质心的速度及圆柱的角速度是否相同？

(8) 对动系及静系上的观察者来说，摩擦力是否作功？重力是否作功？

(9) 若取动系随轮 O 质心一起平移(即质心参考系)，问在此情况下对动系观察者与静系观察者来说：

A. 轮 O 的动能有何不同？

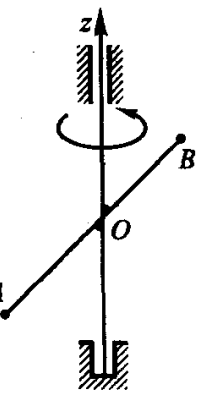
B. 动能定理是否都成立？

C. 摩擦力及绳索张力是否相同？

D. 摩擦力是否作功？重力是否作功？

E. 轮的角速度和角加速度是否相同？

【杂题－85】 两个质量完全相同的质点由无重刚杆 AB 与铅直转轴 z 固定连接，$OA = OB$，刚杆与转轴一起以不变的角速度 ω 转动，如图。问：由 A, B 组成的质点系对 O 点的动量矩是否守恒？对 z 轴的动量矩是否守恒？

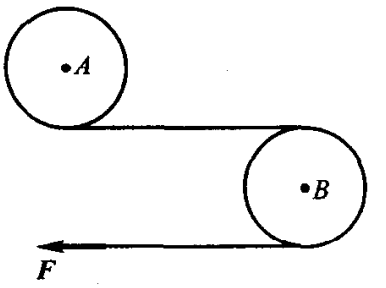


杂题－85 图

【杂题－86】 若地球上所有的人都携带大量物质，沿其所在的纬线由东向西绕地球转一周后回到自己的位置定居。问：可否使地球的自转速度加快？为什么？若所有的人都携带大量物质到赤道定居，是否会改变地球自转的速度？为什么？若所有的人都

携带大量物质到亚洲定居，是否会改变地球自转轴的方向？为什么？

【杂题－87】 两个完全相同的均质圆盘，置于光滑水平面上，无重细绳的一端固定在 A 盘上，绕 A 盘几圈后又绕 B 盘半周。细绳另一端受不变的力 $\boldsymbol{F}$ 作用，系统初始静止，如图。问：



杂题－87 图

(1) 若细绳与圆盘间无摩擦，A，B 两盘将如何运动？经过 t 时间后，两圆盘的动能，动量是否相同？系统动量为多少？

(2) 若细绳与圆盘间有较大的摩擦，此摩擦足以使细绳与盘无相对滑动。这时 A，B 两盘如何运动？经 t 时间后两盘的动能是否相同？系统动量为多少？

(3) 若圆盘与地面间动滑动摩擦因数为 f，试回答(1)、(2)中的问题。

(4) 若圆盘与地面间的静摩擦因数为 f_s，在下述三种情况下：

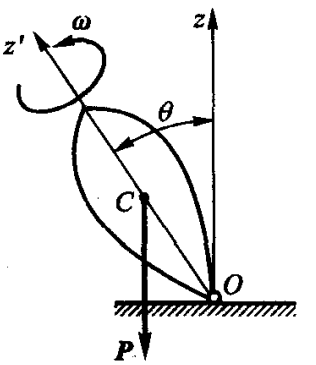
A. A，B 两轮心都固定不动。

B. A 轮心固定不动，B 轮心运动。

C. A，B 两轮心都运动。

试讨论圆盘的角加速度有何不同？经 t 时间后，系统的动能有何不同？

【杂题－88】 图示一陀螺绕其中心惯性主轴 z' 以高速旋转，其质心为 C，与水平面接触点为 O，z' 与铅直轴 z 夹角为 θ。试分析下述各种说法是否正确？



杂题－88 图

(1) Oz' 轴将绕 O 点沿铅垂面倒下。

(2) 陀螺除绕 z' 轴自转外，还以不变的角速度绕 z 轴转动(进动)，θ 角保持不变。

【杂题－89】 在上题的陀螺中，若 O 点为光滑球铰链，试分析当 O 点以不变的加速度 $\boldsymbol{a}$ 作下述运动时，陀螺将怎样运动？

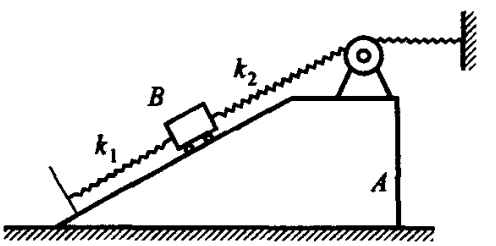
A. 沿铅直线向上运动。

B. 沿铅直线向下运动。

C. 沿水平面向左运动。

D. 沿水平面向右运动。

【杂题－90】 图示平面机构中，不存在摩擦，两弹簧刚度为 k_1，k_2，弹簧 k_1 下端固定在大三角滑块 A 上，滑轮质量不计。问：



杂题－90 图

(1) 此系统有几个自由度？你怎样选择广义坐标？

(2) 弹簧 k_2 是弯曲的，不是直线。能否用弹簧 k_2 的伸长作为一个广义坐标？

(3) 取弹簧 k_1、k_2 在原长时的位置作广义坐标的原点与取系统在静平衡时的位置作广义坐标的原点，所列的拉格朗日方程是否相同？为什么？

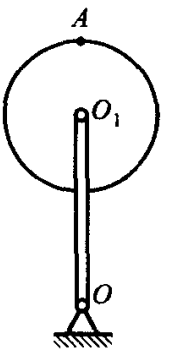
【杂题－91】 图示均质圆盘可绕 O_1 轴转动，杆 OO_1 可绕 O 轴转动。现在以圆盘为研究对象，A 为圆盘的最高点。问在下述各种情况下系统可能作什么运动？

(1) 圆盘的惯性力向 O_1 点简化，得一合力。

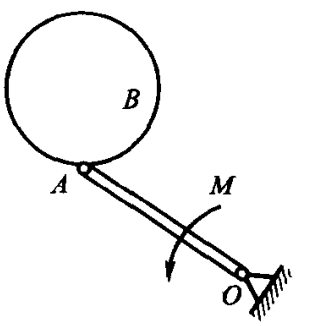
(2) 圆盘的惯性力向 A 点简化，得一合力。

(3) 圆盘的惯性力向 A 点及 O_1 点简化，皆得一合力。

(4) 圆盘的惯性力向 A 点简化，仅得一力偶。



杂题－91 图



杂题－92 图

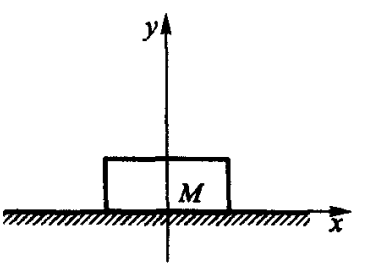
【杂题－92】 图示平面机构处于光滑水平面内，在杆 OA 上作用矩为 M 的力偶，圆盘 B 通过铰链 A 与杆连接。不计摩擦。下述说法是否正确？为什么？

“在水平面内不计摩擦，圆盘 B 上仅有 A 点受力，A 处是铰链，仅能传递力，而不能传递力矩；因此圆盘上所有的力对 A 点的矩为零。由动量矩定理知圆盘不会有角加速度。”

【杂题－93】 一物块 M 放在水平面上：

(1) 若水平面沿铅直方向按规律 $y = A_1\sin\omega_1 t$ 运动，问物块 M 不离开水平面的条件是什么？

(2) 若物块与水平面间的静摩擦因数为 f_s，水平面沿水平方向按规律 $x = A_2\sin\omega_2 t$ 运动，问物块与水平面不产生相对滑动的条件是什么？



杂题－93 图

【杂题－94】 长为 $2l$ 的均质直杆 AB 在光滑水平面上以角速度 ω 绕其质心 C 转动，若杆在中点 C 处突然断裂。

(1) 不用计算，说出断开后两根杆各以怎样的角速度运动。

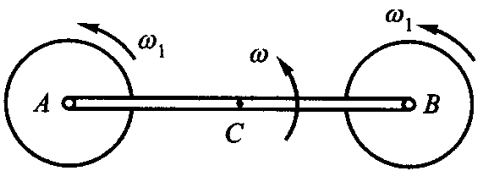
(2) 断开后，A，B 两点的速度大小与断开前是否相同？

(3) 断开前 C 点静止不动，断开后 AC，BC 两杆上的 C 点都具有加速度。问使 C 点产生加速度的力是怎样产生的？

(4) 指出断开后各杆速度瞬心的轨迹。

(5) 若 AB 杆突然断成几十个小段，问各段的角速度是否相等？各段速度瞬心轨迹是什么？

【杂题－95】 两个尺寸、质量皆相同的均质圆盘可分别绕均质直杆 AB 的两端 A，B 自由转动。整个系统放在光滑水平面上。初始杆的角速度为 ω，两圆盘的角速度皆为 ω_1，如图所示。问：



杂题－95 图

(1) 若仅在两圆盘与杆之间存在摩擦，问：杆的角速度、系统的动能、系统对质心 C 的动量矩将怎样变化？

(2) 若 B 轮突然从 AB 杆上脱离开，问 AB 杆的角速度如何变化？

(3) 若 B 轮与地面有摩擦，在下述情况下经过无限长时间后系统呈怎样的运动状态？

A. 其他地方无摩擦

B. AB 杆与 B 轮间也有摩擦

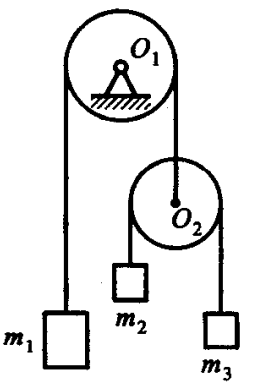
C. AB 杆与 A 轮间也有摩擦

(4) 若杆在 C 点突然断开，问断开后两部分如何运动？AC，BC 两杆的角速度如何？

【杂题－96】 图示机构，轮 O_1 为定滑轮，轮 O_2 为动滑轮，绳及滑轮的质量均不计，摩擦也不计。问：

(1) 若改变 m_2 与 m_3 的大小，但 m_2 与 m_3 质量和不变，问重物 m_1 的加速度是否改变？

(2) 若改变 m_1，m_2 的大小，但 $m_1 + m_2$ 保持不变，问重物 m_3 的加速度是否改变？



杂题－96 图

【杂题－97】 一个人双手各握一个鸡蛋，左手始终保持静止，右手握着鸡蛋以快速向左手的鸡蛋撞击。有人说，若以右手为参照系，则问题变为左手的鸡蛋以快速向右手的鸡蛋撞击，可见这两个鸡蛋被撞破的可能性是相同的。也有人说，作用力等于反作用力，两个鸡蛋被撞破的概率当然相同。事实上，大量的实验表明：右手握的运动着的鸡蛋最易被撞破。试解释其原因。

【杂题－98】 质点的惯性运动是匀速直线运动。刚体的惯性运动怎样定

义？下述对刚体惯性运动的定义对吗？

A. 刚体作匀速直线平移或绕定轴匀速转动。

B. 刚体质心作匀速直线运动，刚体绕某一质心轴的角速度不变。

C. 刚体惯性力系的主矢、主矩皆为零。

【杂题－99】 某刚体相对于转动参考系的质心轨迹、速度、加速度及绕质心的角速度、角加速度为已知，如何求得其在静参考系中的相应量？如何计入惯性力？

【杂题－100】 一均匀的木柱铅直插入地面，露出地面部分高 1.8 m。一人猛踢此木柱的底端，不幸的是：柱子入土处已腐烂，被踢后就在该点折断。要领会为何“不幸”二字是恰当之词，可探寻一下柱子顶端随后的运动。

【杂题－101】 质点、刚体及一般质点系的平衡条件有何不同？它们的动量、动量矩、动能如何计算？其惯性力系有何特点？各有多少自由度？

【杂题－102】 一宇宙飞船处于绕地球的一椭圆轨道中，它携有一定量的燃料用于改变轨道。问：这燃料应在椭圆轨道中的什么地点启用才能使其离地球的距离最大？

【杂题－103】 将一个刚体（例如一本捆好的书）旋转着抛向空中，其转动轴在空中是否保持方向不变？

【杂题－104】 下述各问题均有(a)、(b)两图，有人在求解题中所列问题时将(a)图简化为(b)图。试分别回答：这样简化是否可以？为什么？

(1) 两图中杆质量不计，皆处于光滑水平面上，无摩擦。

(a) 图：$O_1A \parallel O_2B$ 且 $O_1A = O_2B$，刚体质量为 m，C 为质心。

(b) 图：$OC \parallel O_1A$ 且 $OC = O_1A$，质点 C 的质量为 m。

A. O_1A 的角速度为 ω，求图(a)中质心 C 的速度和加速度。

B. O_1A 上作用力偶矩 M，求 C 点的加速度。

C. O_1A 上作用力偶矩 M，求 O_1 处约束力，认为 O_1 处约束力是(b)图中 O 点约束力的一半。

(2) 图(a)：O，A，B，C 皆为铰链。

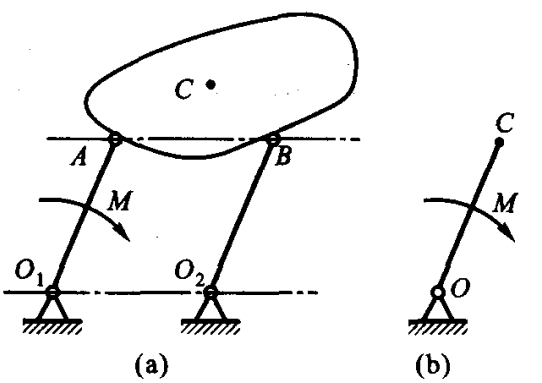
图(b)：各部分尺寸同图(a)，但 A，C 处为刚性焊合。

A. 求 O，B 处的约束力。

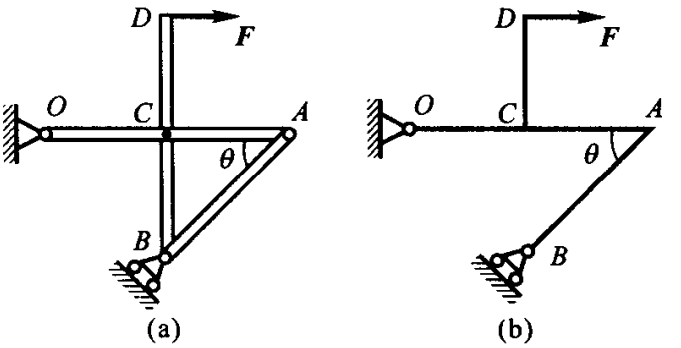
B. 求 AB 杆内力。

C. 求 C 处约束力。

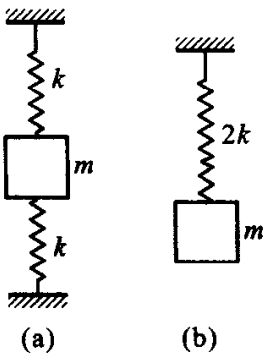
(3) 分析物块 m 的振动，将(a)图简化为(b)图可否？



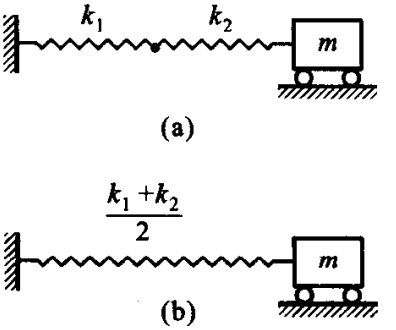
杂题－104(1)图



杂题 - 104(2)图



杂题 - 104(3)图



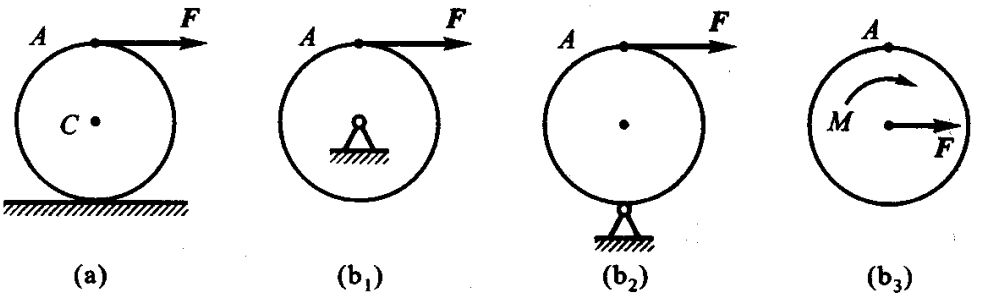
杂题 - 104(4)图

(4) 分析物块 m 的振动，将(a)简化为(b)图，可以吗？

(5) 图(a)、(b_1)、(b_2)、(b_3)中为完全相同的均质圆盘，其上的力 F 也完全相同。(a)图中圆盘在水平面上纯滚动，(b_1)、(b_2)、(b_3)图中无摩擦，(b_3)图中 $M = FR$。

A. 求图示瞬时圆盘的角加速度，将(a)图简化为(b_1)、(b_2)、(b_3)各图，是否可以？

B. 求图示瞬时 A 点的加速度，上述各简化是否可以？



杂题 - 104(5)图

(6) 两图中为完全相同的均质圆盘。轮心 C 皆以常速 v 运动。(a)图中圆盘在水平面上作纯滚动，(b)图中圆盘绕铰链 D 在铅直面内转动，无摩擦。

A. 求图示瞬时 A，B 两点的速度及圆盘的角速度。

B. 求图示瞬时 A 点的加速度。

C. 求图示瞬时圆盘的动能。

D. 求图示瞬时圆盘的动量。

E. 求图示瞬时 D 点的约束力。

(7) 两图中均质圆轮质量及尺寸皆相同，轮上皆作用矩为 M 的力偶，无摩擦。系统初始静止。

(a) 图中，轮上绕以无重细绳，绳端系一重物，质量为 m。

(b) 图中，质量为 m 的质点固定在轮缘上。

A. 求系统在 t 时刻对 O 点的动量矩。

B. 求 t 时刻系统的动量。

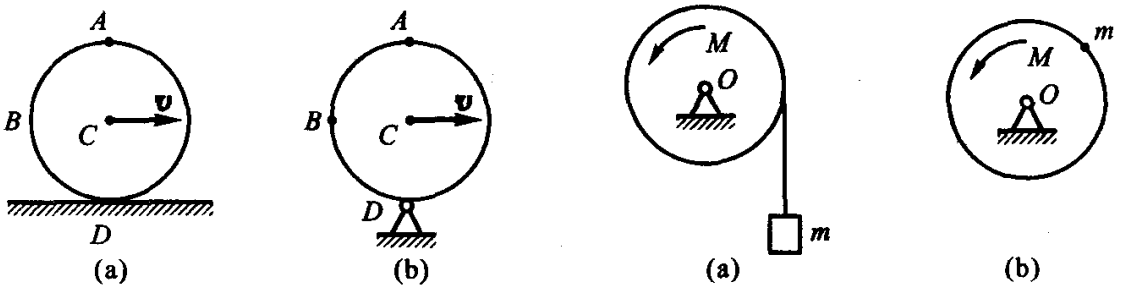
C. 求 t 时刻系统的动能。

D. 求轮子的角加速度。

E. 求铰链 O 的约束力。

F. 求系统惯性力系的主矢。

G. 求系统惯性力系的主矩。



杂题 - 104(6)图　　杂题 - 104(7)图

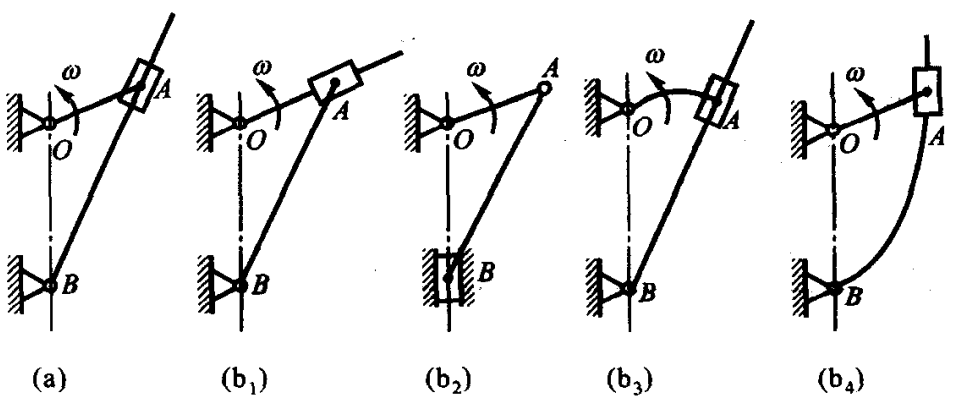
(8) 下列各图中，$\triangle OAB$ 是全等的，ω 亦相同。为求 AB 杆的角速度及角加速度，能否将(a)图问题在图示瞬时简化为(b_1)、(b_2)、(b_3)或(b_4)图？

(9) 两图皆在铅直面内，无摩擦。

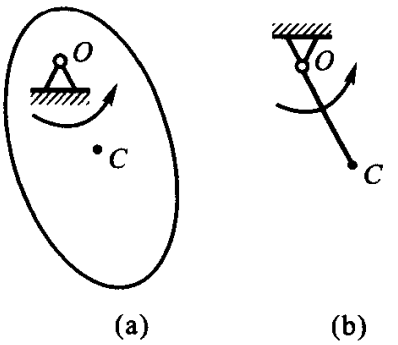
(a) 图：薄板绕 O 轴摆动，$OC = l$，质量为 m，质心为 C。

(b) 图：$OC = l$，质量为 m，质量集中于 C 点。

A. 求摆的摆动周期。

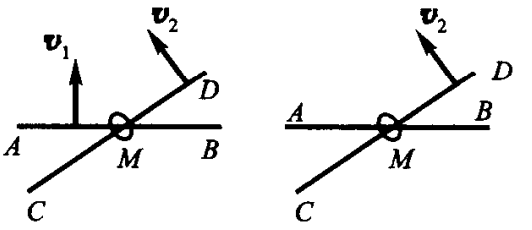


杂题 - 104(8)图



(a) (b)

杂题 - 104(9)图



(a) (b)

杂题 - 104(10)图

B. 已知运动求图示瞬时 O 处约束力。

C. 设图示瞬时角速度为 ω,求系统的动能。

(10) 两图中 CD 杆与 AB 杆夹角相同,环 M 套在 AB、CD 的交叉点上。整个系统在平面上运动。

(a) 图:杆 AB 速度为 $\boldsymbol{v}_1$,杆 CD 速度为 $\boldsymbol{v}_2$。

(b) 图:杆 AB 固定,杆 CD 速度为 $\boldsymbol{v}_2$。

为求环 M 的速度,将(a)图简化为(b)图,在(b)图中求出 M 点的速度 $\boldsymbol{v}'_M$,则(a)图中 M 点的速度为:

$$\boldsymbol{v}_M = \boldsymbol{v}_1 + \boldsymbol{v}'_M$$

试指出:这样做错在哪里?怎样做才对?

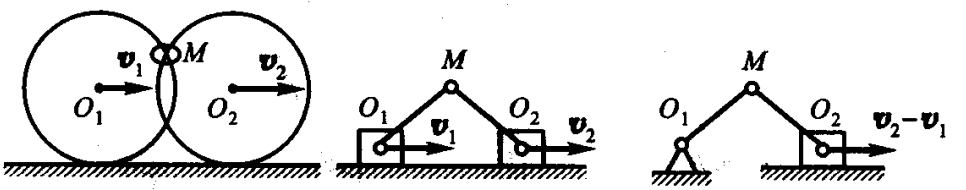
(11) (a)图中,两圆环半径皆为 R,均在水平直线上作纯滚动,圆环中心速度分别为 $\boldsymbol{v}_1$ 及 $\boldsymbol{v}_2$。小环 M 套在两圆环的交叉点上。

(b_1)、(b_2)两图中,各杆长皆为 R,M 为铰链,O_2 为滑块。(b_1)图中 O_1 亦为滑块,其速度为 $\boldsymbol{v}_1$,O_2 速度为 $\boldsymbol{v}_2$。(b_2)图中,O_1 为固定铰支座,O_2 速度为 $\boldsymbol{v}_2 - \boldsymbol{v}_1$。

为求小环 M 的速度,将(a)图首先简化为(b_1)图,进而将(b_1)图简化为(b_2)图,求出(b_2)图中 M 点的速度 $\boldsymbol{v}'_M$ 后再由

$$\boldsymbol{v}_M = \boldsymbol{v}'_M + \boldsymbol{v}_1$$

即得环 M 的速度 $\boldsymbol{v}_M$。这样做对吗?



(a) (b_1) (b_2)

杂题 - 104(11)图

(12) 各图中 AB 为完全相同的均质杆，皆置于光滑水平面上，各力及力偶亦均在此平面上。

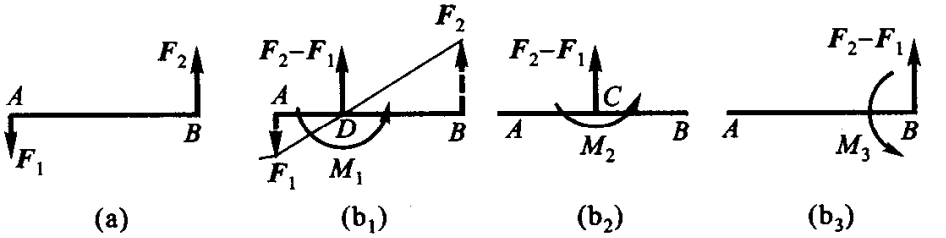
(a) 图中，A，B 两点受反向平行不等值的力。

(b_1) 图中，D 为 $\boldsymbol{F}_1$，$\boldsymbol{F}_2$ 两力矢端点连线与 AB 的交点。

$$M_1 = M_D(\boldsymbol{F}_1) + M_D(\boldsymbol{F}_2)$$

(b_2) 图中，C 为 AB 杆质心。$M_2 = M_C(\boldsymbol{F}_1) + M_C(\boldsymbol{F}_2)$

(b_3) 图中，$M_3 = M_B(\boldsymbol{F}_2)$



杂题－104(12)图

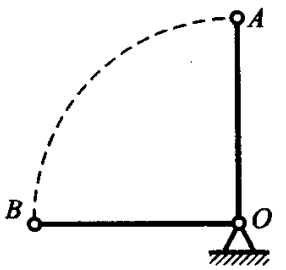
在研究图示瞬时 AB 杆的角加速度、质心加速度时，能否将(a)图所示问题化为(b_1)、(b_2)或(b_3)图所示的问题？

【杂题－105】 图中摆杆质量及摩擦不计，摆锤尺寸不计。摆由 A 处无初速摆下，下述各说法对否？

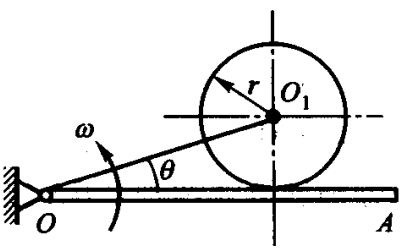
A. 摆锤之所以能按圆形轨道运动，完全是由于受摆杆的约束，因此任何时刻杆的内力都不为零。

B. 摆锤在位置 B 时摆杆的内力是零，因为此时重力与杆垂直，因此杆不受力。

【杂题－106】 图示均质圆盘半径为 r，质量为 m，由长为 l 的绳 OO_1 将轮心 O_1 与定点 O 连接，设轮与杆 OA 的动、静摩擦因数相等，皆为 f，杆 OA 以不变的角速度 ω 绕 O 轴旋转，整个系统都在光滑水平面内运动。



杂题－105 图



杂题－106 图

(1) 若动系固结在 OA 上，试分别给出以静系及动系为参考系时圆盘所受外力及虚加惯性力。

(2) 轮的动能、对 O 点的动量矩及动量各为多少？

(3) 若绳索 OO_1 突然剪断，轮沿 OA 杆作纯滚动的条件是什么？

(4) 剪断 OO_1 后，试分别给出以静系及动系为参考系时圆盘所受外力。

(5) 剪断 OO_1 后，若轮不作纯滚动，试问摩擦力是否作功？

(6) 若 OA 杆有角加速度 α，问剪断 OO_1 后，轮作纯滚动的条件。

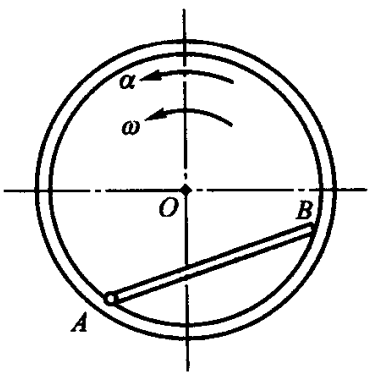
(7) 若 OA 杆有角加速度 α，按绳剪断前及剪断后两种情况分别给出以静系及动系为参照系时圆盘的受力图。

【杂题－107】 在光滑水平面内有一半径为 R 的圆环绕圆心 O 转动，质量为 m，长为 l 的均质杆 AB 的 A 端铰接在圆周上，B 端搁置在圆环内壁上，图示瞬时圆环的角速度为 ω，角加速度为 α。

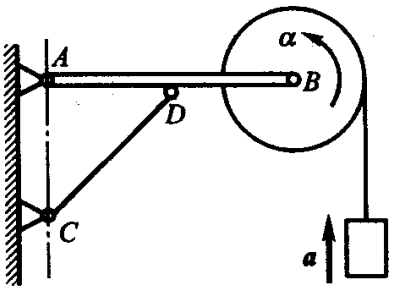
(1) 试画出此时 AB 杆所受全部主动力及虚加惯性力。

(2) 若此瞬时圆环角加速度 α 与角速度 ω 方向相反。欲求 B 点的加速度，你准备用什么方法？说说你能列出些什么方程，共有多少未知量？

(3) 当 α 与 ω 反向时，有人说："将动系固结在圆周上，于是 AB 杆将以 α 相对于动系运动，从而可得 B 点的相对加速度。"这样做对吗？仅用运动学方法能求出 B 点的加速度吗？



杂题－107 图



杂题－108 图

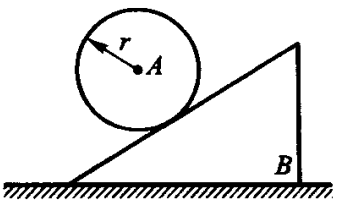
【杂题－108】 图示机构，杆 AB 上有一电动机带动 B 轮加速转动，B 轮上缠绕无重绳索，下端悬一重物，重物以加速度 a 铅直向上运动，突然 CD 杆断裂掉，问此瞬时重物的加速度是：(判断正误)

A. 等于 a。B. 等于 $a-g$。C. 等于 g。

【杂题－109】 一个五分硬币在水平桌面上作纯滚动，此硬币与桌面夹角 $\theta<90°$，试分别就下述两种情况讨论硬币的运动：

(1) θ 很接近 90°。　　(2) θ 较小。

【杂题－110】 半径为 r 的均质圆柱 A 在质量为 m 的大三角块 B 上作纯滚动。三角块 B 与水平面间无摩擦，如图所示。系统初始静止。



杂题－110 图

(1) 设圆柱质心加速度为 a_A，角加速度为 α，是否

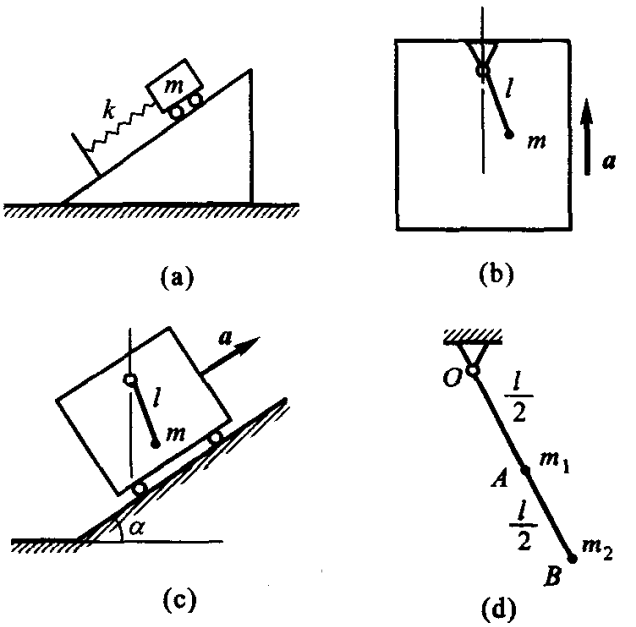
有 $a_A = r\alpha$？

(2) 三角块作用于圆柱 A 上的摩擦力是否作功？为什么？

(3) 整个系统的机械能是否守恒？A 圆柱的机械能是否守恒？

(4) 若圆柱 A 与三角块间无摩擦，与圆柱 A 沿三角块作纯滚动的情况相比，圆柱质心同样下降高度 h，问哪种情况下圆柱动能的增加较大？

【杂题－111】 指出图中所示各系统微振动的固有频率：



杂题－111 图

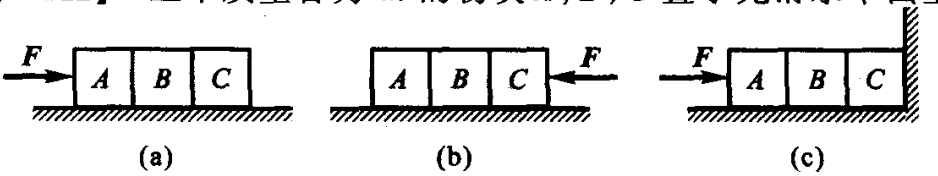
(1) 三角块以恒加速度 $\boldsymbol{a}$ 沿水平直线运动，在其倾角为 θ 的斜面上有一刚度系数为 k 的无重弹簧，一端固定在三角块上，另一端连接质量为 m 的物块，如图(a)。无摩擦。

(2) 框架以恒加速度 $\boldsymbol{a}$ 铅直向上运动，其上悬挂一杆长为 l(杆质量不计)、质量为 m 的单摆，如图(b)，摆作微振动。

(3) 小车以恒加速度 a 沿倾角为 α 的斜面向上运动，车顶悬挂一长为 l(杆质量不计)、质量为 m 的单摆，如图(c)，单摆作微振动。

(4) 无重刚杆 OB 由光滑铰链悬挂于 O 点，质量为 m_1，m_2 的两个质点分别固定于杆上 A，B 两点，且 $OA = AB = \dfrac{l}{2}$，如图(d)，杆作微小摆动。

【杂题－112】 三个质量皆为 m 的物块 A，B，C 置于光滑水平面上，如图所

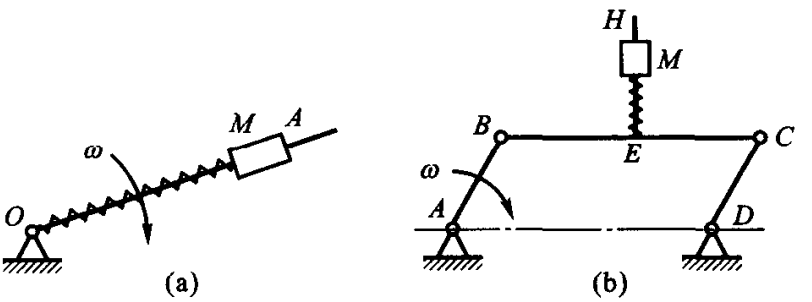


杂题－112 图

示。设各图中力 F 大小相等，试指出在图(a)、(b)、(c)三种情况下，物块 A，B 之间的压力为多大？

【杂题－113】 如果质点运动时没有主动力作用(或主动力的合力为零)，其约束力是否也一定为零？举例说明。

【杂题－114】 图(a)、(b)所示机构均处于光滑水平面内，两图中弹簧刚度系数皆为 k，弹簧质量不计，物块质量皆为 m，物块套在杆上，可沿杆运动，无摩擦。



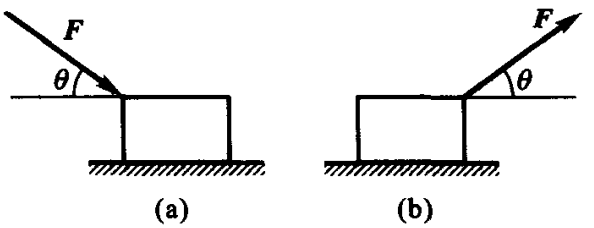
杂题－114图

图(a)中，OA 杆以不变的角速度 ω 绕 O 轴转动。将动系固结在 OA 上。弹簧一端固定于 O 点，另一端固定在物块上。

图(b)中，$ABCD$ 为平行四边形，B，C 为铰链，杆 EH 固定在 BC 上，弹簧一端固定于 E 点，另一端固定在物块上，杆 AB 绕 A 轴以不变的角速度 ω 在水平面上转动。将动系固结在 BC 上。

试问：对于动系上的观察者，物块 M 的微振动是否谐振动？若是，其圆频率是否等于 $\sqrt{\dfrac{k}{m}}$？

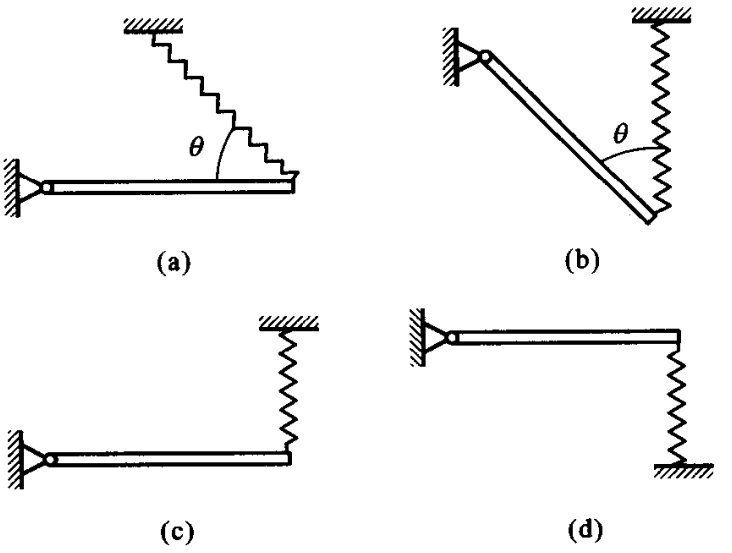
【杂题－115】 如图，物块 M 置于粗糙的水平面上，在力 F 作用下运动。若两力大小相等且与水平面夹角均为 θ。问：经过 t 时间，哪个力作的功多？哪个力的冲量值大？



杂题－115图

【杂题－116】 指出下图所示各系统在微振动时，哪些系统有相同的固有频率？图中位置均为静平衡位置。且各杆长、质量都相同，弹簧刚度也相等。

【杂题－117】 一质点在绳索拉力下作匀速圆周运动，现将绳子越拉越短，问质点是否会产生切向加速度？



杂题－116 图

【杂题－118】 图(a)、(b)中三个均质圆柱 A，B，C 质量相同，半径相等。斜面倾角皆为 θ。最初各圆柱分别由细绳 AD，BE，CF 拉住，使之静止。图(a)中 A，B 两圆柱与无重杆 AB 由光滑铰链连接，且 AB 与斜面垂直，现同时剪断绳索 AD，BE，CF，圆柱 A，C 都在斜面上作纯滚动，剪断后直至滚出斜面前，问下述说法是否正确？

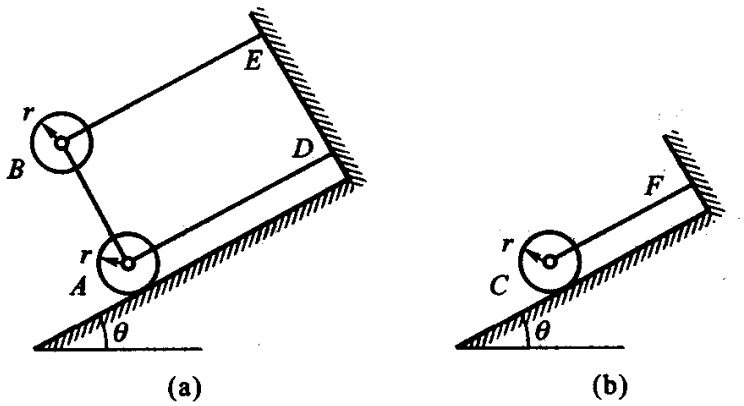
A. AB 杆将作匀加速平移。

B. AB 杆作平面运动(非平移)。

C. B 轮将作平移。

D. A，C 两轮具有相同的动能(任意时刻)。

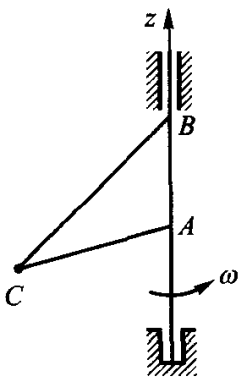
E. A，B 两轮具有相同的动能(任意时刻)。



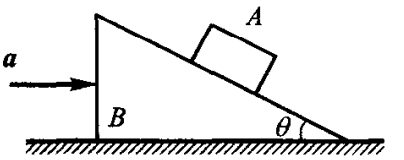
杂题－118 图

【杂题－119】 质量为 m 的小球 C 由绳索 BC，AC 连接在铅直转轴 z 上，小球以角速度 ω 绕 z 轴转动。问：是否存在适当的角速度 ω，使 AC，BC 两绳均受拉力？

【杂题－120】 物块 A 置于倾角为 θ 的光滑三角块 B 上，B 以加速度 $\boldsymbol{a}$ 水平运动。问：若适当选择加速度 $\boldsymbol{a}$，能否使 A 块相对静止于 B 块上？

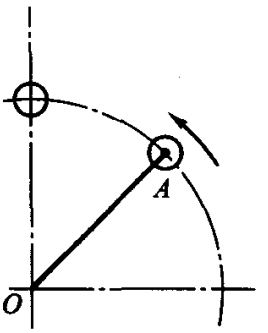


杂题－119 图

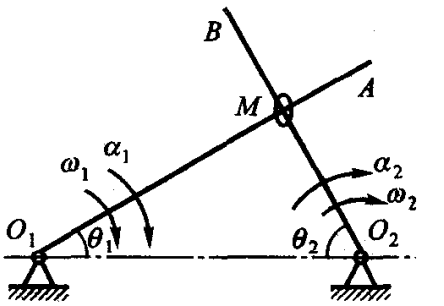


杂题－120 图

【杂题－121】 图示一细绳（质量不计）系一铁球，在铅直面内摆动，当球摆至最高位置时，突然剪断细绳，问此瞬时球将向图中哪个方向运动？



杂题－121 图



杂题－122 图

【杂题－122】 图中均质杆 O_1A 及 O_2B 长皆为 l，质量皆为 m。杆 O_1A 及 O_2B 可分别绕 O_1 及 O_2 轴转动，两杆交叉处有一质量为 m_1 的 M 环。$O_1O_2=a$，不计摩擦。图示瞬时两杆与 O_1O_2 夹角分别为 30°及 60°，两杆角速度及角加速度分别为 ω_1,α_1 及 ω_2,α_2。设整个系统处于光滑水平面上，问：

（1）欲求环 M 在图示瞬时的速度及加速度，你能用些什么方法？试指出这些方法的主要过程。

（2）设 O_1A 及 O_2B 上分别受矩为 M_1 及 M_2 的外力偶作用，欲求图示瞬时 M_1 及 M_2 的大小，你准备用什么方法？说出主要求解步骤。

（3）欲使 M 环沿直线运动，ω_1 与 ω_2 之间应有怎样的关系？

（4）欲使 M 点的动能为常量，其方案是唯一的还是无穷多的？

（5）若将动系固结在 O_1A 上，试画出图示瞬时对动系上的观察者来说环 M 的受力图及虚加惯性力。

(6) 该系统有几个自由度？可怎样选择广义坐标？

(7) 试选择一组角速度、角加速度 ω_1、α_1，ω_2、α_2，使环 M 对 O_2 点的动量矩守恒(不得为零)。

【杂题－123】 倾角为 α 的斜面上放一只盛水的容器，当容器静止时，水面是水平的。问：

(1) 若容器与斜面间无摩擦，则容器将加速向下运动，这时水面将如何？

(2) 若容器沿斜面匀速下滑，这时水面将如何？

【杂题－124】 试解释下述现象：

(1) 如果河流有一点点弯曲，这弯曲就会越来越大。

(2) 北半球的河流，右岸被冲刷的比较严重。

(3) 背跃式跳高方式优于现有的其他跳高方式。

答案或提示

第一章

【1-1】 A.×;B.×;C.√;D.√。

【1-2】 A.×;B.√。

【1-3】 外效应。

【1-4】 不能。

【1-5】 (1) 两个力的大小相等,方向相同。

(2) 两个力大小相等。

(3) 两个力大小相等,方向相同,作用线相同。

【1-6】 前者为两个矢量相加,后者为两个代数量相加。

【1-7】 略。

【1-8】 不一定。

【1-9】 不能;系统不是刚体,各杆要转动。

【1-10】 刚体。

【1-11】 刚体和变形体均适用。

【1-12】 两个力是否作用在同一物体上。

【1-13】 不一定;物体必须是刚体。

【1-14】 是。

【1-15】 不能,因为无论如何加力都不能使两个力共线。

【1-16】 大小相等,方向相同,作用线相同。图(a)不等效,图(b)等效。

【1-17】 (a),(b)两种情况相同,其他不同。

【1-18】 不正确,因为力的可传性只适用于同一刚体。

【1-19】 A.√;B.×;C.×。

【1-20】 一般不可以。

【1-21】 (a)图不变;(b)图变化。

【1-22】 是。

【1-23】 不一定。

【1-24】 不一定。

【1-25】 不能。

【1-26】 大小等于 F_5,与 F_5 反向。

【1-27】 提示:将各力作用点沿力的作用线移到各力的汇交点,再求合力。

【1-28】 正确。

【1-29】 均不正确。

【1-30】 图(a),(c)中的 F_R 表示 F_1,F_2 的合力。图(b)中的 F_R 表示 F_1,F_2 的平衡力。

【1-31】 图(a)中,以 F 为对角线,作菱形,它的一条边沿直线 AB,菱形的边代表力。

图(b)中,过 A 点作射线 AB 平行于 MN,由力 F 矢端向 AB 作垂线交 AB 于 C,将力 F 两端与 C 点连线,即可得所求分力。

【1-32】 (1) 有无穷多解。

(2) 有唯一解。

(3) 有无穷多解。

(4) 有唯一解。

【1-33】 一般有两个解。

【1-34】 一般有两个解。

【1-35】 一般有两个解。

【1-36】 只在两个力作用下平衡的构件称为二力构件;二力构件与形状无关;约束力的作用线沿二力作用点的连线;二力构件有:(a)图中杆件 BE,(c)图中的杆件 CD,(d)图中的构件 AB,(e)图中的构件 AB 和 BC。

【1-37】 不一定;取决于构件是否平衡。

【1-38】 不都是。

【1-39】 图(c)中的 OA 杆。

【1-40】 都不对。

【1-41】 是。

【1-42】 不正确。

【1-43】 正确。

【1-44】 均不一定。

【1-45】 正确。

【1-46】 确定方位:辊轴支座,链杆约束;确定方向:柔性体约束,光滑支撑面约束;不能确定方向:可动铰链支座,固定端约束。

【1-47】 (a) 图:绳对杆的力只能是拉力,A 处力不应沿杆的方向。

(b) 图:A 处力不应向下,B,C 处力应沿接触处的公法线。

(c) 图:B 处力应沿接触处的公法线,A 处力可按三力汇交画,也可画为正交二力。

(d) 图:A 处应按辊轴支座画,B 处力可按三力汇交画,也可画为正交二力。

(e) 图:均布载荷有一合力,梁受四个力作用,A 处力不能按三力汇交画,可画为正交二力。

(f) 图:棘爪为二力构件,A 处力应沿 AB 连线。

【1-48】 正确:(b),(c);不正确:(a)。

【1-49】 平衡:(b);不平衡:(a),(c),(d),(e)。

【1-50】 (c)平衡,应用三力平衡汇交定理可得结论。

【1-51】 不平衡。解释略。

【1-52】 不能；一般不能，只有力 F 沿着 BCA 杆，才有可能。

【1-53】 (1) 载荷 F 作用于铰链 C 处，可认为作用在销钉 C 上，则左、右拱均为二力构件，销钉 C 在三个力作用下平衡。

(2) 若销钉 C 属于 AC，则 BC 拱仍为二力构件，A 处力仍沿 AC，C 处作用有力 F 和 BC 拱给 AC 拱的力。

(3) 同(2)。

【1-54】 两个力等值，但不是反向、共线。

第二章

【2-1】 不一定。

【2-2】 不能；要想得到确定的解必须已知4个要素，除已知合力的大小和方向外，还要已知两个分力大小和方向4个要素中的2个。

【2-3】 不一样。

【2-4】 合成：合力矢量由第一个力的矢端指向最后一个力的末端；平衡：各力矢量首尾相连构成封闭的多边形。

(a) $\boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2 + \boldsymbol{F}_3 + \boldsymbol{F}_4 = 0$

(b) $\boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2 = \boldsymbol{F}_3 + \boldsymbol{F}_4$

(c) $\boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2 + \boldsymbol{F}_3 = \boldsymbol{F}_4$

【2-5】 $\boldsymbol{F}_R = \boldsymbol{F}_1 - \boldsymbol{F}_2$。

【2-6】 相同，但表达形式可能不同。

【2-7】 都不一定。

【2-8】 不一定。

【2-9】 图(a)由如下规则确定其投影的大小和正负号：

$F_x = F\cos\theta$，$F_y = F\sin\theta$，式中 θ 为各力 $\boldsymbol{F}$ 与 x 轴间的夹角。

图(b)由如下规则确定其投影的大小和正负号：

$F_x = x_{箭首} - x_{箭尾}$，$F_y = y_{箭首} - y_{箭尾}$。

【2-10】 求分力由平行四边形法则确定，投影由力矢两端向投影轴作垂线，垂足间的长。

【2-11】 在直角坐标轴上。

【2-12】 正确。

【2-13】 是。

【2-14】 不一定。

【2-15】 90°。

【2-16】 $\beta = 2\theta$。

【2-17】 不一定。

【2-18】 是。

【2-19】 两个；两个。

【2-20】 力多边形自行封闭；各力在两个坐标轴上投影的代数和分别为零。

【2-21】 不一定;能。

【2-22】 能,限制条件为:矩心 A,B 与汇交点 O 不能共线。

【2-23】 能,限制条件为:矩心 A 与汇交点 O 的连线不与投影轴垂直。

【2-24】 根据电线所受力的三角形可得结论。

【2-25】 由于绳两端的张力相同,只能在中点才能平衡。

【2-26】 F。

【2-27】 A.×;B.√;C.×。

【2-28】 与 x 轴正向夹角分别为 45°,135°。

【2-29】 通过 CD。

【2-30】 提示:利用二力构件和力偶只能与力偶平衡的结论。

【2-31】 A.×;B.×;C.×;D.√。

【2-32】 A.√;B.×;C.×;D.×。

【2-33】 不能。

【2-34】 可能有 $\beta = 60°$。

【2-35】 $0 < F_D < \sqrt{2}F$。

【2-36】 (a)与(d),(b)与(e)。

【2-37】 F_B 与 x 轴正向夹角为 60°。

【2-38】 不同。

【2-39】 $F_1 = F_2$。

【2-40】 不可以。

【2-41】 不能。

【2-42】 $F_B = 2F$。

【2-43】 相同点:都是转动效应的度量,二者的单位和正负号的规定都相同。

不同点:力对点之矩与矩心有关,除产生转动效应外,还产生沿作用力方向的移动效应。力偶矩与矩心无关,只产生转动效应。

【2-44】 使物体转动。

【2-45】 A.√;B.×;C.×。

【2-46】 可以。

【2-47】 不一定。

【2-48】 一定。

【2-49】 不能;能;一个力偶或平衡。

【2-50】 正确。

【2-51】 正确。

【2-52】 能:A;不能:B,C。

【2-53】 扳手不仅产生力矩,还会产生横向力,它会使丝锥掰断;如果用扳手,为了防止掰断丝锥,用另一只手大拇指顶住丝锥,以抵消丝锥上的横向力。

【2-54】 在力对转轴的矩和力偶矩相等时,转动效应一致。

【2-55】 不一定。

【2-56】 -10 N·m;略。

【2-57】 一定平衡。

【2-58】 不能,因为还要看力偶臂的大小。

【2-59】 不能;能。

【2-60】 力的方向与矩形对角线垂直。

【2-61】 (a)图和(b)图中 B 处约束力相同,其余不同。

【2-62】 略。

【2-63】 相等;用力偶理论可解释。

【2-64】 M。

【2-65】 提示:分别求出 $\boldsymbol{F}_1$ 和 $\boldsymbol{F}_2$ 单独作用时的解,然后叠加。

【2-66】 (b)图中 B 处的约束力大。

【2-67】 都不相等。

【2-68】 提示:

图(a)中,力偶只能与力偶平衡。

图(b)中,研究整体,$\boldsymbol{F}_A$,$\boldsymbol{F}_B$ 必沿 A,B 连线,然后任取一物块可确定 $\boldsymbol{F}_A$,$\boldsymbol{F}_B$ 的方向。

【2-69】 (a)不能;(b)能。

【2-70】 (1)在 A 点可以;(2)不能。

【2-71】 变化。

【2-72】 转动。

【2-73】 平行 BG 连线,指向左下方。

【2-74】 不能。

【2-75】 插入两个平行的槽内,而且两个销钉的位置要错开,错开的距离越大越好。

【2-76】 $\dfrac{4\sqrt{3}M}{3l}$,方向与水平成 60°角,指向右下。

【2-77】 $\dfrac{\sqrt{2}M}{a}$,方向沿 HE 方向。

【2-78】 提示:通过三力平衡汇交定理确定支座 A 的约束力方位,利用力偶只能与力偶平衡确定支座 F 的约束力方位,并确定指向。

【2-79】 图(a)中,A 处约束力铅垂向下,约束力偶顺时针转向,B 处约束力铅垂向上(对 AB 构件)。

图(b)中,A 处约束力铅直向上,B 处约束力铅直向下。

【2-80】 与水平方向成 30°,指向右上方。

【2-81】 与水平方向成 45°,指向右上方。

【2-82】 平衡:(a),(d);不平衡:(b),(c),(e),(f)。

第三章

【3-1】 可能是一个力;不可能是一个力偶;可能是一个力和一个力偶。

【3-2】 一个力偶或平衡。

【3-3】 一个力;一个力偶;一个力和一个力偶;平衡。

【3-4】 一个力;一个力偶;一个力和一个力偶;平衡。

【3-5】 主矢与简化中心的选择无关,而主矩有关。

【3-6】 无关;主矢为零。

【3-7】 主矩不但包含力偶矩,而且包含力矩;无矛盾。

【3-8】 两种情况都不可能,因为一个力偶不能与一个力等效。

【3-9】 可能。

【3-10】 A,C。

【3-11】 A.√;B.×。

【3-12】 不一定。

【3-13】 与原力系等效的一个力称为该力系的合力,它有唯一确定的位置。而力系中各力的矢量和称为该力系的主矢,是数学的一个运算量,没有作用点的概念。

【3-14】 通过 B 点的一个合力。

【3-15】 不对。

【3-16】 不对。

【3-17】 正确。

【3-18】 不可能。

【3-19】 (1) 一个力偶,说明原力系是力偶系,向任一点简化结果都一样。

(2) 一个合力,说明原力系为除力偶系外不平衡的任意力系。

(3) 平衡,说明原力系为平衡力系。

【3-20】 正确。

【3-21】 不是。

【3-22】 一个力偶或平衡。

【3-23】 提示:任选 A 点或 B 点为简化中心,简化结果为主矢、主矩皆不为零,则其简化的最终结果为一合力,以主矢除主矩得一距离,确定合力的作用线。

$$F_R = F_1 - F_2,\ \frac{F_1}{F_2} = \frac{CB}{AC}$$

【3-24】 一个力;一个力偶。

【3-25】 一个合力,大小:$\sqrt{2}F$,作用线与 BD 平行,距离为 a。

【3-26】 通过 A,B 连线的力。

【3-27】 $\boldsymbol{F}_R = -\boldsymbol{i} - \boldsymbol{j}(\mathrm{N})$,$y - x = 1$。

【3-28】 主矢不为零,主矩可能为零,也可能不为零。

【3-29】 垂直于 x 轴且通过取矩点的合力。

【3-30】 一定。

【3-31】 不正确。

【3-32】 不平衡;主矢为零,主矩不为零。

【3-33】 不一定。

【3-34】 不一定。

【3-35】 $\frac{a}{\cos\theta}$。

【3-36】 两个。

【3-37】 提示:设两个坐标系,在两个坐标条内平衡方程有不同的形式,利用坐标变换可以以一种形式的方程表示另外一种形式的方程。

【3-38】 略。

【3-39】 因为内力总是等值、反向、共线且成对出现的;应拆开构件把内力暴露出来。

【3-40】 提示:取整体沿水平方向投影求出 A 点水平方向约束力,取 BC 杆对 B 点取矩求出 C 点约束力,最后再分析整体列两个方程。

分析整体时可以,分析单个杆件时不可以。

【3-41】 不可以。

【3-42】 A.×;B.×;C.√。

【3-43】 不平衡;主矩不为零。

【3-44】 A.√;B.×。

【3-45】 A.×;B.√。

【3-46】 均不能。

【3-47】 不一定。因为当两点连线过汇交点与投影轴垂直时,合力不一定为零。

【3-48】 不一定。当两点连线与平行力的作用线平行且垂直于投影轴时,合力不一定为零。

【3-49】 不一定。因为若此三点共线且和投影轴垂直,则力系不一定平衡。

【3-50】 不一定。因为不能保证主矩为零。

【3-51】 不一定;不可以;可以。

【3-52】 必要条件。

【3-53】 (1) 不可能;(2) 可能;(3) 不可能;(4) 不可能。

【3-54】 (1) 不可能;(2) 可能;(3) 可能;(4) 可能;(5) 不可能;(6) 不可能。

【3-55】 (1) 不能;(2) 能;(3) 能;(4) 不能;(5) 能。

【3-56】 (1) 可能;(2) 可能;(3) 不可能。

【3-57】 主矢为零或主矢、主矩均为零。

【3-58】 A.√;B.×;C.√;D.×;E.√;F.×。

【3-59】 一定可以。

【3-60】 一个力,一个力与一个力偶。

【3-61】 一个力,一个力与一个力偶,平衡。

【3-62】 一个力偶,平衡。

【3-63】 平衡。

【3-64】 一个力偶,平衡。

【3-65】 主矢相等,主矩不等,结果等效。

【3-66】 (c),(d)。

【3-67】 主矢 $F'_{RC}=F'_{RA}$,平行于 BO;主矩:$M_C=\frac{\sqrt{2}}{2}aF'_{RA}$,顺时针。

【3-68】 主矢：$F'_{RB}=\frac{\sqrt{2}}{a}M_O$，平行于 AC；主矩：$M_B=M_O$，顺时针。

【3-69】 主矢：$F'_{RB}=\frac{M_C}{a}$，向上；主矩：$M_B=0$。

【3-70】 主矢：$F'_{RB}=F'_{RC}$，水平向右；主矩：$M_B=F'_{RC}a$，逆时针。

【3-71】 主矢：$F'_{RB}=0$；主矩：$M_B=M_C$。

【3-72】 A.×；B.√；C.×；D.√。

【3-73】 A.×；B.√。

【3-74】 A.×；B.√；C.×。

【3-75】 A.√；B.×；C.×；D.×；E.×。

【3-76】 A.×；B.√；C.×；D.×。

【3-77】 A.×；B.√；C.×。

【3-78】 A.×；B.×；C.√。

【3-79】 A.×；B.×；C.×；D.×；E.√。

【3-80】 A，C。

【3-81】 该力系的简化结果是通过 A，B 两点的力、力偶或平衡。

【3-82】 主矢相等，主矩一般不同；$F'_{RA}=F'_{RO}$，$M_A=M_O+M_A(F'_{RO})$。

【3-83】 一个力偶，大小为$\sqrt{3}lF$，逆时针。

【3-84】 板的中心点 O 沿着 x 轴方向移动和绕中心点 O 的转动。

【3-85】 有。

【3-86】 轴承受力不同。

【3-87】 (1) A.×；B.√；C.×。

(2) A.×；B.×；C.√。

【3-88】 (1) A.√；B.×；C.×；D.×。

(2) A.×；B.×；C.×；D.√。

(3) A.×；B.×；C.√；D.×。

【3-89】 (1) A.√；B.×；C.×；D.√。

(2) A.√；B.√；C.√。

【3-90】 A.×；B.×；C.×；D.√。

【3-91】 (1) 图(e)，(f)；(2) 图(a)，(e)。

【3-92】 A.×；B.×。

【3-93】 A.√；B.×；C.√。

【3-94】 图(a)中：A.×；B.√。

图(b)中；A.√；B.√。

【3-95】 不能。

【3-96】 (1) 不能；(2) 能。

【3-97】 有，过 C 点平行于 F_1 和 F_2 合力作用线上的各点。

【3-98】 投影轴与未知力垂直，矩心取在较多未知力的交点处。

【3-99】 B,C。

【3-100】 两个。

【3-101】 B。

【3-102】 $\begin{cases}\sum F_x=0\\ \sum F_{x_1}=0,\\ \sum M_O=0\end{cases}\begin{cases}\sum F_y=0\\ \sum F_{x_1}=0,\\ \sum M_O=0\end{cases}\begin{cases}F_x=0\\ F_y=0\\ \sum M_O=0\end{cases}$

【3-103】 A,D。

【3-104】 C,D。

【3-105】 B,C,D。

【3-106】 B。

【3-107】 B,C,D。

【3-108】 (1) 能;(2) 不能;(3) 能。

【3-109】 此式说明三个取矩点不共线,所以三个力矩方程是独立的。

【3-110】 独立:B,C;不独立:A。

【3-111】 独立:B;不独立:A,C。

【3-112】 独立:A,B;不独立:C。

【3-113】 提示:

(a) *CD* 杆为二力杆;力偶的平衡性质;*AB*,*DE* 不是二力杆。

(b) *CD* 构件为二力构件;三力平衡汇交定理;力偶平衡性质。

(c) *AC* 构件为二力构件;力偶平衡性质。

(d) *AC* 杆为二力构件;*CED* 杆利用三力汇交定理;取整体由力偶性质确定 *B* 处约束力。

(e) 力偶只能由力偶来平衡。

(f) 三力平衡汇交定理。

(g) 力偶只能由力偶来平衡。

【3-114】 提示:

方法 1:先求出 $\boldsymbol{F}_1$,$\boldsymbol{F}_2$ 的合力,再画约束力。

方法 2:分别画出 $\boldsymbol{F}_1$,$\boldsymbol{F}_2$ 单独作用下的约束力,然后叠加。

【3-115】 提示:

图(a)中,分别求出 *M* 与 *F* 单独作用时的约束力,然后叠加。

图(b)中,左段 *OA* 部分相当一个二力构件,*A* 处约束力应沿 *OA*,从右段可以判别 *B* 处约束力应平行于 *DE*。

【3-116】 取整体为研究对象时,可以;分别取 *AC* 和 *BC* 为研究对象时,不可以,因为作用于 *BC* 上的力偶不能转移到 *AC* 上。

【3-117】 图(a)中,1,3 杆受压,2 杆受拉。

图(b)中,1 杆受拉,2 杆受压,3 杆为零杆。

图(c)中,1 杆受拉,2 杆受压,3 杆为零杆。

图(d)中,1,3 杆受压,2 杆受拉。

【3-118】 (1) *AB* 杆不是二力杆,只有当 $\boldsymbol{F}_1$,$\boldsymbol{F}_2$,$\boldsymbol{F}_3$ 三力合力作用线沿杆轴线时,此受

力图正确。

(2) 不对，*BDC* 是一根杆，取 *BD* 不正确。

(3) 不对，*B*，*D* 处约束力作用线难以确定。

【3-119】 能。

【3-120】 不能；因为主动力和约束力对 *A* 点的力矩和不为零。

【3-121】 设置支撑在 60°斜面上的活动铰支座等；$F_B = F$。

【3-122】 3 个。

【3-123】 无影响。

【3-124】 有变化。

【3-125】 都相同。

【3-126】 $F_T < 3.3F_N$。

【3-127】 取整体用一个方程求出 *A* 处约束力，取 *ACE* 杆用一个方程求出 *E* 处水平方向约束力，取 *DE* 杆用一个方程求 *E* 处铅直方向约束力。力的大小均为 $\frac{M}{a}$。

【3-128】 取 *AB* 杆求出杆 *CB* 受力，取 *CDE* 杆各用一个方程求出 *E* 处水平与铅直方向力，结果为 $F_{Ex} = 0$，$F_{Ey} = -\frac{F}{2}$。

【3-129】 均为 5 kN。

【3-130】 比较未知力、独立平衡方程的数目；(a)，(e)静定问题；(b)，(c)，(d)，(f)超静定问题。

【3-131】 静定：(g)；超静定：(a)，(b)，(c)，(d)，(e)，(f)。

【3-132】 静定：(b)，(d)；超静定：(a)，(c)。

【3-133】 静定：(c)，(d)；超静定：(a)，(b)。

【3-134】 静定；能。

【3-135】 (1) 超静定；(2) 不平衡。

【3-136】 正确：C，D，F；不正确：A，B，E，G，H，I。

【3-137】 杆是直的，杆重不计或均分到节点上，外力作用在节点上，杆两端是铰链连接。

【3-138】 桁架中的杆主要承受拉压，可充分利用材料的拉压特性，减轻结构重量，增大结构跨度，力学计算较为简单。

【3-139】 A.√；B.×。

【3-140】 拿掉零杆，桁架将不稳定；零杆不是余杆，余杆也不一定是零杆；有关。

【3-141】 A.×；B.×。

【3-142】 A.√；B.√；C.×。

【3-143】 F_1，F_2，F_4，F_5 一定为零。

【3-144】 图(a)中，3，9，11 杆为零杆。

图(b)中，1，2，3，4 杆为零杆。

【3-145】 1，5，6。

【3-146】 不一定，本题就不必求支座的约束力；图中 1，2，3，4，5，6，8 杆为零杆。

【3-147】 5杆内力为 F,受拉。

【3-148】 图(a)中,3,5,7,9,11杆。

图(b)中,1,3,4,5,7杆。

图(c)中1,3,4,6,8,10,11杆。

图(d)中,OC,ME,KG杆。

图(e)中,CH,HD,EF,FD,DG,FG,FI杆。

图(f)中,EF,EC,GD,CD杆。

图(g)中,PD,EO,NF,JI,JK,IK,IH,KH,KL,LM杆。

【3-149】 (1) CE杆受压,DE杆受拉。

(2) AB杆和BE杆,EF杆和FH杆,HG杆和GD杆。

(3) 拿掉任何一个上弦杆或下弦杆,桁架都将失稳凹下,因此上弦杆必受压,下弦杆必受拉。

【3-150】 在图(a)中,从1,4,8,10杆处截开取右边部分,由$\sum M_D = 0$可求杆1内力。

在图(b)中,考虑到9杆为零杆,从6,7,9,10杆处截开取左边部分,由$\sum M_A = 0$可求杆7内力。

【3-151】 正确:B,C,D;不正确:A。

【3-152】 正确:C,D;不正确:A,B。

【3-153】 是。

【3-154】 正确:A;不正确:B,C,D。

【3-155】 (1) 抛物线。(2) 悬链线。

第四章

【4-1】 不是。

【4-2】 对。

【4-3】 不对。

【4-4】 是。

【4-5】 计算结果不会改变。

【4-6】 空间力偶等效的条件是力偶矩矢相等。

【4-7】 $\boldsymbol{M}_O(\boldsymbol{F},\boldsymbol{F}') = \boldsymbol{r}_A \times \boldsymbol{F} + \boldsymbol{r}_B \times \boldsymbol{F}' = (\boldsymbol{r}_A - \boldsymbol{r}_B) \times \boldsymbol{F} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F}$。

【4-8】 不是。

【4-9】 设力偶中一力的作用点为A点,一力的作用点为B点,坐标原点取为O,则有:$[\boldsymbol{M}(\boldsymbol{F},\boldsymbol{F}')]_x = [\boldsymbol{r}_{AB} \times \boldsymbol{F}]_x = [(\boldsymbol{r}_B - \boldsymbol{r}_A) \times \boldsymbol{F}]_x = [\boldsymbol{r}_B \times \boldsymbol{F} + \boldsymbol{r}_A \times \boldsymbol{F}']_x = [\boldsymbol{r}_B \times \boldsymbol{F}]_x + [\boldsymbol{r}_A \times \boldsymbol{F}']_x = M_x(\boldsymbol{F}) + M_x(\boldsymbol{F}') = M_x(\boldsymbol{F},\boldsymbol{F}')$

【4-10】 平面力系的合力矩定理、空间力系对轴的合力矩定理为代数量形式,而空间力系对点的合力矩定理为矢量形式。

【4-11】 不是。

【4-12】 正确。

【4-13】 正确。

【4-14】 不对。

【4-15】 对。

【4-16】 对。

【4-17】 A.×;B.√;C.×;D.×。

【4-18】 $Fa\sin\varphi$。

【4-19】 正确。

【4-20】 (1) (3) 可能;(2) (4) 不可能。

【4-21】 力偶系;平衡力系。

【4-22】 主矢不为零,主矩可能为零。

【4-23】 A. 作用线通过 O 点,且垂直于 x 轴。

B. 作用线过 x 轴且垂直于 x 轴。

C. 作用线不通过 x 轴但垂直于 x 轴。

D. 作用线在 Oxy 平面内或通过 O 点。

E. 作用线通过 O 点。

F. 作用线垂直于 Oxy 平面。

G. $F=0$。

H. 作用线在 Oxz 平面内并垂直于 x 轴。

I. 作用线与 x 轴共面(相交或平行),但与 y 轴不共面。

J. 作用线在平行于 Oxy 平面的平面内,且与 x 轴垂直,不与 z 轴相交。

【4-24】 (1) 不能移动;(2) 大小不相等,转向相同。

【4-25】 不一定。

【4-26】 $\boldsymbol{F}'_{RB}=\boldsymbol{F}'_{RA}$, $\boldsymbol{M}_B=\boldsymbol{M}_A+\overrightarrow{BA}\times\boldsymbol{F}'_{RA}$。

【4-27】 无关;因为投影是力螺旋中的力偶。

【4-28】 不正确。

【4-29】 正确。

【4-30】 平衡。

【4-31】 是。

【4-32】 不可能。

【4-33】 不可能。

【4-34】 可能。

【4-35】 不可能。

【4-36】 可能。

【4-37】 不可能。

【4-38】 不可能。

【4-39】 可以。

【4-40】 可以。

【4-41】 可以。

【4-42】 正确。

【4-43】 不正确。

【4-44】 正确。

【4-45】 正确。

【4-46】 正确。

【4-47】 不正确。

【4-48】 不可以。

【4-49】 可以。

【4-50】 可以。

【4-51】 可以。

【4-52】 正确:A,C;不正确:B。

【4-53】 一个力;一个力、力螺旋。

【4-54】 不可能。

【4-55】 提示:力螺旋中的力偶矩是向任一点简化的主矩在主矢方向的分量。

【4-56】 可以;图略,提示:把主矩用两个力表示,其中一力与主矢共点。

【4-57】 (1) 相等;(2) 沿 A,B 两点连线。

【4-58】 一个力、一个力偶或平衡。

【4-59】 可能。

【4-60】 主矢、主矩一般呈垂直的情况,不会出现主矢与主矩平行或成任意角度的情况(垂直除外);最后的结果是一个力、一个力偶或平衡。

【4-61】 (1) 能;(2) 不能;(3) 力螺旋。

【4-62】 (1) 能;(2) 能;(3) 能;(4) 不能。

【4-63】 不一定。

【4-64】 一定。

【4-65】 不一定。

【4-66】 平衡。

【4-67】 合力(通过这两点)或平衡。

【4-68】 平衡。

【4-69】 合力(过此点且与投影轴垂直)或平衡。

【4-70】 合力(过此点且与两投影轴所在的平面垂直)或平衡。

【4-71】 平衡。

【4-72】 平衡。

【4-73】 合力偶或平衡。

【4-74】 合力偶或平衡。

【4-75】 (1) 主矢平行于 z 轴,主矩垂直于 z 轴。

(2) 主矢与主矩均平行于 z 轴。

(3) 主矢平行于 z 轴,主矩垂直于 x 轴。

(4) 主矢垂直于 x 轴,主矩平行于 x 轴。

(5) 主矢垂直于 x 轴,主矩垂直于 x 轴。

【4-76】 过 A,B 两点连线的一个力或平衡。

【4-77】 (1) 不等;(2) 相等。

【4-78】 (1) $\boldsymbol{M}_B = Fa(\boldsymbol{j}-\boldsymbol{k})$; (2) $\boldsymbol{F}'_{RC} = -F\boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{M}_C = -Fa\boldsymbol{k}$。

【4-79】 (1) $F_R = \dfrac{M_A}{a}$;(2) $\boldsymbol{F}'_{RC} = \dfrac{M_A}{a}\boldsymbol{k}$, $\boldsymbol{M}_C = -M_A\boldsymbol{j}$。

【4-80】 (1) $\boldsymbol{M}_{C'} = 3\boldsymbol{i}+4\boldsymbol{j}+5\boldsymbol{k}$;(2) 一定相等;(3) 一定为零。

【4-81】 (1) C;(2) A,C。

【4-82】 B,D。

【4-83】 B,D。

【4-84】 不正确。

【4-85】 正确。

【4-86】 正确。

【4-87】 正确。

【4-88】 (1) 一个力、一个力偶、力螺旋、平衡;(2) 一个力偶、平衡;(3) 一个力、一个力偶、力螺旋、平衡;(4) 一个力偶、平衡;(5) 一个力;(6) 一个力偶、平衡。

【4-89】 一定。

【4-90】 不一定。

【4-91】 空间任意力系简化的最终结果为合力、合力偶、力螺旋、平衡四种情况,分别考虑两个力能否与一个力、一个力偶、力螺旋(力螺旋可以看成空间不确定的两个力)、平衡四种情况平衡。

【4-92】 (1) $F_{1x} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ kN, $F_{1y} = 0$, $F_{1z} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ kN。

$F_{2x} = -\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ kN, $F_{2y} = -\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ kN, $F_{2z} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$ kN。

$M_x(\boldsymbol{F}_1) = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ kN·m, $M_y(\boldsymbol{F}_1) = 0$, $M_z(\boldsymbol{F}_1) = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ kN·m。

$M_x(\boldsymbol{F}_2) = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$ kN·m, $M_y(\boldsymbol{F}_2) = -\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ kN·m, $M_z(\boldsymbol{F}_2) = 0$。

(2) $\boldsymbol{F}'_R = \left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)\boldsymbol{i} - \dfrac{\sqrt{3}}{3}\boldsymbol{j} + \left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)\boldsymbol{k}$ kN。

$\boldsymbol{M}_O = \left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)\boldsymbol{i} - \dfrac{\sqrt{3}}{3}\boldsymbol{j} - \dfrac{\sqrt{2}}{2}\boldsymbol{k}$ kN·m。

(3) 最终结果为力螺旋。

【4-93】 (1) 不能;(2) 不能。

【4-94】 主矢相同,主矩不同。

【4-95】 正确:B;不正确:A,C。

【4-96】 是。

【4-97】 对。

【4-98】 (a)力螺旋;(b)一个力;(c)一个力偶;(d)一个力;(e)一个力;(f)力螺旋。

【4-99】 一个力偶或平衡。

【4-100】 (a) (1);(b) (2);(c) (4);(d) (3);(e) (1);(f) (1)。

【4-101】 $\cos\alpha=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos\beta=0$, $\cos\gamma=\frac{\sqrt{2}}{2}$。

【4-102】 (1) A.√;B.×;C.×;D.√。

(2) A.×;B.√;C.×;D.×。

(3) A.×;B.×;C.√;D.×。

(4) A.√;B.√;C.×;D.√。

【4-103】 (1) B;(2) B,C;(3) D。

【4-104】 (1) A 不一定;B 一定;C 不一定;D 一定;E 不一定。

(2) A 可能;B 可能;C;不可能;D 不可能。

(3) 正确 A,B,D,F,G;不正确 C,E,H。

【4-105】 (1) 能;(2) 不能;(3) 不能;(4) 不能;(5) 不能;(6) 能。

【4-106】 (1) 力螺旋;(2) 一个力。

【4-107】 (a),(c),(d)。

【4-108】 (1) 能;(2) 不能;(3) 不能。

【4-109】 都不一定。

【4-110】 不可以。

【4-111】 不可以。

【4-112】 不可以。

【4-113】 不正确;独立的平衡方程仍为 6 个,因为在三个投影轴上重复投影两遍。

【4-114】 (1) 5 个;(2) 5 个;(3) 4 个;(4) 5 个;(5) 5 个;(6) 5 个;(7) 3 个;(8) 5 个;(9) 4 个;(10) 4 个;(11) 4 个。

【4-115】 (1) 5 个;(2) 6 个;(3) 5 个;(4) 6 个。

【4-116】 (1) 不独立;(2) 不独立;(3) 不独立;(4) 可能;(5) 可能;(6) 不独立;(7) 可能。

【4-117】 均为六个。

【4-118】 C。

【4-119】 不对。

【4-120】 不可以;不能说明主矩为零。

【4-121】 (1) 可以;力矩轴不得通过汇交点,不得与两投影轴垂直。

(2) 可以;两力矩轴不得通过汇交点,不得在过汇交点与投影轴平行的平面内,不得相互平行。

(3) 可以;力矩轴不得通过汇交点,三轴不得共面。

【4-122】 一般不重合。

【4-123】 重心的坐标会改变;重心的位置不会改变。

【4-124】 如同测重心距前后轮距离的方法,把一侧车轮放在磅秤上,另一侧车轮放在地面上。

【4-125】 (1) 变;(2) 不变;(3) 变。

【4-126】 否。

【4-127】 445 mm; 136.6 mm。

【4-128】 对过 B,C 的轴取矩,可求 A 点约束力,对过 A,C 的轴取矩,可求 B 点约束力。

【4-129】 $x_C = 2.68$ m, $y_C = 1.18$ m。

【4-130】 不是。

【4-131】 超静定的。

【4-132】 (1) 6 根杆;(2) 不能;(3) 不能。

【4-133】 (a),(c)超静定的;(b)静定的。

第五章

【5-1】 错。

【5-2】 错。

【5-3】 对。

【5-4】 对。

【5-5】 错。

【5-6】 对。

【5-7】 错。

【5-8】 错。

【5-9】 对。

【5-10】 错。

【5-11】 错。

【5-12】 错。

【5-13】 对。

【5-14】 错。

【5-15】 需根据平衡条件或动力学条件求其滑动摩擦力。不等于动滑动摩擦力。不等于最大静滑动摩擦力。

【5-16】 错。

【5-17】 当水平推力为 10 N,20 N 时,物块平衡,摩擦力分别为 10 N,20 N。当水平推力为 40 N 时,物块不平衡,摩擦力应为动摩擦力,由于不知动滑动摩擦因数,无法计算摩擦力。

【5-18】 摩擦力为 100 N。

【5-19】 图 a 中的施力方式省力:$\theta = \arctan f_s$。

【5-20】 斜面倾角大于摩擦角,物块下滑,由于不知动滑动摩擦因数,无法计算摩擦力。最小力为 83 N。

【5-21】 三角胶带传递的拉力大。取平胶带与三角胶带横截面分析正压力,可见三角胶带的正压力大于平胶带的正压力。

【5-22】 方牙螺纹的法向约束力较小,因此产生的摩擦力较小,三角螺纹的法向约束力较大,因此产生的摩擦力较大。

【5-23】 $\theta < \arctan 0.5 = 26.56°$。

【5-24】 物块不动。主动力合力的作用线在摩擦角内且向下。

【5-25】 $\theta \leqslant 2\varphi_f$。

【5-26】 人的活动范围在距 A 为 $l\cos^2(30^\circ + \varphi_f)$，距 B 为 $l\cos^2(60^\circ + \varphi_f)$的区域之内。

【5-27】 都达到最大值。不相等。若 A，B 两处均未达到临界状态，则不能分别求出 A，B 两处的静滑动摩擦力。

【5-28】 设地面光滑，考虑汽车前轮(被动轮)、后轮(主动轮)在力作用下相对地面运动的情况，可知汽车前后轮摩擦力的方向不同，主动轮摩擦力向前，被动轮摩擦力向后。自行车也一样。图略。

【5-29】 6.7 kN。

【5-30】 500 N。

【5-31】 滑动：$50\sqrt{3}/3$ N。

【5-32】 $F_s = F$；$M_f = FR$。

【5-33】 不正确。F_N 的作用线应向右偏移 b。距离 b 可由平衡条件求出：$b = Fa/(2P)$。

【5-34】 设杆 AB 的作用力 F_R 与铅垂线间的夹角为 φ(图略)，只要证明 $\varphi \leqslant \varphi_f$ 时，不论 F 为何值，物体均能平衡：因为 $f_s \geqslant \operatorname{ctg}\theta$ 即 $\tan\varphi_f \geqslant \operatorname{ctg}\theta = \operatorname{ctg}(90^\circ - \varphi) = \tan\varphi$，所以 $\varphi \leqslant \varphi_f$。

【5-35】 $F = 15$ kN。

【5-36】 13.66 kN。

【5-37】 P，0。

【5-38】 $\arctan f_s$。

【5-39】 35.35 kN。

【5-40】 翻倒；$F = 0.683P$。

【5-41】 $F_s = 0$；$M_f = 30$ N·mm。

【5-42】 B。

【5-43】 C。

【5-44】 D。

【5-45】 C。

【5-46】 D。

【5-47】 D。

【5-48】 A。

【5-49】 A，A，A。

【5-50】 C。

【5-51】 B。

【5-52】 A。

【5-53】 C。

【5-54】 C。

【5-55】 C。

【5-56】 C。

【5-57】 C。

【5-58】 A。

【5-59】 $f_s=0.2$ 时，(a) 最省力；$f_s=0.4$ 时，(c) 最省力；$f_s=2-\sqrt{3}$ 时。

【5-60】 均不能。

【5-61】 当水平推力较小时，主动力的合力(包括重物重量)仍在摩擦角之内。

【5-62】 (1) A；(2) B。

【5-63】 B。

【5-64】 A.√；B.×；C.×。

【5-65】 (1) 均不唯一。(2) 提示：用三力平衡汇交定理。

【5-66】 放在水平面上，不能；放在斜面上，可以。

【5-67】 不能。应考虑其是否处于临界平衡状态。

【5-68】 能。

【5-69】 (1) B，C 一起运动。

(2) C 动，B 不动。

(3) B，C 均不动。

【5-70】 A.×；B.×。

【5-71】 临界平衡状态时对，非临界平衡状态时不对。

【5-72】 (1) (a) 图不能，此相当于一个超静定问题；(b) 图能，这是一个静定问题。

(2) 能。此时可设系统处于临界平衡状态。

【5-73】 (1) (a) 不能，(b) 能。

(2) (a)，(b) 都不能。

(3) (a) 为超静定，(b) 为静定。

【5-74】 A.×；B.×。

【5-75】 (1) (a) 不能，(b) 能。

(2) (a)，(b) 皆不能。

(3) (a)，(b) 皆为超静定问题。

【5-76】 (1) (a)，(b) 皆不唯一。

(2) (a)，(b) 皆为超静定。

(3) (a) 不可能；(b) 可能。

(4) (a) 可能；(b) 不可能。

(5) 能。

(6) 静定。

【5-77】 提示：两手指上的法向约束力与铅笔重心位置有关，再根据静滑动摩擦因数大于动滑动摩擦因数，即可解释这一现象。

【5-78】 B，A，A。

【5-79】 不正确。几何形状对称，受力并不对称，$F_{NA}\neq F_{NB}$。

【5-80】 A.×；B.×；C.√。

【5-81】 A.√；B.×；C.√；D.×。

【5-82】 (1) 不能;(2) $F_B = f_{sB}F_A$;(3) 非临界平衡状态时,有 3 个平衡方程,4 个未知量,超静定问题;临界平衡状态时,有 3 个平衡方程,4 个未知量,可用 $F_s = f_s F_N$,是静定问题。

第六章

【6-1】 (1) $\frac{d\boldsymbol{r}}{dt} = \boldsymbol{v}$, $\frac{ds}{dt} = v$, $\frac{dx}{dt} = v_x$

(2) $\frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \boldsymbol{a}$, $\frac{dv}{dt} = a_\tau$, $\frac{dv_x}{dt} = a_x$

【6-2】 点的运动方程可确定点的轨迹、速度、加速度等,而点的轨迹方程只能确定点的轨迹。一般情况下,由点的运动方程可求得点的轨迹,但只由点的轨迹方程不能求得运动方程。

【6-3】 否,否,否。

【6-4】 不能。还需要知道初始位置 $\boldsymbol{r}_0$ 和初始速度 $\boldsymbol{v}_0$。

【6-5】 不同。位移表示点位置的改变,是矢量;路程表示点沿轨迹走过的长度,是算术量;弧坐标是确定点在空间位置的一种方法,是代数量。

【6-6】 (1) 可得速度、加速度、轨迹等;(2) 可得速度、切向加速度大小。

【6-7】 略。

【6-8】 是。

【6-9】 不相同,$\frac{d\boldsymbol{v}}{dt}$表示的是点的全加速度矢 $\boldsymbol{a}$,$\frac{dv}{dt}$表示的是点的切向加速度的大小 a_τ;$\frac{d\boldsymbol{r}}{dt}$表示的是点的速度矢 $\boldsymbol{v}$,$\frac{dr}{dt}$表示的是点的矢径的长度对时间的变化率。

【6-10】 对。

【6-11】 不对。$a_\tau = \frac{dv}{dt}$, $\left|\frac{d\boldsymbol{v}}{dt}\right| = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}$。

【6-12】 不对,平均加速度 $\boldsymbol{a}^* = (\boldsymbol{v}_2 - \boldsymbol{v}_1)/(t_2 - t_1)$。

【6-13】 在 v_x 已知且 $v_x \neq 0$ 与$\frac{dy}{dx}$存在的情况下,可求出 $\boldsymbol{v}$, $\boldsymbol{a}_\tau$, $\boldsymbol{a}_n$, $\boldsymbol{a}$。在 v_x 已知且是时间函数的情况下,$a_x = \dot{v}_x$。

【6-14】 不正确。因为 $v \neq \frac{dr}{dt}$, $a \neq \frac{d^2r}{dt^2}$。应利用 $v_x = \dot{x}$, $v_y = \dot{y}$, $a_x = \ddot{x}$、$a_y = \ddot{y}$ 来求解。

【6-15】 能。由 $\boldsymbol{\tau} = \frac{\boldsymbol{v}}{v}$来确定。

【6-16】 (1) 静止或匀速直线运动。

(2) 变速直线运动。

(3) 匀速曲线运动。

(4) 变速曲线运动。

【6-17】 可能为直线运动或该瞬时速度为零的曲线运动。

【6-18】 可能为静止或匀速直线运动。

【6-19】 错,因为 $\boldsymbol{v}$, $\boldsymbol{a}$ 方向及 $\boldsymbol{a}_n$ 还依赖于点的轨迹。

【6-20】 A.√;B.×;C.×。

【6-21】 A.√;B.√;C.×;D.×。

【6-22】 A.×;B.×;C.×;D.√。

【6-23】 A.×;B.×;C.×。

【6-24】 A,C,B。

【6-25】 A.×;B.×;C.×;D.×。

【6-26】 (1) $a_n = \frac{C^2 t^2}{R}$;(2) $a_n = \frac{C^2 t^4}{4R}$。

【6-27】 新的矢量,矢端图,在该轴上投影。

【6-28】 完全相同。

【6-29】 错。

【6-30】 错。

【6-31】 对。

【6-32】 错。只有点的法向加速度恒为零时才正确。当某瞬时 $v=0$ 时 $a_n=0$,但 $\rho \neq 0$。

【6-33】 错。因为 $v=$ 常数,则 $a_t=0$,但一般 $a_n \neq 0$。

【6-34】 A,D;B,D。

【6-35】 B。

【6-36】 不一定成立,若 $a_t = f(t) \neq C$,则不成立。

【6-37】 B。

【6-38】 作匀速曲线(直线)运动或静止;作直线运动或作曲线运动但速度为零;静止或者作匀速直线运动。

【6-39】 一般情况下上述结论均正确,但若两动点作直线运动(曲线运动的特殊情况),法向加速度均为零,但任一瞬时的切向加速度不一定相同,从而速度、运动方程也不一定相同。

【6-40】 (1) $a_t \equiv 0$, $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}_n$。

(2) $a_n = 0$, $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}_t$。

(3) $a_n \equiv 0$, $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}_t$。

(4) $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}_t + \boldsymbol{a}_n$。

【6-41】 (1) 不一定。

(2) 正确。

(3) 不一定。

【6-42】 (1) 静止、匀速直线或匀速曲线运动。

(2) 静止、直线运动或曲线运动(在曲线拐点处)。

(3) 静止或匀速直线运动。

(4) 匀变速直线运动。

(5) 直线运动。

(6) 变速直线运动或曲线运动。

【6-43】 A.√;B.√;C.√;D.√;E.√;F.√;G.×;H.×;I.√;J.√。

【6-44】 不对。$a_t = 12\ t$，$a_n \neq 0$。

【6-45】 C。

【6-46】 D。

【6-47】 D。

【6-48】 D。

【6-49】 (1) 不是,(2) 有可能,(3) 不可能。

【6-50】 A.×;B.×;C.×;D.√;E.√;F.√。

【6-51】 最低点,最高点。

【6-52】 D,E。

【6-53】 C,D,E。

【6-54】 略。

【6-55】 可能的点:A,B,D;不可能的点:C,E,F,G。

【6-56】 (a) 不可能,(b) 可能,(c) 不可能。

【6-57】 不对。这样求出的速度只是 D 点速度的一部分。

【6-58】 不合适。B,C 两点加速度有突变,这相当于火车在 B,C 两点受到冲击。

【6-59】 (1) 只有法向加速度;(2),(3) 均有切向加速度,法向加速度。图略。

【6-60】 加速度越来越大,跑的既不快,也不慢。

【6-61】 不一定。

【6-62】 静止;返程中作匀加速直线运动;△Oab 与△cde 面积的和;0。

第七章

【7-1】 不对,也可以为曲线。

【7-2】 不可以。

【7-3】 不一定。必须各点轨迹相同。

【7-4】 对。

【7-5】 D。

【7-6】 A,C。

【7-7】 A,B,C。

【7-8】 对。

【7-9】 三个方程(坐标)。

【7-10】 对。$\tan\theta = \frac{\alpha}{\omega^2}$。

【7-11】 错。转动方程的确定还与初始时的转角、角速度有关。

【7-12】 不对。还应考虑角速度的正负。

【7-13】 不对,应为 $\omega = \int_0^t \alpha\,\mathrm{d}t$。仅当 α = 常量时,$\omega = \omega_0 + \alpha t$。

【7-14】 改变。因为 $\tan\theta = \frac{\alpha}{\omega^2} = C$(非零常数),若 ω 非常数,则 α 也非常数。

【7-15】 对。

【7-16】 A.×;B.×;C.×;D.×;E.√。

【7-17】 错。

【7-18】 错。

【7-19】 A. 不一定,B. 不一定,C. 一定。

【7-20】 不是。在刚体上或其扩展部分找不到不动的两点。

【7-21】 不正确,当 ω 为常数时正确。

【7-22】 滑移矢量;用右手螺旋规则。

【7-23】 $\boldsymbol{\omega}$,$\boldsymbol{\alpha}$ 同向为加速转动,$\boldsymbol{\omega}$,$\boldsymbol{\alpha}$ 反向为减速转动。

【7-24】 A。

【7-25】 提示:把 $\boldsymbol{i}'$,$\boldsymbol{j}'$,$\boldsymbol{k}'$作为 $\boldsymbol{r}$ 考虑。

【7-26】 A.×;B.√;C.×;D.√。

【7-27】 条件(1)、(2)、(3)、(5)是充分的,条件(4)不充分。

【7-28】 (1) 轨迹,速度,加速度。(2) 角速度,角加速度,半径。

【7-29】 不一定。如各点轨迹均为圆周的刚体平移等。

【7-30】 不正确。刚体作平移时,各点的轨迹也可以是空间曲线。刚体绕定轴转动时,转轴外各点的轨迹一定是圆(或圆弧)。

【7-31】 各点作圆周运动的刚体平移时,圆周的半径相等,而定轴转动刚体上半径不同的各点作半径不同的圆周运动。

【7-32】 (a) 可能,(b) 不可能,(c) 不可能,(d) 不可能,(e) 可能,(f) 不可能,(g) 可能。

【7-33】 提示:根据刚体定轴转动与平移的特点及速度、加速度的计算公式。

【7-34】 提示:刚体上各点全加速度方向与半径夹角相同,加速度大小与半径成正比。

【7-35】 C。

【7-36】 (a),(c) 不可能,(b) 可能。

【7-37】 略。

【7-38】 不对。因为物块不是鼓轮上的点,这种度量 φ 角的方法不正确。

【7-39】 100 mm, 1 rad/s, 1 rad/s^2。

【7-40】 500, OB, 30°。

【7-41】 2 rad/s, 3 rad/s^2。

【7-42】 $v_D = v_A = r\omega$, $a_D = a_A = r\omega^2$。图略。

【7-43】 $a_C = r\sqrt{\alpha + \omega^4}$; $a_{C'} = \alpha r$,图略。

【7-44】 $r\omega$, $r\omega^2$。图略。

【7-45】 $L\omega^2$,水平向左。

【7-46】 点 A,点 B,点 D。

【7-47】 C。

【7-48】 图(a)系统,图(c)系统。

【7-49】 C。

第八章

【8-1】 略。

【8-2】 略。

【8-3】 选择动点与动系，分析三种运动，画出速度平行四边形，解速度平行四边形（三角形）；求速度时，动系作平移或转动没有区别。

【8-4】 不可以；速度平行四边形为一平面图形。

【8-5】 不可以；无相对运动。

【8-6】 动系空间中与动点重合的点的速度与加速度是牵连速度与牵连加速度。动系中任何一点的速度和加速度一般不是牵连速度与牵连加速度。

【8-7】 动点和动系的选择原则，动点与动系不能选在同一刚体上，否则无相对运动；应使动点的相对轨迹易于确定，否则难以求解且易出错。

相对轨迹不清楚，易于求出 O_1B 的角速度，但难以求出其角加速度。

【8-8】 均有错误。图(a)中的 $\boldsymbol{v}_r$ 方向应与图示反向，图(b)中 $\boldsymbol{v}_e$ 方向错误，其 $\boldsymbol{v}_r$ 方向应与图示反向。

【8-9】 图(a)中速度平行四边形不对。图(b)中虽然可认为 ω = 常量，但不能认为 v_{BC} = 常量，故 a_{BC} 不等于零。图(c)中投影式不对，应为 $a_a\cos\varphi = -a_C$。

【8-10】 (1) 以 AB 为半径、A 为圆心的圆；

(2) $v_r = lk$，垂直于 AB；$a_r = lk^2$，沿 BA 指向 A 点。

【8-11】 略。

【8-12】 当动系作平移时，$\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}_e}{\mathrm{d}t} = \boldsymbol{a}_e$，$\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}_r}{\mathrm{d}t} = \boldsymbol{a}_r$。则 $\boldsymbol{a}_a = \boldsymbol{a}_e + \boldsymbol{a}_r$ 成立。当动系作转动时，$\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}_e}{\mathrm{d}t} = \boldsymbol{a}_e + \boldsymbol{\omega}_e \times \boldsymbol{v}_r$，$\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}_r}{\mathrm{d}t} = \boldsymbol{a}_r + \boldsymbol{\omega}_e \times \boldsymbol{v}_r$，则 $\boldsymbol{a}_a \neq \boldsymbol{a}_e + \boldsymbol{a}_r$。

【8-13】 求绝对导数，则 $\boldsymbol{a}_a^t = \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}_a}{\mathrm{d}t}$ 正确，求相对导数，则 $\boldsymbol{a}_r^t = \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}_r}{\mathrm{d}t}$ 正确，而 $a_a^n = \dfrac{v_a^2}{\rho_a}$，$a_e^n = \dfrac{v_e^2}{\rho_e}$，$a_r^n = \dfrac{v_r^2}{\rho_r}$ 均正确。

【8-14】 不一定。

【8-15】 进行第一次合成运动分析，先求出相对定系的绝对速度 $\boldsymbol{v}_{a1}$，绝对加速度 $\boldsymbol{a}_{a1}$；以定系的运动为牵连运动，进行第二次合成运动分析，相对定系的 $\boldsymbol{v}_{a1}$，$\boldsymbol{a}_{a1}$ 则为相对速度 $\boldsymbol{v}_{r2}$，相对加速度 $\boldsymbol{a}_{r2}$，再按 $\boldsymbol{v}_{a2} = \boldsymbol{v}_{e2} + \boldsymbol{v}_{r2}$，$\boldsymbol{a}_{a2} = \boldsymbol{a}_{e2} + \boldsymbol{a}_{r2} + \boldsymbol{a}_{C2}$ 求解。

【8-16】 在 $\boldsymbol{v}_e = \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$ 中，$\boldsymbol{r}$ 为动点与动系重合点的绝对矢径，该点在动系中的坐标 x'，y'，z' 不变，因此在 $\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$ 中只含有 $\boldsymbol{r}_O$ 及 $\boldsymbol{i}'$，$\boldsymbol{j}'$，$\boldsymbol{k}'$ 对时间的导数。

在 $\boldsymbol{v}_a = \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$ 中，$\boldsymbol{r}$ 为动点的绝对矢径，该点在动系中的坐标 x'，y'，z' 随时间变化，因此在 $\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$ 中含有 $\boldsymbol{r}_O$，$\boldsymbol{i}'$，$\boldsymbol{j}'$，$\boldsymbol{k}'$ 及 x'，y'，z' 对时间的导数。

$\boldsymbol{a}_e$中的$\frac{d\boldsymbol{r}^2}{dt^2}$对$x'$，$y'$，$z'$的导数为零，$\boldsymbol{a}_a$中的$\frac{d\boldsymbol{r}^2}{dt^2}$对$x'$，$y'$，$z'$的导数不为零。

【8-17】 (1) $\boldsymbol{a}_r = \frac{d^2x'}{dt^2}\boldsymbol{i}' + \frac{d^2y'}{dt^2}\boldsymbol{j}' + \frac{d^2z'}{dt^2}\boldsymbol{k}'$。

(2) $\boldsymbol{v}_e = \boldsymbol{\omega}_e \times \boldsymbol{r}$。

(3) $\boldsymbol{a}_e = \boldsymbol{\alpha}_e \times \boldsymbol{r} + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{v}_e$。

(4) $\boldsymbol{a}_e = \frac{d^2\boldsymbol{r}'_O}{dt^2} + x'\frac{d^2\boldsymbol{i}'}{dt^2} + y'\frac{d^2\boldsymbol{j}'}{dt^2} + z'\frac{d^2\boldsymbol{k}'}{dt^2}$。

(5) $\frac{d\boldsymbol{v}_e}{dt} = \boldsymbol{a}_e + \boldsymbol{\omega}_e \times \boldsymbol{v}_r$。

(6) $\frac{d\boldsymbol{v}_e}{dt} = \boldsymbol{\alpha}_e \times \boldsymbol{r} + \boldsymbol{\omega}_e \times \boldsymbol{v}_e + \boldsymbol{\omega}_e \times \boldsymbol{v}_r$。

(7) $\frac{d\boldsymbol{v}_e}{dt} = \frac{d^2\boldsymbol{r}'_O}{dt^2} + x'\frac{d^2\boldsymbol{i}'}{dt^2} + y'\frac{d^2\boldsymbol{j}'}{dt^2} + z'\frac{d^2\boldsymbol{k}'}{dt^2} + \frac{dx'}{dt}\frac{d\boldsymbol{i}'}{dt} + \frac{dy'}{dt}\frac{d\boldsymbol{j}'}{dt} + \frac{dz'}{dt}\frac{d\boldsymbol{k}'}{dt}$。

(8) $\frac{d\boldsymbol{v}_r}{dt} = \frac{d^2x'}{dt^2}\boldsymbol{i}' + \frac{d^2y'}{dt^2}\boldsymbol{j}' + \frac{d^2z'}{dt^2}\boldsymbol{k}' + \frac{dx'}{dt}\frac{d\boldsymbol{i}'}{dt} + \frac{dy'}{dt}\frac{d\boldsymbol{j}'}{dt} + \frac{dz'}{dt}\frac{d\boldsymbol{k}'}{dt}$。

(9) $\frac{d\boldsymbol{v}_r}{dt} = \boldsymbol{a}_r + \boldsymbol{\omega}_e \times \boldsymbol{v}_r = \boldsymbol{a}_r + \frac{dx'}{dt}\frac{d\boldsymbol{i}'}{dt} + \frac{dy'}{dt}\frac{d\boldsymbol{j}'}{dt} + \frac{dz'}{dt}\frac{d\boldsymbol{k}'}{dt}$。

(10) $\boldsymbol{a}_a = \frac{d^2\boldsymbol{r}'_O}{dt^2} + x'\frac{d^2\boldsymbol{i}'}{dt^2} + y'\frac{d^2\boldsymbol{j}'}{dt^2} + z'\frac{d^2\boldsymbol{k}'}{dt^2} + \frac{d^2x'}{dt^2}\boldsymbol{i}' + \frac{d^2y'}{dt^2}\boldsymbol{j}' + \frac{d^2z'}{dt^2}\boldsymbol{k}'$
$+ 2\left(\frac{dx'}{dt}\frac{d\boldsymbol{i}'}{dt} + \frac{dy'}{dt}\frac{d\boldsymbol{j}'}{dt} + \frac{dz'}{dt}\frac{d\boldsymbol{k}'}{dt}\right)$。

【8-18】 不正确。$\boldsymbol{\omega}_e$与$\boldsymbol{v}_r$应在同一坐标系里表示。

【8-19】 静力学平衡方程中，等式的一侧是零；速度和加速度合成定理的投影出现在等式两边，大部分情况下两边均不为零。

【8-20】 $\boldsymbol{v}_{21} = (\dot{x}_2 - \dot{x}_1)\boldsymbol{i} + (\dot{y}_2 - \dot{y}_1)\boldsymbol{j} + (\dot{z}_2 - \dot{z}_1)\boldsymbol{k}$

$\boldsymbol{a}_{21} = (\ddot{x}_2 - \ddot{x}_1)\boldsymbol{i} + (\ddot{y}_2 - \ddot{y}_1)\boldsymbol{j} + (\ddot{z}_2 - \ddot{z}_1)\boldsymbol{k}$

【8-21】 对。

【8-22】 (1) $\boldsymbol{v}_a = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt} = \frac{d\boldsymbol{r}'_O}{dt} + \frac{dx'}{dt}\boldsymbol{i}' + \frac{dy'}{dt}\boldsymbol{j}' + \frac{dz'}{dt}\boldsymbol{k}' + x'\frac{d\boldsymbol{i}'}{dt} + y'\frac{d\boldsymbol{j}'}{dt} + z'\frac{d\boldsymbol{k}'}{dt}$

(2) $\boldsymbol{v}_e = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt} = \frac{d\boldsymbol{r}'_O}{dt} + x'\frac{d\boldsymbol{i}'}{dt} + y'\frac{d\boldsymbol{j}'}{dt} + z'\frac{d\boldsymbol{k}'}{dt}$

【8-23】 对。

【8-24】 对。

【8-25】 错。$\boldsymbol{a}_C = 2\boldsymbol{\omega}_e \times \boldsymbol{v}_r$。

【8-26】 当$\boldsymbol{\omega}_e = 0$或$\boldsymbol{v}_r = 0$或$\boldsymbol{\omega}_e // \boldsymbol{v}_r$。

【8-27】 错。当某瞬时$\boldsymbol{v}_r = 0$，或$\boldsymbol{\omega}_e = 0$，或$\boldsymbol{v}_r // \boldsymbol{\omega}_e$时，$\boldsymbol{a}_C = 0$。

【8-28】 对，因为$\boldsymbol{\omega}_e // \boldsymbol{v}_r$，所以$\boldsymbol{a}_C = 0$。

【8-29】 不确切。当刚体作变速转动时，每一瞬时动点的牵连加速度不相等。

【8-30】 提示：$\frac{d\boldsymbol{i}'}{dt} = \boldsymbol{\omega}_e \times \boldsymbol{i}'$，$\frac{d\boldsymbol{j}'}{dt} = \boldsymbol{\omega}_e \times \boldsymbol{j}'$，$\frac{d\boldsymbol{k}'}{dt} = \boldsymbol{\omega}_e \times \boldsymbol{k}'$。

【8-31】 A.×;B.×;C.×;D.×;E.×。

【8-32】 有可能。当$\boldsymbol{\omega}_e$与$\boldsymbol{v}_r$平行时。

【8-33】 C,D。

【8-34】 设动点为M,静系为xOy,动系为极坐标系,动系绕O轴作定轴转动,动点M沿着极径作相对运动,则$a_e^t = r\ddot{\varphi}$,$a_e^n = r\dot{\varphi}^2$,$a_r = \ddot{r}$,$a_C = 2\dot{\varphi}\dot{r}$,按公式$\boldsymbol{a}_a = \boldsymbol{a}_e^t + \boldsymbol{a}_e^n + \boldsymbol{a}_r + \boldsymbol{a}_C$求出绝对加速度沿着极径,极角方向投影即可。

【8-35】 A.√;B.×;C.×;D.√。

【8-36】 E。

【8-37】 (1) $\boldsymbol{a}_a = \boldsymbol{a}_a^t + \boldsymbol{a}_a^n = \boldsymbol{a}_e + \boldsymbol{a}_r^t + \boldsymbol{a}_r^n$。

(2) $\boldsymbol{a}_a = \boldsymbol{a}_a^t + \boldsymbol{a}_a^n = \boldsymbol{a}_e^t + \boldsymbol{a}_e^n + \boldsymbol{a}_r^t + \boldsymbol{a}_r^n$。

(3) $\boldsymbol{a}_a = \boldsymbol{a}_a^t + \boldsymbol{a}_a^n = \boldsymbol{a}_e^t + \boldsymbol{a}_e^n + \boldsymbol{a}_r^t + \boldsymbol{a}_r^n + \boldsymbol{a}_C$

【8-38】 在平面问题中是。但在空间问题中,$\boldsymbol{a}_a = \boldsymbol{a}_e + \boldsymbol{a}_r + \boldsymbol{a}_C$相当于三个代数方程。

【8-39】 不好。相对轨迹难以确定。

【8-40】 B。

【8-41】 A.√;B.×;C.×。

【8-42】 v_e计算正确,a_e^t计算不正确。由牵连加速度的定义,此时有$a_e^t = 0$,而不是$a_e^t = -2R\omega^2 \sin \omega t$,$\dfrac{\mathrm{d}v_e}{\mathrm{d}t}$一般不等于$a_e^t$。

【8-43】 略。

【8-44】 (1) $\boldsymbol{a}_C = 2\omega v\boldsymbol{i}'$;(2) $\boldsymbol{a}_C = \boldsymbol{0}$;(3) $\boldsymbol{a}_C = -2\omega v\boldsymbol{j}'$;(4) $\boldsymbol{a}_C = \sqrt{2}\omega v(\boldsymbol{i}' - \boldsymbol{j}')$;(5) $\boldsymbol{a}_C = -\sqrt{2}\omega v\boldsymbol{j}'$;(6) $\boldsymbol{a}_C = \dfrac{2}{3}\sqrt{3}\omega v(\boldsymbol{i}' - \boldsymbol{j}')$。

【8-45】 略。

【8-46】 加速度分析不正确,因为相对轨迹不清楚。

【8-47】 (a) 图正确;(b) 图不正确,因为相对轨迹不清楚,$\boldsymbol{a}_r$方向不对。

【8-48】 错。运动物体在赤道上并且运动速度沿经线的切线方向时,即$\boldsymbol{v}_r \parallel \boldsymbol{\omega}_e$,则$\boldsymbol{a}_C = 0$。

【8-49】 $a_e = \ddot{s} = -b\omega^2 \sin \omega t$;$a_r^n = l\dot{\varphi}^2 = l\omega^2$,$a_r^t = 0$;$a_C = 0$。图略。

【8-50】 $\boldsymbol{v}_a$方向水平向左;$\boldsymbol{v}_r$方向平行于OA,指向左上方;$\boldsymbol{v}_e$方向垂直于OC连线,指向左下方。

【8-51】 $v_r = l\omega$,$v_e = l\omega$,$a_C = 2l\omega^2$,图略。

【8-52】 $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}\omega$,逆时针。

【8-53】 $l\omega_r$,垂直AB,指向左下方;$2l\omega$,垂直OB,指向右上方;$2l\omega\omega_r$,沿AB直线,指向右下方。

【8-54】 $2R\omega$,垂直OM,指向左下方;$\sqrt{3}R\omega^2$,由M指向A;$4R\omega^2$,沿OM直线,指向右下方。

【8-55】 $R\omega'$,垂直AB,指向右下方;$\sqrt{3}R\omega^2$,由B指向O;$2\omega\omega' R$,沿AB直线,指向左下

方。

【8-56】 v_O，水平向右；v_O，垂直 OM 连线，指向右下方。

【8-57】 $\sqrt{2}l\omega^2$，由 M 指向 O；$2\omega v_r$，垂直 AM 直线，指向左上方。

【8-58】 0；$\frac{1}{2}b\omega^2$，由 B 指向 O；$2b\omega$，垂直 AB，指向左上方。

【8-59】 $\sqrt{2}\omega v$，垂直圆板面，指向里侧；0；$2\omega v$，垂直圆板面，指向外侧。

【8-60】 6 m/s^2，沿 AC 直线，由 A 指向 C；24 m/s^2，水平向右。

【8-61】 $R\omega^2$，铅直向下；$\sqrt{5}R\omega^2$，沿 OM 直线，由 M 指向 O；$2R\omega^2$，铅直向上。

【8-62】 0，无；$\omega^2 r$，垂直于 O_1A，指向左上方；$r\omega$，沿 AB 直线，由 A 指向 B。

【8-63】 0；$\sqrt{2}b\omega^2$，沿 AC，由 C 指向 A；$2\omega v_r$，铅直向上。

【8-64】 $\frac{\sqrt{2}}{2}R\omega^2$，垂直 O_1A 连线，指向左上方。

【8-65】 ωa，水平向左；$2\omega^2 a$，水平向右。

【8-66】 $\sqrt{2}R\omega$，垂直 CM 连线，指向右上方；$R\omega^2$，水平向右；$2\omega v_r$，水平向左。

【8-67】 $2.5l\omega_1$，垂直 AD 连线，指向左上方；$2.5l\omega_1^2$，由 D 指向 A；$3l\omega_1\omega_2$，铅直向上。

【8-68】 $200\sqrt{2}$mm/s^2，垂直 CM 连线，指向左下方。

【8-69】 $2\omega v_r$，水平向右。

【8-70】 ωv_r，由 M 指向 O；$\frac{1}{2}R\omega$，垂直 OD 连线，水平向右；$\frac{1}{2}R\omega^2$，沿过 D 通过定轴的垂线，指向轴；$2\omega v_r$，沿过 D 通过定轴的垂线，指向轴。

【8-71】 ω，逆时针；$2\sqrt{2}l\omega^2$，水平向左。

【8-72】 $\theta=0$ 或 $\theta=\pi$，因为 $v_r=0$，或 $\theta=\pi-\arccos\left(\frac{\overline{O_1A}}{\overline{O_2O_1}}\right)$，$\omega_{O_2B}=0$。

【8-73】 v。

【8-74】 $\frac{2}{3}\sqrt{3}$ m/s，铅直向上；$\frac{4}{3}\sqrt{3}$ m/s，沿斜面向右上方。

【8-75】 $2\omega v_1\sin\varphi$，垂直板面，指向里；0。

【8-76】 平行于直线 AB 的直线。

【8-77】 $2l\omega_{O_1}$，铅直向上；$\sqrt{2}l\omega_{O_1}$，沿 O_1A 直线，指向左下方。

【8-78】 C。

【8-79】 C。

【8-80】 C。

【8-81】 C，A。

【8-82】 C。

【8-83】 B。

【8-84】 牵连速度大。

【8-85】 (1) C，(2) A。

【8-86】 有。因为动系在转动，动点又有相对速度，所以 $\boldsymbol{\omega}_e \times \boldsymbol{v}_r \neq \boldsymbol{0}$。

【8-87】 C。

【8-88】 (1) 这样选择不好。(2) 相对加速度方向难以画正确(相对轨迹不清楚)。

【8-89】 B。

【8-90】 (1) $a_r = \sqrt{R^2 - r^2}\,\omega_1^2$，$a_e = r\omega_2^2$，$a_C = 2\omega_1\omega_2\sqrt{R^2 - r^2}$。

(2) 略。

【8-91】 在北半球 $\boldsymbol{a}_C$ 总是指向前进方向的左侧，在南半球 $\boldsymbol{a}_C$ 总是指向前进方向的右侧。

【8-92】 皆不可能。

【8-93】 C。

【8-94】 D。

【8-95】 略。

【8-96】 D。

第九章

【9-1】 对。

【9-2】 错。

【9-3】 不完全对。刚体作空间曲线平移就不是特例。

【9-4】 错。

【9-5】 错。只在两点连线上投影相等。

【9-6】 对。因为动坐标系只作平移。

【9-7】 对，因为直线上 A 点的加速度 $\boldsymbol{a}_A = \boldsymbol{a}_O + \boldsymbol{a}'_{AO}$，其中，$\boldsymbol{a}_O \parallel \boldsymbol{a}'_{AO}$，所以 $\boldsymbol{a}_A \perp \overline{AB}$。

【9-8】 B。

【9-9】 错，该刚体作平移。

【9-10】 略。

【9-11】 A,C,D。

【9-12】 D,E。

【9-13】 A.×；B.×；C.√；D.×；E.√；F.×。

【9-14】 基点是动系坐标原点，动系总是在作平移。

【9-15】 点的合成运动中，动系坐标原点与坐标轴一般均与某刚体固结；刚体平面运动中，动系坐标原点与刚体铰接，而坐标轴不与刚体固结。

【9-16】 基点，平移，基点，转动，平移，转动。

【9-17】 D。

【9-18】 B。

【9-19】 不一定。如钻头的钻进运动(螺旋运动)。

【9-20】 (1) A.×；B.√。

(2) A.×；B.×；C.√。

【9-21】 大小相等,方向相反。

【9-22】 只有(g)可能。

【9-23】 不能。

【9-24】 在改变,一般不为零。

【9-25】 均不可能,由速度投影定理可得此结论。

【9-26】 对,此瞬时图形 S 作瞬时平移。

【9-27】 对。

【9-28】 不一定。

【9-29】 错。只有 $\boldsymbol{v}_A$ 方向沿 AB,由 A 指向 B 时才对。

【9-30】 $v_B = v_A\cos\varphi$,沿 AB 指向;$\omega_{AB} = \dfrac{v_A\sin\varphi}{l}$,逆时针。

【9-31】 对。

【9-32】 不对。其加速度分布不具有如此的规律。

【9-33】 错。轮上与地面接触点不是速度瞬心,速度瞬心仍唯一存在。

【9-34】 任取一点 O,作矢径 $\boldsymbol{r}_A$,$\boldsymbol{r}_B$,$\boldsymbol{r}_D$,因为 $\boldsymbol{r}_D = \dfrac{1}{2}(\boldsymbol{r}_A + \boldsymbol{r}_B)$,两边对时间求导得 $\boldsymbol{v}_D = \dfrac{1}{2}(\boldsymbol{v}_A + \boldsymbol{v}_B)$。

【9-35】 C。任取一点 O,作矢径 $\boldsymbol{r}_A$,$\boldsymbol{r}_B$,$\boldsymbol{r}_D$,因为 $\boldsymbol{r}_D = \dfrac{1}{2}(\boldsymbol{r}_A + \boldsymbol{r}_B)$,两边对时间求导得 $\boldsymbol{v}_D = \dfrac{1}{2}(\boldsymbol{v}_A + \boldsymbol{v}_B)$。

【9-36】 略。

【9-37】 略。

【9-38】 0,ωr。

【9-39】 $L\omega_O$。因为 $\boldsymbol{v}_A = \boldsymbol{v}_B + \boldsymbol{v}_{BA}$,所以 $(\boldsymbol{v}_A - \boldsymbol{v}_B)\big|_{mn} = (\boldsymbol{v}_{BA})\big|_{mn} = v_{BA} = L\omega_O$。

【9-40】 5 m/s,沿 AB 方向指向右上方。

【9-41】 C。

【9-42】 D。

【9-43】 A;B。

【9-44】 B。

【9-45】 B。因为 $v_A = \omega_O(-r_1 + r_2)$,所以 $\omega_1 = \dfrac{v_A}{r_1} = \dfrac{-r_1 + r_2}{r_1}\omega_O$,$\omega_r = \omega_1 - \omega_O = \dfrac{r_2}{-r_1}\omega_O$,顺时针。

【9-46】 略。

【9-47】 (1)是。

(2) 设 $\boldsymbol{v}_B$(或 $\boldsymbol{v}_A$)在 AB 杆上的投影为 $v_{Bx} = d$,从 E 点沿 AB 杆量取 $v_{Ex} = d$,得一点,过此点作 AB 的垂线于 CD 交于一点,此点即为所求。

(3) A. 点 P 的瞬时速度不为零。

B. 点 P 的速度矢端不在直线 AB 上。

C. 对。

【9-48】 图(a)、(b)中,C 正确,A、B 不正确;

图(c)、(d)中,A 正确,B、C 不正确。

【9-49】 提示:(1)P 点速度矢必沿直线 CD,因此 AB 杆的速度瞬心必在过 P 点且垂直于 CD 的直线上。

(2) 过 P 点与 CD 垂直的直线与过 A 点(或 B 点)与 $\boldsymbol{v}_A$(或 $\boldsymbol{v}_B$)垂直的直线的交点即为 AB 杆的速度瞬心。

【9-50】 (1)、(2) 提示:$EP \perp CD$,$\boldsymbol{v}_A \perp AP$,$\boldsymbol{v}_B \perp BP$;(3) 速度方向与 AB 垂直时。

【9-51】 提示:用直线连接速度 $\boldsymbol{v}_A$,$\boldsymbol{v}_B$ 的矢端,画出 $\boldsymbol{v}_C$。

【9-52】 B,C。

【9-53】 C,F。

【9-54】 C,D。

【9-55】 2 rad/s,1 rad/s。

【9-56】 1.2 m/s,因为 C 点分别为 AC 杆,BC 杆的速度瞬心,所以 $v_B = \omega_{BC} \cdot \overline{BC} = 1.2$ m/s。

【9-57】 因为动参考系为平移坐标系。

【9-58】 不正确。应与 CD 线垂直。

【9-59】 提示:C,B 点速度沿水平方向,AE 构件为定轴转动。

【9-60】 略。

【9-61】 各点速度相同,加速度不相等。

【9-62】 角速度均为零。

【9-63】 略。

【9-64】 略。

【9-65】 提示:先找 DE 杆、后找 BC 杆的速度瞬心,确定 BC 杆上 A 点的速度($\boldsymbol{v}_e$)的方向。

【9-66】 A.×;B.×;C.×;D.√。

【9-67】 提示:由求加速度的基点法公式可证。

【9-68】 对。因为 $\boldsymbol{a}_B = \boldsymbol{a}_A + \boldsymbol{a}^{\tau}_{BA} + \boldsymbol{a}^{n}_{BA}$,$(\boldsymbol{a}_B)\big|_{AB} = (\boldsymbol{a}_A)\big|_{AB} + \boldsymbol{a}^{n}_{BA}$,所以 $a^{n}_{BA} = 0$,$\omega_{AB} = 0$。

【9-69】 不对。

【9-70】 对。因为轮心加速度为零,取轮心为基点求加速度即可知。

【9-71】 对。取轮心为基点求加速度即可。

【9-72】 对。各加速度矢量汇交点为加速度瞬心,平面图形上各点的加速度分布可以看成绕加速度瞬心作瞬时转动。

【9-73】 $L\omega^2$,因为 $\boldsymbol{a}_A = \boldsymbol{a}_B + \boldsymbol{a}^{\tau}_{AB} + \boldsymbol{a}^{n}_{AB}$,又 $\boldsymbol{a}^{\tau}_{AB} \perp \overrightarrow{AB}$,所以$(\boldsymbol{a}_A - \boldsymbol{a}_B)\big|_{AB} = \boldsymbol{a}^{n}_{AB}$。

【9-74】 $R\omega^2$,铅直向上,指向圆盘中心 C。不能。

【9-75】 A;C;O;A,B,C,D。

【9-76】 $\boldsymbol{v}_M$ 垂直 OM 连线,指向左上方;$\boldsymbol{a}_E \parallel \overline{O_2C}$,指向右上方。

【9-77】 平面图形内加速度为零的点;不是;否。

【9-78】 略。

【9-79】 A.×;B.√;C.√;D.√。

【9-80】 A.√;B.√;C.√;D.×;E.×;F.×。

【9-81】 A.√;B.×;C.×;D.√。

【9-82】 A.√;B.√。

【9-83】 提示:(1)分别以 A,B 为基点,均求 C 点的速度,联立求解;(2)假设 C 点速度方向,利用速度投影定理,得 $\boldsymbol{v}_C$ 在 AC,BC 杆上两分量;(3)利用(1)、(2)求得 $\boldsymbol{v}_C$ 方向后,即可得两杆的速度瞬心。

【9-84】 (a)以 A,C 为基点,先求得 $\boldsymbol{v}_B$,再得 $\boldsymbol{v}_M$。

(b) 先求得 $\boldsymbol{v}_C$,$\boldsymbol{v}_D$,再以 C,D 为基点求得 $\boldsymbol{v}_M$。

【9-85】 提示:在 $\boldsymbol{v}_A$,$\boldsymbol{v}_B$,$\boldsymbol{v}_E$ 已知前提下,分别以 A,B,E 点为基点,求 $\boldsymbol{v}_C$,$\boldsymbol{v}_D$,$\boldsymbol{v}_F$,得 3 个矢量方程(6 个投影方程),而 $\boldsymbol{v}_C$,$\boldsymbol{v}_D$,$\boldsymbol{v}_F$ 大小、方向及 $\boldsymbol{v}_{CA}$,$\boldsymbol{v}_{DB}$,$\boldsymbol{v}_{FE}$ 的大小共有 9 个未知量,再以 C 为基点,求 $\boldsymbol{v}_D$,$\boldsymbol{v}_F$,得 2 个矢量方程(4 个投影方程),而未知数又增加一个,即 ω_{ABC},这样共有 10 个方程,10 个未知数,正好求解。

【9-86】 提示:主要依据是求速度与加速度的基点法公式,且在每一瞬时,绕不同的基点的角速度、角加速度为同一值。

【9-87】 A.×;B.√;C.√;D.√。

【9-88】 A,B。

【9-89】 B。

【9-90】 A。因为 $\boldsymbol{a}_B = \boldsymbol{a}_A + \boldsymbol{a}^{\tau}_{BA} + \boldsymbol{a}^{n}_{BA}$,$(\boldsymbol{a}_B)\big|_{AB} = (\boldsymbol{a}_A)\big|_{AB} + a^{n}_{BA}$,所以 $a^{n}_{BA} = 0$,$\omega_{AB} = 0$。

【9-91】 A,A,A;B,A,B。

【9-92】 A,A;A,B。

【9-93】 A,A;A,B。

【9-94】 A;B。

【9-95】 A;B。

【9-96】 瞬时轴转动。

【9-97】 固定;随时间变化;不同;速度瞬心;加速度瞬心。

【9-98】 错。

【9-99】 对。

【9-100】 C。因为盘缘上的点 M 绝对运动轨迹为旋轮线,当 M 点运动到与轨道相接触时,即为盘的速度瞬心,但这时旋轮线处为尖点。

【9-101】 B;A。

【9-102】 A;B。

【9-103】 C。

【9-104】 A。

【9-105】 A;B;A;B。

【9-106】 D。因为 $a_B = 0$,又 AB 杆为瞬时平移,$\omega_{AB} = 0$,$\boldsymbol{a}_A = \boldsymbol{a}^{\tau}_{AB}$,$\boldsymbol{a}_A$ 垂直于 AB 即由 A 指向 O,$\boldsymbol{a}^{\tau}_A = 0$,所以 $\alpha_{OA} = 0$。

【9-107】 (1) 有错误。问题出在速度四边形上。

(2) 有错误。正确画法略。

(3) 有错误。$\boldsymbol{v}_B$ 是在此特定位置的速度,没有写成时间的函数,这样求导是错误的。

(4) 有错误。速度图不对,应有 $v_B\cos\theta = v_A\cos(\beta-\theta)$。

(5) 这样确定速度瞬心有错误,$\boldsymbol{v}_A$ 与 $\boldsymbol{v}_D$ 不是同一刚体上的速度,不能这样确定速度瞬心。$\omega_2 = \dfrac{v_D}{O_2D}$ 正确,但由于求出的 $\boldsymbol{v}_D$ 不正确,所以 ω_2 的结果也不正确。

【9-108】 图(a)中,$\omega_1=\omega_2$,$\alpha_1=\alpha_2$,因为 AB 杆为平移;图(b)中 $\omega_1=\omega_2$,$\alpha_1\neq\alpha_2$,因为 AB 杆为瞬时平移。

【9-109】 不对。因为板 ABC 和杆 O_1A 不是同一个刚体,两个刚体的角速度也不相同,三角板 ABC 的速度瞬心轴和杆 O_1A 的转轴不重合。

【9-110】 是;$a_C = a_O\sin\beta - \dfrac{v_O^2}{R}$。

【9-111】 其上各点的速度,加速度在该瞬时一定相等。

【9-112】 0,无;20 rad/s^2,顺时针。

【9-113】 A.×;B.×;C.√;D.√;E.×;F.×;G.√。

【9-114】 (1) 相等。(2)不对。v_B 为瞬时值,不是时间或角度的函数关系,不能这样求导。(3)不对。瞬心 C 的位置在变化,AC 是时间的函数。

【9-115】 略。

【9-116】 三种情况下接触点的加速度均相同,大小为 $\dfrac{v_O^2}{R}$,方向指向圆心 O。

【9-117】 (1)提示:需先确定 O,M 点的绝对速度方向。(2)对。(3)不对。

【9-118】 (1)略;(2)提示:对轮,应该用轮相对于 O_1O_2 杆的角速度 $\omega_r=\omega_2-\omega_1$;(3)提示:对轮,应该用轮的绝对角速度 ω_2;(4) O_1 点,O_1O_2 中点,O_1O_2 延长线上 $2r$ 处;(5) $\omega_1=\omega_2$。

【9-119】 (1)不是;(2)是;

【9-120】 A.√;B.×;C.√;D.×;E.√;F.×;G.×。

【9-121】 可能:(b),(d),(g),(i),(j),(l),(m);不可能:(a),(c),(e),(f),(h),(k),(n)。

【9-122】 均不可能。

【9-123】 均不可能。

【9-124】 提示:图(a)首先利用 B,C 点用刚体平面运动法求得 ω_{ABC},α_{ABC},进而得到 $\boldsymbol{v}_A$,$\boldsymbol{a}_A$,再以 A 为动点,O_1D 为动系求得 ω_1,α_1,从而得 D 点加速度。

图(b)首先求得 $\boldsymbol{v}_A$,$\boldsymbol{a}_A$,再以 A 为基点,利用 B 处 $\boldsymbol{v}_B$,$\boldsymbol{a}_B$ 方向已知,求出 ω_{AB},α_{AB},从而得 M 点加速度。

图(c) 分别以 B,C 点为基点,同时求 D 点的加速度、联立求解。

【9-125】 提示:图(a)分别以 A,B 为基点,联立求得 $\boldsymbol{v}_C$ 与 $\boldsymbol{a}_C$。

图(b) 同时用点的合成运动法,刚体平面运动法求 $\boldsymbol{v}_C$,$\boldsymbol{a}_C$,联立求解。

图(c)分别以 A,B 为基点,联立求得 $\boldsymbol{v}_D$,$\boldsymbol{a}_D$,再求 $\boldsymbol{v}_C$,$\boldsymbol{a}_C$。

【9-126】 对。

【9-127】 对。

【9-128】 A.√;B.×;C.×。

【9-129】 不对。速度瞬心 D 的加速度不为零,不能按定轴转动的公式去计算加速度。

【9-130】 不是。A 点的轨迹不是以 MA 为半径、A 为圆心的圆。

【9-131】 轮心 O 点,杆上 A 点为加速度瞬心。

【9-132】 A.×;B.√;C.×;D.×。

【9-133】 A.√;B.√;C.×;D.√;E.√。

【9-134】 0;a,水平向左。因为 $\boldsymbol{a}_O = \boldsymbol{a}_A + \boldsymbol{a}_{OA}^{n}$,$\boldsymbol{a}_O \parallel \boldsymbol{a}_A$,所以 $a_{OA}^{n} = 0$。

第十章

【10-1】 加速度相同;速度、位移和轨迹均不相同。

【10-2】 在空间,需6个运动初始条件;在平面,需4个运动初始条件;如轨道已确定,需2个运动初始条件。

【10-3】 子弹可以击中靶体。

【10-4】 重力不同(随纬度而变),铅垂线不沿地球表面的法线。

【10-5】 受牵连惯性力(离心力)作用。侧压力 $F_N = 2m\omega v_r$。侧压力等于零。

【10-6】 重物Ⅱ的加速度不同,绳的拉力也不同。

【10-7】 错。

【10-8】 对。

【10-9】 对。

【10-10】 错。

【10-11】 对。

【10-12】 错。

【10-13】 错。

【10-14】 错。

【10-15】 错。

【10-16】 对。

【10-17】 对。

【10-18】 前者错,后者对。

【10-19】 错。

【10-20】 对。

【10-21】 $F_n = mR\omega^2$;$F_t = mR\alpha$。图略。

【10-22】 119.6 N。

【10-23】 C。

【10-24】 A。

【10-25】 $F_N = (m_A + m_B)g - m_A x_0 \omega^2 \sin \omega t$。

【10-26】 $a \geqslant \dfrac{g}{f_s}$。

【10-27】 $v=\sqrt{\frac{2k}{m}\ln\frac{R}{h}}$。

【10-28】 (a) $\ddot{y}+k\dot{y}/m=g$。 (b) $\ddot{y}+k\dot{y}/m=g$。

(c) $\ddot{y}+k\dot{y}/m=-g$。 (d) $\ddot{y}+k\dot{y}/m=-g$。

【10-29】 A,C。

【10-30】 D。

【10-31】 C。

【10-32】 A,B,B。

【10-33】 A。

【10-34】 D。

【10-35】 A,B。

【10-36】 B。

【10-37】 相同;所受外力的合力相同。

【10-38】 用天平称仍为 600 N,用弹簧称时为 100 N。

【10-39】 C,G 最大,A,B,E 相同,D,F 最小。

【10-40】 (1) 不相同。(2) 相同。

【10-41】 (1) B 截面较大。(2) 无关。(3) $F_C=\frac{1}{2}(F_1+F_2)$。

【10-42】 A.×,B.√,C.×,D.×。

【10-43】 A.√,B.×,C.×。

【10-44】 略。

【10-45】 (1) 变。(2) 不变。(3) 不变。(4) 变。

【10-46】 是斜面。略。

【10-47】 A.√;B. 不一定;C. 不一定。

【10-48】 C。

【10-49】 (1) 是。(2) 不是。在两圆相切处法向加速度出现跳跃,因此加速度不连续。

【10-50】 C。

【10-51】 B。

【10-52】 (1) 不对。(2) 互相影响。

【10-53】 (1),(2)同时着地。(3)甲先着地。提示:当阻力与速度的一次方成正比时,运动在水平及铅直方向的独立性仍然成立。当阻力与速度的平方成正比时,这种独立性就不成立了,水平与铅直方向的运动将互相影响。

第十一章

【11-1】 质点系的内力不能改变质点系的动量,能改变每一质点的动量。

【11-2】 对。

【11-3】 均不对。

【11-4】 前者不对,后者对。

【11-5】 两问的前者均对,后者均不对。

【11-6】 不对。如绕质心转动的刚体。

【11-7】 对。如单个质点,平移刚体。

【11-8】 不对。

【11-9】 不对。

【11-10】 不对。

【11-11】 相对惯性系的速度。

【11-12】 不对。

【11-13】 相同。可用质心运动定理解释。

【11-14】 气球向下运动。可用动量守恒解释。

【11-15*】 气球的加速度与相对加速度 $\boldsymbol{a}_r$ 有关,在不同的加速度 $\boldsymbol{a}_r$ 下,气球的加速度可向上、向下,也可为零。

【11-16】 不一定。

【11-17】 不对。

【11-18】 冲量相同,功不同。

【11-19】 物体重力的冲量不为零。

【11-20*】 略。

【11-21*】 略。

【11-22】 不能;不用。

【11-23】 不对。

【11-24】 不对。

【11-25】 不对。

【11-26】 B,D。

【11-27】 C。

【11-28】 C。

【11-29】 D。

【11-30】 (a)$p=\frac{1}{2}ml\omega$,(b)$p=\frac{1}{6}ml\omega$,(c)$p=\frac{1}{2}ma\omega$,(d)$p=mR\omega$,(e)$p=\frac{\sqrt{3}}{3}mv$,(f)$p=mv$,(g)$p=m\cdot O_1A\cdot\omega$。

有区别。动量是矢量,若要求动量,还应该求出动量的方向。各题动量的方向,略。

【11-31】 注意运动学关系,按 $\boldsymbol{p}=m\boldsymbol{v}_C$ 计算各构件的动量,按 $\boldsymbol{p}=\sum m_i\boldsymbol{v}_i$ 计算系统的动量,按投影计算比较方便。

【11-32】 注意运动学关系,按 $\boldsymbol{p}=m\boldsymbol{v}_C$ 计算各构件的动量,按 $\boldsymbol{p}=\sum m_i\boldsymbol{v}_i$ 计算系统的动量,按投影计算比较方便。

【11-33】 $p=\frac{1}{2}(m_1+m_2)l\omega_1$。

【11-34】 系统的动量为零。与轮的转速、系统的质量无关。

【11-35】 $p=2mR\omega(\uparrow)$,无关。

【11-36】 不对。略。

【11-37】 质心不沿原抛物线运动;系统外力改变。

【11-38】 盘心不动，与力偶作用位置无关；盘心沿直线加速运动，与力的作用点无关。

【11-39】 均不对。

【11-40】 不对，因为 $m_1 v_r$ 不是绝对动量。

【11-41】 不相同。

【11-42】 相同。略。

【11-43】 A.×；B.√；C.×。

【11-44】 相同；相同。

【11-45】 (1) $I_x = -mv$，$I_y = -mv$；(2) $I_x = -2mv$，$I_y = 0$；(3) $I = 0$。

【11-46】 $\boldsymbol{F} = -3e^{-t} \times \boldsymbol{i} + 2\sin t \times \boldsymbol{j} - 15\cos 5t \times \boldsymbol{k}$

【11-47】 A。

【11-48】 对，因 $m\boldsymbol{r}'_C = \sum m_i \boldsymbol{r}'_i = \boldsymbol{0}$，$m\boldsymbol{v}'_C = \sum m_i \boldsymbol{v}'_{ir} = \boldsymbol{0}$。

式中：$\boldsymbol{r}'_C$ 为质心相对动系的矢径，$\boldsymbol{r}'_i$ 为第 i 个质点相对动系的矢径，$\boldsymbol{v}'_C$ 为质心相对动系的速度。

【11-49】 可以；不可以；解释略。

【11-50】 C。

【11-51】 向右方。解释略。

【11-52】 B。

【11-53】 不一定，还应考虑方向。

【11-54】 速度仍为 $\boldsymbol{v}$。

【11-55】 将质点系内各质点所受的力分为外力和内力，然后求和。

【11-56】 (1) *AB* 绳先断；(2) *CD* 绳先断。为什么，略。

【11-57】 (1) $\boldsymbol{v}$；(2) 在地球上更大些。

【11-58】 C。

【11-59】 (1) 质心坐标 x_C 不变，y_C 上下运动。

(2) 质心坐标 x_C，y_C 均改变。

第十二章

【12-1】 动量矩、力矩、冲量矩的计算方法完全相同，只是力学概念不同。

【12-2】 有；有。

【12-3】 $\boldsymbol{L}_O = \sum \boldsymbol{r}_i \times m_i \boldsymbol{v}_i = \boldsymbol{r}_C \times m\boldsymbol{v}_C$ 对刚体平移成立，对一般质点系不成立。

【12-4】 均不对。

【12-5】 略；不能。

【12-6】 和力矩正负号规定不一样，没有统一规定，以方便计算为宜，因题而临时规定。

【12-7】 可能；由 $\boldsymbol{L}_O = \boldsymbol{L}_C + \boldsymbol{r}_C \times m\boldsymbol{v}_C$ 可做解释；如绕质心转动的均质圆盘。

【12-8】 A，B，D。

【12-9】 (a) $L_O = \frac{1}{3} ml^2 \omega$；(b) $L_O = \frac{1}{9} ml^2 \omega$；(c) $L_O = \frac{5}{6} ma^2 \omega$；(d) $L_O = \frac{3}{2} mR^2 \omega$；可计算(e)，(f)，(g)图中的动量矩；可对质心、速度瞬心等点计算动量矩，具体计算，略。

【12-10】 可以;利用公式 $\boldsymbol{L}_O = \boldsymbol{L}_C + \boldsymbol{r}_C \times m\boldsymbol{v}_C$,具体计算略。

【12-11】 可以;利用公式 $\boldsymbol{L}_O = \boldsymbol{L}_C + \boldsymbol{r}_C \times m\boldsymbol{v}_C$,具体计算略。

【12-12】 D。

【12-13】 应视具体情况而定;必须对单个刚体。

【12-14】 因 $\boldsymbol{r}_i = \boldsymbol{r}_i(t)$,一般难以积分。

【12-15】 $\boldsymbol{M}_O(\boldsymbol{F}) = \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{L}_O}{\mathrm{d}t} = 12t\boldsymbol{i} + 24t^2\boldsymbol{j} - \boldsymbol{k}$。

【12-16】 B。

【12-17】 均不对。

【12-18】 不对。

【12-19】 均不相同;为什么,略。

【12-20】 不对。

【12-21】 砝码向上运动,与猴同速。

【12-22】 站在地面看,两猴的速度相同,离地面的高度也相同。

【12-23】 站在地面看,两猴的速度相同,离地面的高度也相同。

【12-24】 略。

【12-25】 略。

【12-26】 不用。

【12-27】 不一定;动量矩的计算和力矩(力偶)的计算有相同的性质,不一定完全是大小(绝对值)相加,应该是代数和。

【12-28】 在动力学中,若选任意点为基点,则随基点的平移难以用动力学方法描述,而选质心为基点,则可以方便地用质心运动定理描述。

【12-29】 在质心到速度瞬心距离不变的情况下可以,且求解比较方便,若不满足质心到速度瞬心距离不变的条件,则一般不能用。

【12-30】 (a)质心不动,圆盘绕质心转动;(b)质心有向左的加速度,圆盘平移;(c)质心有向右的加速度,圆盘作平面运动。

【12-31】 (a)圆盘作平移运动;(b)圆盘作平面运动;用相对质心的动量矩定理解释。

【12-32】 轮心加速度相同;地面摩擦力不同;用刚体平面运动微分方程求。

【12-33】 当 $d = \dfrac{R}{2}$ 时,地面摩擦力等于零;当 $d > \dfrac{R}{2}$ 时,摩擦力与力 $\boldsymbol{F}$ 同向。

【12-34】 质心可以作匀速直线运动;刚体可以有角速度。

【12-35】 对轨道(地面)上各点的动量矩相同;大小均等于 $\dfrac{3}{2}mRv$,同为顺时针或逆时针转向;还对许多点的动量矩相同,如轮心轨迹上各固定点(大小均等于 $\dfrac{1}{2}mRv$,同为顺时针或逆时针转向)。

【12-36】 A,C。

【12-37】 皆为零。

【12-38】 内力不能改变质点系的动量和动量矩,但能改变质点系内各质点的动量和动

量矩。

【12-39】 C。

【12-40】 力矩 $\boldsymbol{M}=\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{F}=\boldsymbol{r}\times[f(r)\boldsymbol{r}]=\boldsymbol{0}$,因此动量矩守恒。

【12-41】 (1) 无。(2) 同一水平直线上的各任意定点。(3) 无。(4) 地心。(5) 地心。(6) 摆锤轨迹的圆心。(7) 任意点。(8) 过质心与转轴垂直的平面与转轴的交点。

【12-42】 (1) 圆柱中心线。

(2) 所有水平直线中的同一条直线。

(3) 过圆锥顶点与水平面垂直的轴。

(4) 过地心的所有直线。

(5) 过地心的所有直线。

(6) 圆锥摆的铅直中心线。

(7) 任意直线。

(8) 转轴。

【12-43】 略。

【12-44】 $J_{z'}=J_z+m(b^2-a^2)$

【12-45】 略。

【12-46】 略。

【12-47】 A.×;B.√。

【12-48】 (1) 不能。(2) 能。

【12-49】 (1) 相同。(2) B 轮较快。为什么,略。

【12-50】 守恒。

【12-51】 不成立。因为重物对 O 点也有动量矩。

【12-52】 A.×;B.√;C.×;D.×;E.×;F.×。

【12-53】 地面的摩擦力使车向前运动。内力不能改变质心的运动。

【12-54】 相等。

【12-55】 不相等。

【12-56】 成立。为什么,略。

【12-57】 A.√;B.×;C.×;D.×。

【12-58】 (1) $L_O=m\omega\left(\frac{R^2}{2}+l^2\right)$;(2) $L_O=ml^2\omega$;

(3) $L_O=m\omega(R^2+l^2)$;(4) $L_O=m\omega\left(\frac{R^2}{2}+l^2\right)$;

(5) $L_O=m\omega\left(l^2-\frac{R^2}{2}\right)$

【12-59】 成立。证明略。

【12-60】 略。

【12-61】 略。

【12-62】 A.√;B.×;C.×。

【12-63】 略。

【12-64】 A.×;B.√;C.×;D.×;E.√;F.√。

【12-65】 A.√;B.√;C.×;D.×;E.×;F.√;G.×。

【12-66】 一般不成立。

【12-67】 对。

【12-68】 A.×;B.√;C.×;D.×。

【12-69】 (a) B;(b) B;(c) A。

【12-70】 (1) (b) > (a) > (c) = (d)。

(2) (b) < (a) < (d) < (c)。

【12-71】 (1) A.√;B.×;C.×;D.×

(2) A.×;B.√;C.×。

【12-72】 A.×;B.√;C.×;D.×。

【12-73】 A.√;B.√;C.×。

【12-74】 A.×;B.×;C.×;D.√;E.×。

【12-75】 A.√;B.×;C.×;D.×;E.√;F.×。

【12-76】 (1) 相同;(2) 相同。

【12-77】 A.×;B.√;C.×;D.×。

【12-78】 (1) (a) > (b) > (d) > (c)。

(2) (c) > (a) > (b) > (d)

【12-79】 (1) 圆柱静止;(2) 圆柱向上滚动;(3) 圆柱向下滚动。

【12-80】 (1) 一定成立。

(2) 不一定成立。为什么,略。

【12-81】 A. 不一定。B. 不一定。

(1) 当且仅当:a. 质心相对矢径 $\boldsymbol{r}'_C$ 与 P 点的绝对加速度矢 $\boldsymbol{a}_P$ 平行,或 $\boldsymbol{a}_P$ 通过质心 C 时。b. 当 $\boldsymbol{a}_P=0$ 时(即 P 点为加速度瞬心)。c. 当 P 点是质心。以上三种情况满足其一,则 A 式成立。

(2) 若 A 式成立,则 B 式一定成立。

【12-82】 一定。

【12-83】 三根。

【12-84】 一定是。略。

第十三章

【13-1】 一个。

【13-2】 可以。

【13-3】 动能定理。

【13-4】 不用;不能。

【13-5】 不用。

【13-6】 一定;不一定。

【13-7】 不一定;只要非有势力不作功就可用。

【13-8】 不一定。

【13-9】 是。

【13-10】 不对。

【13-11】 不能;不对。

【13-12】 相同;不相同。

【13-13】 相同;相同;不相同。

【13-14】 相同;初动能为零,作功相同,末动能相同。

【13-15】 轮心速度与轮半径无关;轮的角速度与轮的半径有关;只要轮半径不为零,与质点的结果就不一样;不能。

【13-16】 向右运动,因为图示状态为 F 对点 A 之矩为顺时针方向;把力 F 向轮心 C 平移,得一力与一力偶,然后分别计算力与力偶的功再相加则比较方便;$W = Fs\left(\cos\theta - \frac{r}{R}\right)$。

【13-17】 鞋或脚与地面的摩擦力;体内肌肉的内力;不一定。

【13-18】 相对不同的零势能点,势能不同,因此必须指明零势能点。

【13-19】 重力势能改变,弹性力势能不变。

【13-20】 侧向力垂直于相对位移,但不垂直于绝对位移,侧向力与绝对位移的夹角为锐角,侧向力作正功,使小球动能增加。

【13-21】 (a) $T = \frac{1}{6}ml^2\omega^2$;(b) $T = \frac{1}{18}ml^2\omega^2$;(c) $T = \frac{5}{12}ma^2\omega^2$;(d) $T = \frac{3}{4}mR^2\omega^2$;(e) $T = \frac{4}{9}mv^2$;(f) $T = \frac{3}{4}mv^2$;(g) $T = \frac{1}{2}m(O_1A\cdot\omega)^2$。

【13-22】 考虑运动学关系,把各构件的动能相加。

【13-23】 考虑运动学关系,把各构件的动能相加。

【13-24】 不能(除非基点为质心)。

【13-25】 不能。

【13-26】 A.√;B.×;C.√;D.√。

【13-27】 A.√;B.×。

【13-28】 (1) 作功。(2) 作功。

【13-29】 (1) 作功。(2) 作功。(3) 不作功。

【13-30】 乙作的功多些。

【13-31】 A.√;B.×;C.×;D.×。

【13-32】 A.√;B.√;C.√;D.√;E.√。

【13-33】 能。如皮带输送机。

【13-34】 略。

【13-35】 略。

【13-36】 略。

【13-37】 (1) $T \neq \frac{1}{2}mv_C^2$。(2) $\omega = \sqrt{\frac{3g}{l}}$ 是瞬时值,不能用来求导。(3) 计入 M_f 的功即可。(4) 积分计算 M_f 的功。

【13-38】 是一致的。

【13-39】 略。

【13-40】 B。

【13-41】 对质点是正确的,对质点系则不正确。因为动量守恒仅说明质心速度不变,但各质点相对于质心的速度却可以变化,因此动能未必守恒。

【13-42】 提示:只需证明 $\boldsymbol{F}$ 满足

$$\frac{\partial F_x}{\partial y}-\frac{\partial F_y}{\partial x}=0,\frac{\partial F_y}{\partial z}-\frac{\partial F_z}{\partial y}=0,\frac{\partial F_z}{\partial x}-\frac{\partial F_x}{\partial z}=0$$

【13-43】 不对。可差一常量。

【13-44】 (1) 不同;(2) 不同。

【13-45】 (1) 不是;(2) 地面对运动员的反作用力。

【13-46】 $\mathrm{d}\boldsymbol{r}$ 是指物体上受力作用的那点的位移。按力作用点的位移为 $\mathrm{d}\boldsymbol{r}$ 所定义的功不一定满足动能定理。

【13-47】 不等。

【13-48】 A.×;B.×;C.√。

【13-49】 A.×;B.√;C.×。

【13-50】 A.√;B.×;C.×;D.×。

【13-51】 略。

第十四章

【14-1】 (1) 动量相同,均为零;动量矩相同;动能不同;

(2) 动量相同,均为零;动量矩不同;动能相同。

大小比较略。

【14-2】 质点系的总动量不改变,质点系的动量矩、动能一般会改变。

【14-3】 质点系的总动量一般会改变,质点系的动量矩不改变,动能一般会改变。

【14-4】 质点系的总动量、动量矩不会改变,动能可以改变。

【14-5】 不一定;一定。举例略。

【14-6】 不一定;不一定。举例略。

【14-7】 不一定;一定。举例略。

【14-8】 不对。

【14-9】 D。

【14-10】 不对。

【14-11】 对;反之则不对。

【14-12】 动量的大小 $p=\sqrt{(m+m\cos\theta)^2+m^2\sin^2\theta}v$

动能 $T=mv^2+\frac{1}{4}m_Ov^2$

动量矩 $L_O=2mvR+\frac{1}{2}m_OvR$

【14-13】 不一定。

【14-14】 (1) 动能增加;(2) 运动员收回手臂内力作功以及手臂下垂重力作功。

【14-15】 (1) 重力的冲量由大到小依次为薄壁筒、厚壁筒、圆柱、球;

(2) 重力的功相同;

(3) 动量由大到小次序与(1)相反;

(4) 动能相同;

(5) 对各自质心的动量矩由大到小的次序与(1)相同。

【14-16】 (1) 重力的冲量相同;

(2) 重力的功由大到小次序为球、圆柱、厚壁筒、薄壁筒;

(3) 动量由大到小次序同(2);

(4) 动能由大到小次序同(2);

(5) 对各自质心的动量矩由大到小的次序与(2)相反。

【14-17】 (1) 两盘质心同时到达底部;

(2) A. 两盘重力冲量相等;B. 两盘动量相等;C. 两盘动能相等;D. 大盘对质心动量矩较大。

【14-18】 (1) 增大半径会减小 α,不改变 a_C,对 t 时刻的动量、动能无影响,使 t 时刻对质心的动量矩增大,摩擦力不变。

(2) 增大质量不改变 α,不改变 a_C,t 时刻的动量、动能、对质心的动量矩增大,摩擦力也增大。

(3) 将质量布于轮缘,使 α 变小,a_C 变小,t 时刻的动量、动能变小,对质心的动量矩变大,摩擦力也增大。

【14-19】 同时到达底部。

【14-20】 (1) 列车动量大;(2) 火箭动能大。

【14-21】 A.×;B.√;C.√。

【14-22】 动量 $\boldsymbol{p}=m(3\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j}+\sqrt{3}\boldsymbol{k})$,动能为 $T=8m$。

【14-23】 (1) 动能 $T=\frac{1}{2}m(\dot{x}^2+\dot{y}^2+\dot{z}^2)$

动量 $\boldsymbol{p}=m(\dot{x}\boldsymbol{i}+\dot{y}\boldsymbol{j}+\dot{z}\boldsymbol{k})$

动量矩 $\boldsymbol{L}_O=m[(y\dot{z}-z\dot{y})\boldsymbol{i}+(z\dot{x}-x\dot{z}\boldsymbol{j})+(x\dot{y}-y\dot{x})\boldsymbol{k}]$

(2) $\boldsymbol{L}_A=m\{[(y-b)\dot{z}-(z-c)\dot{y}]+[(z-c)\dot{x}-(x-a)\dot{z}]\boldsymbol{j}$

$+[(x-a)\dot{y}-(y-b)\dot{x}]\boldsymbol{k}\}$

(3) $\boldsymbol{F}=m(\ddot{x}\boldsymbol{i}+\ddot{y}\boldsymbol{j}+\ddot{z}\boldsymbol{k})$;$P=\boldsymbol{F}\cdot\dot{\boldsymbol{r}}=m\ddot{\boldsymbol{r}}\cdot\dot{\boldsymbol{r}}=m(\dot{x}\ddot{x}+\dot{y}\ddot{y}+\dot{z}\ddot{z})$

【14-24】 平衡时点的坐标为(1,2)。

【14-25】 不能;缺少质点和各力作用点分布规律的信息。

【14-26】 一个质点动量守恒;则动能一定为常量,反之不一定为真。对质点系,其动量守恒,动能不一定为常量。

【14-27】 (1) 都不一定;(2) 一定为常量。

【14-28】 A.√;B. 不一定;C. 不一定;D. 不一定;E. 不一定;F.√;G. 不一定;H.√。

【14-29】 A. 不一定,B. 不一定。

【14-30】 A,B,C 都对。

【14-31】 (1) 不同;(2) 相同;(3) 不同。

【14-32】 (1) 相同;(2) 动能相同,动量及对各自圆心的动量矩不同;(3) 切向加速度相同,法向加速度不同。

【14-33】 (1) 质心作匀速直线运动。同时刚体绕质心以不变的角速度矢转动;(2) 不对。

【14-34】 (1) a. 刚体静止;b. 刚体角速度为零,且 $\boldsymbol{v}_C$ 通过定点;c. $\boldsymbol{L}_C = -\boldsymbol{r}_C \times m\boldsymbol{v}_C$。

(2) 质心速度为零。

(3) 刚体静止。

(4) 质心不动,刚体角速度矢与定轴垂直且该定轴是惯性主轴。

(5) 若两轴异面,则刚体质心沿与这两轴相交的任意直线运动,且刚体角速度为零(平移),或刚体静止。若两轴共面,则刚体质心在两轴所在的平面内运动,且刚体角速度为零,或刚体静止。

【14-35】 (1) 可能,如刚体绕质心作定点运动。

(2) 不可能。

(3) 可能。

【14-36】 (1) 动量、动量矩是矢量,动能是标量。

(2) 内力不影响质点系的动量、动量矩,但作功的内力会影响质点系的动能。

(3) 动量、动量矩与运动方向有关,动能与运动方向无关。

(4) 动量的变化取决于外力的主矢,动量矩的变化取决于外力的主矩,动能的变化取决于所有力的功。

(5) 动量 $\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}_C$,动量矩 $\boldsymbol{L}_O = \boldsymbol{L}_C + \boldsymbol{r}_C \times m\boldsymbol{v}_C$,动能 $T = \frac{1}{2}mv_C^2 + T'$,式中 $\boldsymbol{L}_C$ 和 T' 分别是质点系相对质心运动的动量矩和动能。

(6) 动量、动量矩、动能守恒条件依次为 $\sum\int \boldsymbol{F}\mathrm{d}t = 0$, $\sum\int \boldsymbol{M}_O(\boldsymbol{F})\mathrm{d}t = 0$, $\sum\int \boldsymbol{F}\mathrm{d}\boldsymbol{r} = 0$

(7) 动量定理、动量矩定理是矢量方程,故对空间问题各有三个独立的投影方程;对平面问题动量定理有两个独立的投影方程,动量矩定理有一个独立的方程;动能定理对任何问题只能有一个代数方程。

【14-37】 A.√;B.√;C.×。

【14-38】 A.√;B.×;C.×;D.×;E.√。

【14-39】 A.×;B.√;C.×;D.×。

【14-40】 (1) 前两个方程对,$a_C \neq \alpha R$;(2) 前两个方程不对,因为摩擦力不一定达到最大值。

【14-41】 不可以,这两图两绳张力对质心的力矩是不相同的。

【14-42】 (1) 力的功不同;两盘的动能、动量及对盘心的动量矩都不同。

(2) 力的功不同,两盘的动能、动量及对盘心的动量矩也不同。

(3) A 盘。

(4) 不等。

(5) 当连滚带滑地上行时,两轮摩擦力相等,质心加速度相等,但角加速度不等,因而当轮心走过相同路径时,所需时间相同,同时到达顶点。力的功、盘的动能、对盘心的动量矩不等,但动量相等。

(6) 当斜面绝对光滑时,结论是(5)的特例:摩擦力为零。

【14-43】 A.√;B.×;C.√;D.×。

【14-44】 (1) 动能不变;(2) 不守恒;(3) 改变。

【14-45】 (1) 动能;(2) 动量;(3) 可视实际问题具体研究。

【14-46】 射入瞬间,全系统的动量,对悬挂点 O 的动量矩守恒,但动能不守恒,在此瞬间,全系统的位置不变。射入后开始的全系统摆过 θ 角的过程中,全系统的机械能守恒,但动量及对 O 点的动量矩不守恒。

【14-47】 A.√;B.×;C.×。

【14-48】 A.√;B.×;C.×;D.√;E.×;F.×。

【14-49】 A.×;B.√;C.×。(提示:J 与 r^2 成正比,而 M_f 与 r 成正比)

【14-50】 (1) α_{BD} 为逆时针方向 α_{AB} 为顺时针方向;(2) α_{BD} 较大。

【14-51】 (1) 盘的角加速度较大。

(2) 环的约束力较大。

(3) 盘的动量较大。

(4) 动能相等。

(5) 环的动量矩较大。

【14-52】 (1) 均质杆;(2) 相同;(3) 球;(4) 均质杆;(5) 均质杆。

【14-53】 A.×;B.√;C.×;D.×。

【14-54】 (1) C;(2) C;(3) C。

【14-55】 (1) (a);(2) (b)。

【14-56】 在椭圆的一个焦点上。

【14-57】 一定是平面曲线。

【14-58】 因为力对力心的矩为零。

【14-59】 一定不变。

【14-60】 有心力与距力心距离的立方成反比。

【14-61】 $[f]=M^{-1}L^{3}T^{-2}$

【14-62】 是的。因为在任何有心力作用下,质点的横向加速度恒等于零。由此便可证明此命题。

【14-63】 (1) 相同;(2) 相同;(3) 不同。

【14-64】 动量 $\boldsymbol{p}=mp(-a\sin pt\cdot\boldsymbol{i}+b\cos pt\cdot\boldsymbol{j})$

动能 $T=\frac{1}{2}mp^{2}(a^{2}\sin^{2}pt+b^{2}\cos^{2}pt)$

对 O 点动量矩 $\boldsymbol{L}_O=mpab\boldsymbol{k}$

【14-65】 $J_B=(J_A-ma^2)+mb^2$,与角 θ 的大小无关。

【14-66】 不变。

【14-67】 $\theta < \arcsin\frac{r}{R}$ 轮心加速度向左；$\theta > \arcsin\frac{r}{R}$ 轮心加速度向右。

【14-68】 (1) 动能相同；(2) 不同；(3) 不同；(4) 相同；(5) 不同。

【14-69】 A.√；B.×；C.√；D.×；E.√。

【14-70】 A.√；B.√；C.√；D.√。

【14-71】 A.√；B.√；C.×。

【14-72】 错，$h > 2.5R$；为什么，略。

【14-73】 A.×；B.×；C.×；D.√。

【14-74】 (1) 动能相等，$L_{C1} > L_{C2}$；(2) $T_1 < T_2$；$L_{C1} = L_{C2}$。

【14-75】 (1) 错，B 点非质心，也非固定点；(2) 对。

【14-76】 同时到达。

【14-77】 A.√；B.×；C.×；D.×。

【14-78】 摩擦力的大小为零，圆柱匀速滚动。

【14-79】 皆不守恒。

【14-80】 P 点位置不断变化，故 J_P 应为变量。

【14-81】 是对角线长为 $2vt$ 的正方形。

【14-82】 (1) 是常量；(2)、(3)设 A，B 间的压力为 $\boldsymbol{F}_N$ 和 $\boldsymbol{F}'_N$，可以证明任何瞬间，它们的元功之和等于零。

【14-83】 (1) 不守恒；(2) 相等；(3) 小滑块大；(4) 不同。

【14-84】 A. 不对，$F_{N_1} = m_2(g\cos\theta - a_2\sin\theta)$，$a_2 \neq 0$。

B. 不等，$F_{N_2} = (m_2 + m_1)g - m_2 a_{1y}$，$a_{1y} \neq 0$。

【14-85】 甲对。

【14-86】 A.√；B.×。

【14-87】 (1) l_1 杆动量矩较大，两杆动能相等。

(2) l_1 杆动能、动量矩都较大。

【14-88】 (1) A。(2) B。(3) C。

第十五章

【15-1】 惯性力相同，皆为 $-mg$。

【15-2】 第一节，承受的惯性力最大。

【15-3】 (1) 相同；(2) 不相同。表达式略。

【15-4】 惯性力大小为 $F_I = ma_C = md\sqrt{\omega^4 + \alpha^2}$，也可用两个分力来表示。

【15-5】 主矢大小相同，作用点不同；主矩大小不同，转向相同；可简化为一合力；合力通过杆的撞击中心。

【15-6】 是。轴通过质心但不与板面垂直，惯性积不为零(若轴平行于板面，有可能是惯性主轴)。

【15-7】 是。不一定。不一定。

【15-8】 都为惯性力。牵连惯性力、科氏惯性力是在非惯性系中存在的，而达朗贝尔原

理中的惯性力是在惯性系中虚加的。

【15-9】 提示:惯性力与加速度有关,对静止与运动的质点,要看其有没有加速度。

【15-10】 对。

【15-11】 错。

【15-12】 错。

【15-13】 错。

【15-14】 $a = g\cos\theta$,方向垂直 O_1A,指向右下方。

【15-15】 0,$2FR$,逆时针。

【15-16】 $\frac{1}{2}ml\alpha$,铅直向上;$2l/3$。

【15-17】 两杆的角加速度一样大,分别取 AB 杆对 O 点、BC 杆对其质心用动量矩定理即可得证。

【15-18】 $F_{IC} = 2m\omega v_r$, $F_{le}^n = \sqrt{3}mL\omega^2/2$, $F_{le}^t = \sqrt{3}mL\alpha/2$。

【15-19】 主矢为$\frac{3}{2}ma$,方向水平向左,$\frac{mv^2}{2R}$,方向铅直向上;主矩 $mRa/12$,逆时针。图略。

【15-20】 ma_O, $mRa_O/2$。图略。

【15-21】 $F_I^t = me\alpha$, $F_I^n = me\omega^2$, $M_I = m(R^2 + 2e^2)\alpha/2$,图略。

【15-22】 $\frac{1}{2}ml\sqrt{\omega^4 + \alpha^2}$; $ml^2\alpha/3$。

【15-23】 $F_I^n = mR\omega^2$, $F_I^t = mR\alpha$。图略。

【15-24】 $F_{IC} = 2m\omega v_r$, $F_{le}^n = 2mR\omega^2\cos(\theta/2)$, $F_{le}^t = 2mR\alpha\cos(\theta/2)$。图略。

【15-25】 $m(a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2\cos\theta)^{1/2}$。

【15-26】 主矢:$Pl\alpha/(4g)$,铅垂向上;$Pl\omega^2/(4g)$,水平向右。主矩:$7Pl^2\alpha/(48g)$,逆时针。

【15-27】 2.5 N;1 N·m。

【15-28】 B。

【15-29】 C。

【15-30】 C。

【15-31】 A。

【15-32】 $F_{IR} = ma_C$,水平向左;$M_{IA} = \frac{1}{2}mra_C$。

【15-33】 $F = \frac{\sqrt{3}}{4}W$。

【15-34】 $\omega \leqslant \sqrt{\frac{g}{r}\cot\varphi}$。

【15-35】 D。

【15-36】 A。

【15-37】 B。

【15-38】 C。

【15-39】 C。

【15-40】 A.×;B.√;C.√;D.√。

【15-41】 达朗贝尔原理用解决静力学问题的方法解决动力学问题。投影方程略。

【15-42】 否。

【15-43】 不对。

【15-44】 对质点系而言,各质点的主动力与惯性力构成一分布力系;矩的方程是由各质点主动力与惯性力向简化点取矩得到的。

【15-45】 (1) 不可以;(2) 可以,投影轴不能与两矩心连线垂直;(3) 可以,三矩心不能共线。

【15-46】 不需要考虑,因为它们成对出现。

【15-47】 (1) 0;(2) 否。

【15-48】 对;F_{IR}与简化中心无关。

【15-49】 $\boldsymbol{M}_{IO}=\sum_{i=1}^{n}(\boldsymbol{r}_i\times\boldsymbol{F}_{Ii})$。

【15-50】 一般情况下有关,当 $F_{IR}=0$ 时,M_{IO}与简化中心无关。

【15-51】 一般不同。

【15-52】 $\boldsymbol{F}_{IR}=-m\boldsymbol{a}_C$,在质量对称面内;$M_{IO}=-J_z\alpha$,沿转轴。

【15-53】 $\boldsymbol{F}_{IR}=-m\boldsymbol{a}_C$,$M_{Ix}=J_{xz}\alpha-J_{yz}\omega^2$,$M_{Iy}=J_{yz}\alpha+J_{xz}\omega^2$,$M_{Iz}=-J_z\alpha$

【15-54】 (1) $F_{IR}=0$,$M_{IO}=-J_z\alpha$。

(2) $F_{IR}=m\omega^2 e$,方向由 O 点指向 C 点,$M_{IO}=0$。

(3) $F_{IR}=0$,$M_{IO}=0$。

(4) $F_{IR}^{n}=m\omega^2 e$,$F_{IR}^{t}=mae$,$M_{IO}=-(J_C+me^2)\alpha$。

【15-55】 略。

【15-56】 略。

【15-57】 是。

【15-58】 约束上的动约束力由惯性力引起。

【15-59】 (1) $F_{IR}^{n}=ml\omega^2$,$F_{IR}^{t}=ml\alpha$

(2) 重物的惯性力作用在质心上。

【15-60】 (1) 相等;(2) 不等;(3) 不等。

【15-61】 (1) 不等;(2) 相等。

【15-62】 (1) 相等;(2) 不等;(3) 不等。

【15-63】 不同。

【15-64】 否。

【15-65】 不正确。

【15-66】 驱动时汽车的惯性力向后,后轮动压力大,后轮驱动产生的推力大;刹车时汽车惯性力向前,前轮动压力大,前轮刹车产生的制动力大。

【15-67】 离心惯性力作用的结果。

【15-68】 不对。

【15-69】 相同。

【15-70】 (1) 主矢、主矩均为零。

(2) 质点的惯性力沿两质点连线。

【15-71】 惯性力;惯性力分布。

【15-72】 由静约束力与动约束力两部分组成。动约束力为零的条件为转轴为中心惯性主轴。

【15-73】 若 $J_{xz}=J_{yz}=0$,则 z 轴为惯性主轴;通过质心的惯性主轴为中心惯性主轴;是。

【15-74】 $J_{xz}=\sum_{i=1}^{n}m_i x_i z_i$, $J_{yz}=\sum_{i=1}^{n}m_i y z_i$ 称为惯性积,惯性积可以是零与负值。

【15-75】 A.√;B.√;C.√。

【15-76】 若该轴为转轴,则惯性力系主矩沿该轴。

【15-77】 不对。

【15-78】 三根。

【15-79】 成立;代数量。

【15-80】 静平衡只消除惯性力主矢;动平衡同时消除惯性力主矢和主矩。

【15-81】 静平衡的刚体不一定动平衡;动平衡的刚体一定静平衡。

【15-82】 可能。

【15-83】 匀速转动或静止;不一定;是。

【15-84】 不一定;惯性力系向质心简化的主矩为零。

【15-85】 否。略。如定轴转动。

【15-86】 (1) 否;(2) 是;(3) 否;(4) 是。

【15-87】 $F_S=\dfrac{mR\omega^2}{2}$, $M=\dfrac{2mR^2\omega^2}{\pi}$。

【15-88】 $F_{IR}=ma_C$, $M_{IO}=\dfrac{3}{2}ma_C r$。

【15-89】 简化结果为一力偶,值为 $M_{IO}=-J_O\alpha$。

第十六章

【16-1】 错。

【16-2】 错。

【16-3】 略。

【16-4】 (a) $\delta r_A=2l\delta\theta\cos 2\theta$。可用几何法、虚速度法与坐标(解析)法;对此例用几何法与虚速度法比坐标(解析)法简单,几何法与虚速度法难易程度相同。

(b) $\delta r_A=\dfrac{h\delta\theta}{\sin^2\theta}$,可用几何法、虚速度法与坐标(解析)法,几何法与虚速度法相似,比较简单。用坐标法也不难,但要注意 $\delta\theta$ 的正负号,若 θ 角增加 $\delta\theta$ 为何值;若 θ 角减小 $\delta\theta$ 又为何值。

(c) $\delta r_A = -2l\sin\theta\delta\theta$。方法同上。

【16-5】 不是。

【16-6】 没有矛盾。

【16-7】 对。

【16-8】 对。

【16-9】 对。

【16-10】 对。

【16-11】 错。

【16-12】 对。

【16-13】 $\varphi = \arcsin\dfrac{2F}{kl}$。

【16-14】 $\delta r_B = 2\delta r_A\sin\theta$；$\theta = \arctan(0.5F_2/F_1)$。

【16-15】 1,1；F_1。

【16-16】 $2\tan\theta$:1:1；$F\tan\theta$。

【16-17】 $\delta r_B = l\delta\theta$；$M/l$。

【16-18】 $-F\delta x + 0.5P\delta x/\sqrt{3}$。

【16-19】 4:3;37.5 N,向上。

【16-20】 铰链 A,B,C,固定铰支座 O_1,O_2;滑道、弹簧。

【16-21】 $\delta r_C = \delta r_B$,$\delta r_E = \delta r_B$,$\delta r_F = 0$。

【16-22】 $y_B = l$；$x_A^2 + y_A^2 = a^2$,$(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 = b^2$。

【16-23】 $F/4$,图略。

【16-24】 $\sqrt{3}$:1。

【16-25】 B,B,A,A;图略。

【16-26】 A,A,B。

【16-27】 C。

【16-28】 C;图略。

【16-29】 C。

【16-30】 B。

【16-31】 A,D。

【16-32】 $l\cos^2\theta/H$

【16-33】 几何约束与运动约束;定常约束与非定常约束;完整约束与非完整约束;双面约束与单面约束等。

【16-34】 (1) A. $\sqrt{x^2+y^2} + \sqrt{(a-x)^2+y^2} = l$; B. $\sqrt{x^2+y^2} + \sqrt{(a-x)^2+y^2} \leqslant l$; 几何约束。

(2) $y = 0$,几何约束。

(3) $\dot{x}_O = r\dot{\varphi}$,运动约束。

(4) $\dot{x}_O = R\dot{\varphi}$,运动约束。

(5) 无约束。

(6) $(\sqrt{r^2-y_A^2}-x_B)^2+y_A^2=l^2$，几何约束。

【16-35】 (1) 理想约束；(2) 理想约束；(3) 理想约束；(4) 理想约束；(5) 理想约束；(6) 理想约束；(7) 非理想约束；(8) 非理想约束；(9) 理想约束。

【16-36】 约束方程是限制质点运动的各种条件，轨迹方程是质点运动过程中在空间所占据位置形式的曲线。例如：放在曲面上的质点，约束方程是曲面方程，而运动轨迹是该曲面上一条确定的曲线。

【16-37】 不是，原因同上题。

【16-38】 A. 自由质点。B. 不一定是自由质点。C. 自由质点。

【16-39】 $f_j(x_1,y_1,z_1,\cdots,x_n,y_n,z_n;t)=0 \quad (j=1,2,\cdots,s)$

$f_j(x_1,y_1,z_1,\cdots,x_n,y_n,z_n;\dot{x}_1,\dot{y}_1,\dot{z}_1,\cdots,\dot{x}_n,\dot{y}_n,\dot{z}_n;t)=0 \quad (j=1,2,\cdots,s)$

【16-40】 A.√；B.×；C.×；D.√。

【16-41】 能。

【16-42】 略。

【16-43】 (1) 非定常几何约束或完整约束。

(2) 非定常运动约束。

(3) 定常运动约束。

(4) 完整、双面、定常、几何约束。

【16-44】 略。

【16-45】 (a) $\begin{cases}\delta x=l\cos\theta\delta\theta\\ \delta y=-l\sin\theta\delta\theta\end{cases}$。(b)略。(c) $\begin{cases}\delta x_M=a\cos\theta_1\delta\theta_1+b\cos\theta_2\delta\theta_2\\ \delta y_M=-a\sin\theta_1\delta\theta_1-b\sin\theta_2\delta\theta_2\end{cases}$

【16-46】 (1) 几何法；(2) 虚速度法；(3) 解析法。各主要步骤略。

【16-47】 力在虚位移上作的功称为虚功；元功是力在无限小实位移上的功。

【16-48】 是。

【16-49】 C。

【16-50】 不一定。

【16-51】 将非理想约束力作为主动力考虑。

【16-52】 略。

【16-53】 略。

【16-54】 (a) $W_1=\frac{W_2}{2}$；(b) $W_1=\frac{W_2}{8}$；(c) $W_1=\frac{W_2}{6}$；(d) $W_1=\frac{W_2}{5}$。

【16-55】 略。

【16-56】 能。

【16-57】 (1) 完整；(2) 完整；(3) 完整；(4) 完整；(5) 完整。

【16-58】 (1) 定常、完整、保守约束；(2) 定常、非完整、非保守约束；(3) 非定常、非完整、保守约束；(4) 定常、完整、非保守约束；(5) 定常、非完整、保守约束；(6) 定常、完整、保守约束；(7) 定常、完整、非保守约束；(8) 非定常、完整、保守约束。

【16-59】 (1) 不是；(2) 可以。

【16-60】 没有正确给出 B 点虚位移。

【16-61】 A.√;B.×;C.×;D.×。

第十七章

【17-1】 落体不落在出发点,偏离出发点向西;轨迹不是直线,落体偏东;由于科氏惯性力的作用。

【17-2】 均不是。

【17-3】 $m\boldsymbol{a}_r = \boldsymbol{F} + \boldsymbol{F}_{Ie} + \boldsymbol{F}_{IC}$;$\boldsymbol{F}_{Ie} = -m\boldsymbol{a}_e$;$\boldsymbol{F}_{IC} = -m\boldsymbol{a}_C$

【17-4】 除了相对于惯性参考系作匀速直线平移的参考系外,其他相对于惯性参考系运动的参考系均为非惯性参考系。不完全适用。

【17-5】 略。

【17-6】 略。

【17-7】 无;不成立。

【17-8】 用科氏惯性力解释。

【17-9】 分别表示车厢作匀速直线运动、加速运动和减速运动;不相同。

【17-10】 是。

【17-11】 周期缩短。

【17-12】 略。

【17-13】 略。

【17-14】 略。

【17-15】 A. 相同; B. 不相同; C. 相同; D. 不相同。

【17-16】 存在;真实的。

【17-17】 不能;不是真实的。

【17-18】 受有牵连、科氏惯性力。

【17-19】 不是。

【17-20】 A.√;B.×。

【17-21】 (1) 向右面; (2) 向左面; (3) 与南北半球相同。

【17-22】 按顺时针方向打旋。

【17-23】 略;利用单摆摆动平面的进动。

【17-24】 $T = \dfrac{2\pi}{\omega \sin\varphi}$,$\omega$ 为地球自转的角速度,φ 为地球的纬度;当 $\varphi = 90°$ 时,其周期等于地球自转周期。

【17-25】 不能。

【17-26】 考虑地球自转的影响。

【17-27】 考虑科氏惯性力的作用;向右旋。

【17-28】 科氏惯性力与其他力。

【17-29】 (1) 分别为作用在质点上主动力与牵连惯性力的元功; (2) $\dfrac{1}{2}mv_{r2}^2 - \dfrac{1}{2}mv_{r1}^2 = W'_F + W'_{Ie}$; (3) 科氏惯性力始终垂直于相对速度,在相对位移中不作功;仍然成立。

【17-30】 相等。

【17-31】 大小相等,方向相反。若刚体有转动,这一关系不成立。

【17-32】 不一定。

第十八章

【18-1】 有多种方法;如冲击摆。

【18-2】 从碰撞时动能的损失去考虑。

【18-3】 从碰撞时动能的损失去考虑;有。

【18-4】 可以。

【18-5】 从碰撞时动能的损失去考虑;是。

【18-6】 除(5)之外均属于碰撞现象。

【18-7】 (a) 对心正碰撞;(b) 对心斜碰撞;(c) 偏心正碰撞;(d) 偏心斜碰撞。光滑非光滑碰撞,完全弹性、弹性、塑性碰撞难以判断。

【18-8】 略。

【18-9】 略。

【18-10】 略。

【18-11】 碰撞中用到的动量定理与非碰撞中用到的动量定理有所不同,所以另起一名称;不计普通力的冲量。

【18-12】 碰撞中用到的动量矩定理与非碰撞中用到的动量矩定理有所不同,所以另起一名称;一般用不到冲量矩的概念。

【18-13】 一般情况下,力矩中的 r 不是常量,难以积分,而碰撞过程中,可把 r 作为常量,容易积分。

【18-14】 按变形恢复程度(恢复因数)或能量有无损失:$k=1$,$0<k<1$,$k=0$。

【18-15】 完全弹性碰撞。

【18-16】 B。

【18-17】 C。

【18-18】 略。

【18-19】 B。

【18-20】 (1) 相同;(2) 水平。

【18-21】 可以作功;不用。

【18-22】 C。

【18-23】 (1) A,B 两球速度互换;(2) A,E 两球速度互换,B,C,D 球不动;(3) 略。

【18-24】 不能。

【18-25】 C。

【18-26】 球 2 不动,球 1 按原速度返回。

【18-27】 由于动能损失难以计算,因此一般不用。但若已知两材料间的恢复因数,则可求得动能损失,所以也可以使用。可以。

【18-28】 略。

【18-29】 略。

【18-30】 不能;能。

【18-31】 与$\boldsymbol{v}_0$的方向相反。

【18-32】 $\boldsymbol{v}_r = 1$ m/s,第二次碰撞后,大小车都恢复最初的速度。

【18-33】 A。

【18-34】 完全弹性碰撞弹起的较高。

【18-35】 B。

【18-36】 不一定。

【18-37】 有关。

【18-38】 动能相同,动量不同;相同。

【18-39】 完全弹性碰撞时大。

【18-40】 略。

【18-41】 不能。

【18-42】 略。

【18-43】 和撞击中心有关。

【18-44】 不能。

【18-45】 可以。

【18-46】 方向不同。

【18-47】 在水平方向敲击且通过撞击中心。

【18-48】 略。

第十九章

【19-1】 A.×;B.×;C.√;D.×;E.√。

【19-2】 (1)1;(2)9;(3)6;(4)3;(5)6;(6)3;(7)4;(8)1;(9)1;(10)6;(11)3;(12)1;(13)0;(14)6。

【19-3】 A.×;B.×;D.√;C.×。

【19-4】 (1)1;(2)2;(3)1;(4)2;(5)5;(6)2。

【19-5】 $(3n-s)$个。

【19-6】 略;可以有多种选择。

【19-7】 是。

【19-8】 和其他坐标无关的独立坐标;有。

【19-9】 不是。

【19-10】 A.√;B.×;C.×;D.×。

【19-11】 略。

【19-12】 略。

【19-13】 略。

【19-14】 A.×;B.√;C.×;D.×。

【19-15】 C。

【19-16】 略。

【19-17】 均可。

【19-18】 两个自由度;A,C,E。

【19-19】 不一定。

【19-20】 内力若作功,应计入。

【19-21】 可以;把非理想约束力作为主动力。

【19-22】 动力学普遍方程中的惯性力在拉格朗日方程中已以另外的形式出现。

【19-23】 是。

【19-24】 略。

【19-25】 能;推导略。

【19-26】 略。

【19-27】 可以不计算广义力;对保守系统。

【19-28】 (1) $\ddot{x}=g\sin\varphi$;(2) $\ddot{y}=-g$;(3) $\ddot{y}=-g$。

【19-29】 不一定;只有在完整约束下才能成立。

【19-30】 $-\sum_{i=1}^{n}m_i\ddot{\boldsymbol{r}}_i\cdot\frac{\partial\boldsymbol{r}_i}{\partial q_k}$ 称为广义惯性力;不一定。

【19-31】 $\frac{\partial\boldsymbol{r}_i}{\partial q_k}=\frac{\partial\dot{\boldsymbol{r}}_i}{\partial\dot{q}_k}$, $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial\boldsymbol{r}_i}{\partial q_k}\right)=\frac{\partial\dot{\boldsymbol{r}}_i}{\partial q_k}$;证明略。

【19-32】 $\boldsymbol{v}_i=\sum_{k=1}^{3n-s}\frac{\partial\boldsymbol{r}_i}{\partial q_k}\dot{q}_k+\frac{\partial\boldsymbol{r}_i}{\partial t}$。

【19-33】 等于系统的自由度数。

【19-34】 略。

【19-35】 D。

【19-36】 略。

【19-37】 不唯一;解释略。

【19-38】 略。

【19-39】 称 $m_{kl}=\sum_{i=1}^{n}m_i\frac{\partial\boldsymbol{r}_i}{\partial q_k}\cdot\frac{\partial\boldsymbol{r}_i}{\partial q_l}$ 为广义质量;不一定;有关。

【19-40】 $T+V=C$;机械能守恒。

【19-41】 拉格朗日函数中不显含的坐标;是广义坐标。

【19-42】 q_k 为循环坐标时,称 $\frac{\partial L}{\partial\dot{q}_k}=C$ 为拉格朗日的循环积分;广义动量守恒;是。

【19-43】 称 $p_j=\frac{\partial T}{\partial\dot{q}_j}$ 为广义动量;量纲与广义速度有关。

【19-44】 均可能相同也可能不同。

【19-45】 不是。

【19-46】 对。

第二十章

【20-1】 A。

【20-2】 (a) $\omega_n=\sqrt{\frac{k}{m}}$;(b) $\omega_n=\sqrt{\frac{k}{2m}}$;(c) $\omega_n=\sqrt{\frac{k}{2m}}$;

(d) $\omega_n=\sqrt{\frac{2k}{m}}$;(e) $\omega_n=\sqrt{\frac{2k}{m}}$;(f) $\omega_n=\sqrt{\frac{k}{m}}$;

(g) $\omega_n=\sqrt{\frac{k}{m}}$;(h) $\omega_n=\sqrt{\frac{g}{R}}$;(i) $\omega_n=\sqrt{\frac{2k}{3m}}$。

【20-3】 A。

【20-4】 固有;运动的初始条件和固有频率。

【20-5】 振幅,初相位,频率,周期。

【20-6】 不能改变系统的固有频率,因弹簧被压紧并不改变其刚度系数。

【20-7】 不相同;相同;固有频率有所降低。

【20-8】 (1) 固有频率加大$\sqrt{2}$倍;(2) 固有频率加大$\sqrt{2}$倍;(3) 不变化;(4) 不变化。

【20-9】 固有频率为$\sqrt{\frac{2k}{m}}$,周期为$\pi\sqrt{\frac{2m}{k}}$。

【20-10】 $a=\frac{\sqrt{3}}{6}l$时,$\omega=\sqrt[4]{3}\sqrt{\frac{g}{l}}$为最大值;当$a=0$时,$\omega=0$为最小值。

【20-11】 略。

【20-12】 $m\ddot{x}+kx=0$;$m\ddot{x}+kx=mg$。

【20-13】 (a) $\omega_n=\sqrt{\frac{mg+kl}{ml}}$;(b) $\omega_n=\sqrt{\frac{mg+kl}{ml}}$;(c) $\omega_n=\sqrt{\frac{mg+kl}{ml}}$;(d) $\omega_n=\sqrt{\frac{k}{m}}$;

(e) $\omega_n=\sqrt{\frac{k}{m}}$。

【20-14】 OC为刚体对通过质心的水平轴的回转半径时。

【20-15】 B。

【20-16】 圆频率、周期相同;振幅及初相位不相同。原因略。

【20-17】 (1)$\sqrt{\frac{k}{m_2}}$;(2) 不相同;(3) 不相同。

【20-18】 在振幅最大时,加速度最大,速度为零;在振幅为零时,速度最大,加速度为零。

【20-19】 (1) 不变;(2) 加快;(3) 变慢。

【20-20】 应将弹簧的质量等效到集中质量中。

$$\omega_n=\sqrt{\frac{k}{m+\frac{m_{eq}}{3}}}$$

【20-21】 瑞利法是用能量法估算多自由度系统的固有频率的方法。偏高,因为增加了约束。

【20-22】 略。

【20-23】 (1) 增加$\sqrt{2}$倍;(2) 增加$\sqrt{2}$倍;(3) 不变;(4) 不变。

【20-24】 否。

【20-25】 周期增长,然后再逐渐缩短,最后恢复到原来的周期。

【20-26】 否,初始振幅。

【20-27】 每根弹簧的弹性系数为 $2k$。因为两根弹簧串联与原弹簧作用效果一样。

【20-28】 不对。并联时 $k'=5k$;串联时 $k'=\frac{k}{5}$。

【20-29】 $\ddot{q}+\omega_n^2 q=0$。

【20-30】 $\sqrt{\frac{k_{eq}}{m}}$,其中 k_{eq} 满足式子:$\frac{1}{k_{eq}}=\frac{1}{k_1+k_2}+\frac{1}{k_3}+\frac{1}{k_4}$。因为 1 和 2 弹簧并联又与 3,4 弹簧串联。

【20-31】 $\sqrt{\frac{k}{m}}$;$\sqrt{\frac{2k}{m}}$。

【20-32】 $2\pi\sqrt{\frac{m}{2k}}$;$2\pi\sqrt{\frac{m}{2k}}$。

【20-33】 增大初位移和(或)增大初速度。

【20-34】 C。

【20-35】 A。

【20-36】 A。

【20-37】 A。

【20-38】 A。

【20-39】 A。

【20-40】 A;A。

【20-41】 $c=2\sqrt{mk}$ 为临界阻尼。$c<2\sqrt{mk}$ 为小阻尼,系统绕平衡位置振动;$c>2\sqrt{mk}$ 为大阻尼,系统直接趋于平衡位置,无振动。

【20-42】 略。

【20-43】 对。

【20-44】 A.√;B.×;C.×;D.×。

【20-45】 是,均等于 $4\pi m/\sqrt{4km-c^2}$。

【20-46】 不一定,只有当小阻尼状态下,才产生衰减振动。

【20-47】 A;C。

【20-48】 B。提示:用质点对点 O 的动量矩定理。

【20-49】 可由实验测出自由振动时相隔 N 个周期的两个振幅 A_i 和 A_{i+N},由公式 $\Lambda=\frac{1}{N}\ln\frac{A_i}{A_{i+N}}$,$\Lambda=\frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\approx 2\pi\zeta$,$c=2\zeta\sqrt{mk}$ 可求得 ζ 和 c。

【20-50】 对。

【20-51】 简谐受迫振动,当 $\omega=\omega_n$ 时发生共振。

【20-52】 是。

【20-53】 无阻尼振动在共振时振幅为无穷大,有阻尼振动在共振时振幅为有限的巨大值。另外有阻尼时,共振频率 $\omega=\omega_n\sqrt{1-2\xi^2}$,无阻尼时,共振频率 $\omega=\omega_n$。运动图线略。

【20-54】 C。

【20-55】 降低。解释略。

【20-56】 (1) A (2) B

【20-57】 略。

【20-58】 不是。

【20-59】 当 $\omega < \omega_n$ 时，相位相同；当 $\omega > \omega_n$ 时，相位相反；有阻尼振动时不相同。

【20-60】 阻尼对自由振动的振幅影响较大，它使振幅随时间成负指数曲线衰减，同时改变振动的固有频率；阻尼对受迫振动的振幅只在共振频率附近影响较大，使振幅减小。

【20-61】 刚开始一段为自由振动与受迫振动的叠加，振幅不固定，不是谐振动。经过一段时间，自由振动部分因阻尼而衰减之后为稳态过程(受迫振动)，是一种谐振动，振幅及频率皆为确定不变的值。

【20-62】 系统作激烈振动需要一定的时间积累，启动与停机时经过共振区域时间很短，能量没有积累。

【20-63】 主动隔振与被动隔振。异同点与举例略。

【20-64】 略。

【20-65】 在系统的受迫振动中，由于阻尼的存在，系统瞬态振动一般是衰减的，经过一段时间以后，可以不考虑瞬态振动的影响，运动的初始条件只决定瞬态振动，因此可以不考虑。

【20-66】 $\sqrt{\dfrac{k_1+k_2+k_3}{m}}$，因为弹簧并联；$\sqrt{\dfrac{(k_1+k_2+k_3)}{m}}$，因为共振现象。

【20-67】 图(a)系统比图(b)系统振动得厉害。因为图(a)系统中弹簧串联 $\omega_a = \sqrt{\dfrac{k}{2m}} = 10$ rad/s，(b)系统中弹簧并联 $\omega_b = \sqrt{\dfrac{2k}{m}} = 20$ rad/s，由于图(a)系统的固有频率与干扰力的频率相等，则图(a)系统共振。

【20-68】 (b)。$\omega_a = \omega_b = \sqrt{\dfrac{k}{m}} = 2$ rad/s，(b)系统的固有频率与其受到的干扰力频率相同，(b)系统将发生共振。

【20-69】 (b)。因为 $\omega_a = \sqrt{\dfrac{3k}{m}} = 10$ rad/s，$\omega_b = \sqrt{\dfrac{3k}{2m}} = 5\sqrt{2}$ rad/s，(b)将发生共振。

【20-70】 $\sqrt{\dfrac{k_1+k_2}{m}}$；$p$；$p = \sqrt{\dfrac{k_1+k_2}{m}}$。

【20-71】 2 rad/s，因为共振；3 rad/s，因为 $b = \dfrac{h}{p^2-\omega_3^2} < \dfrac{h}{p^2-\omega_1^2}$。

【20-72】 $\sqrt{\dfrac{k_1+k_2}{m}}$；$\omega$；$\sqrt{\dfrac{k_1+k_2}{m}} = \omega$。

【20-73】 共振时，其振幅是逐渐增大而趋于很大的值，而不是一步跳到很大的振幅，因而可以操纵汽轮机，使之快速通过共振区，而不致因振幅太大而破坏。

【20-74】 减振器所受的力与主质量上的激振力平衡，从而保证主质量静止不动，达到减振的目的。这种减振器只适用于激振频率基本不变的激振力。动力减振器的固有频率是

固定的，因此只能减小接近于这一频率的受迫振动。

【20－75】 主要是靠阻尼元件在振动过程中吸收能量来达到减振的目的。

【20－76】 250 r/min。

【20－77】 p。

【20－78】 D；B。

【20－79】 四个运动初始条件。

【20－80】 两个自由度系统有两个固有频率，在一定的初始条件下，系统可分别以这两个频率而振动，称为主振动。一般情况下，两个主振动的叠加，不再是简谐振动，也不一定都是周期运动。

【20－81】 按两个主振动的状态分别给定系统的初始位置再自由释放，或分别以两个固有频率的激振力也可以激起两种主振型的振动。

【20－82】 $\omega_1=\omega_2=\sqrt{\dfrac{k(m_1+m_2)}{m_1m_2}}$，周期为 $2\pi\sqrt{\dfrac{k(m_1+m_2)}{m_1m_2}}$

【20－83】 两个固有频率，两个主振型。

【20－84】 主频率是系统做同步运动的频率；它与单自由度系统的固有频率没有区别；它的大小与系统的质量与刚度等有关；要提高或降低主频率可调整 m 与 k 的值。

【20－85】 主振型是系统以主频率振动时的形状函数，也可以看成是系统同步振动的形状，它也只取决于系统本身的参数。

【20－86】 系统在第一固有频率激振力作用下按第一主振型振动。系统在第二固有频率激振力作用下按第二主振型振动。

【20－87】 当两个主频率 ω_1 与 ω_2 之比是有理数时才是周期振动；当两个主频率 ω_1 与 ω_2 之比是整数时，才是谐振动。

【20－88】 是。

【20－89】 否。解释略。

【20－90】 略。

【20－91】 n 个自由度系统一般有 n 个固有频率，有 n 个主振型。

【20－92】 $\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{x}}+\boldsymbol{C}\ddot{\boldsymbol{x}}+\boldsymbol{K}\boldsymbol{x}=\boldsymbol{F}$。解释略。

【20－93】 图略。

【20－94】 略。

【20－95】 二维谐振动；轨迹为利萨如曲线。

第二十一章

【21－1】 (1) 过定点与 A，B 连线平行的直线。

(2) 过定点与 A 作平面垂直于$\boldsymbol{v}_A$，过定点与 B 作平面垂直于$\boldsymbol{v}_B$，两平面的交线。

【21－2】 (1)错。$\boldsymbol{a}_1=\boldsymbol{\alpha}\times\boldsymbol{r}$，而$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{r}$，$\boldsymbol{\alpha}$ 与 $\boldsymbol{\omega}$ 一般不共线，所以 $\boldsymbol{a}_1$ 与 $\boldsymbol{v}$ 一般不共线。

(2) 错。$\boldsymbol{a}_1$ 垂直于 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{r}$ 组成的平面，一般 $\boldsymbol{\omega}$ 不在此平面内，$\boldsymbol{a}_1$ 不一定垂直于 $\boldsymbol{\omega}$。

(3) 错。$\boldsymbol{a}_1$，$\boldsymbol{a}_2$ 分别垂直于 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{r}$ 及 ω，$\boldsymbol{r}$ 组成的平面，这两个平面一般不垂直。

(4) 对。由公式 $\boldsymbol{a}_1=\boldsymbol{\alpha}\times\boldsymbol{r}$ 可知。

(5) 对。由公式 $\boldsymbol{a}_2 = \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{v}$ 可知。

(6) 错。$\boldsymbol{a}_2$ 垂直于 $\boldsymbol{\omega}$ 与 $\boldsymbol{v}$ 组成的平面，$\boldsymbol{\alpha}$ 一般不在此平面内。

(7) 对。由公式 $\boldsymbol{a}_2 = \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{v}$ 可知。

(8) 错。$\boldsymbol{a}_2$ 指向瞬时轴，不一定指向 O。

(9) 对。由公式 $\boldsymbol{a}_1 = \boldsymbol{\alpha} \times \boldsymbol{r}$ 可知。

【21-3】 相等。

【21-4】 两种说法均正确。因为刚体的角速度、角加速度均为零。

【21-5】 不在。因 $\boldsymbol{\alpha} = \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{\omega}}{\mathrm{d}t}$，如同 $\boldsymbol{v} = \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} \cdot \boldsymbol{r}$，$\boldsymbol{v}$ 一般不在同一直线上。

【21-6】 三个自由度；三个广义坐标。

【21-7】 进动角、章动角、自转角合称为欧拉角；三个。

【21-8】 通过定点的某一轴，一，欧拉定理。

【21-9】 有，可以。

【21-10】 (1) x, y, z 不是时间的函数，$\omega_x, \omega_y, \omega_z$ 是时间的函数。

(2) $\boldsymbol{v}_\xi = \omega_\eta \zeta - \omega_\zeta \eta$，$\boldsymbol{v}_\eta = \omega_\zeta \xi - \omega_\xi \zeta$，$\boldsymbol{v}_\zeta = \omega_\xi \eta - \omega_\eta \xi$；

$\boldsymbol{v}_x = \omega_y z - \omega_z y$，$\boldsymbol{v}_y = \omega_z x - \omega_x z$，$\boldsymbol{v}_z = \omega_x y - \omega_y x$

【21-11】 (1) $\boldsymbol{\omega} = \dot{\boldsymbol{\psi}} + \dot{\boldsymbol{\theta}} + \dot{\boldsymbol{\varphi}}$。

(2) $\omega_x = \dot{\psi}\sin\theta\sin\varphi + \dot{\theta}\cos\varphi$

$\omega_y = \dot{\psi}\sin\theta\cos\varphi - \dot{\theta}\sin\varphi$

$\omega_z = \dot{\psi}\cos\theta + \dot{\varphi}$

(3) $\omega_\xi = \dot{\theta}\cos\psi + \dot{\varphi}\sin\theta\sin\psi$

$\omega_\eta = \dot{\theta}\sin\psi + \dot{\varphi}\sin\theta\cos\psi$

$\omega_\zeta = \dot{\psi} + \dot{\varphi}\cos\varphi$

【21-12】 变，变。

【21-13】 (1)刚体以大小不变的角速度绕自转轴 z 转动，自转轴又以大小、方向都不变的角速度矢绕固定轴 ζ 转动(进动)，且 ζ 轴与 z 轴间夹角不变。

(2)有。

【21-14】 $\boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{\omega}_e \times \boldsymbol{\omega}_r$，$\boldsymbol{\omega}_e$ 为公转角速度矢，$\boldsymbol{\omega}_r$ 为自转角速度矢。

【21-15】 (1) $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r} = (\boldsymbol{\omega}_e + \boldsymbol{\omega}_r) \times \boldsymbol{r} = \boldsymbol{\omega}_e \times \boldsymbol{r} + \boldsymbol{\omega}_r \times \boldsymbol{r}$

(2) $\boldsymbol{a} = \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}) = \boldsymbol{\alpha} \times \boldsymbol{r} + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{v}$

【21-16】 (1) $\boldsymbol{a}_1$ 为转动加速度，$\boldsymbol{a}_2$ 为向轴加速度。

(2) 指向瞬时轴。

(3) 不是。

(4) 不是。

(5) 不是。

【21-17】 A.×；B.√；C.√；D.×。

【21-18】 A.×；B.×；C.√；D.×。

【21-19】 提示:在定点运动中,$\boldsymbol{\alpha}$,$\boldsymbol{\omega}$ 不共线。

【21-20】

$$\begin{bmatrix} \cos\psi\cos\varphi-\sin\psi\cos\theta\sin\varphi & \sin\psi\cos\varphi+\cos\psi\cos\theta\sin\varphi & \sin\theta\sin\varphi \\ -\cos\psi\sin\varphi-\sin\psi\cos\theta\cos\varphi & -\sin\psi\sin\varphi+\cos\psi\cos\theta\cos\varphi & \sin\theta\cos\varphi \\ \sin\psi\sin\theta & -\cos\psi\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$

【21-21】 是正交矩阵。略。

【21-22】 A. 可以;B. 不可以;C. 不可以;D. 不可以;E. 可以;F. 可以。

【21-23】 (1)在过 O 点与$\boldsymbol{v}_A$ 垂直的平面上。

(2) 在 OA 直线上。

(3) 在过 O 点不包括 OA 的所有直线上。

(4) 过定点 O 及线段 AB 上某点(不包括 A,B 两点)的直线。

(5) 与 $\boldsymbol{\omega}$ 共线。

(6) 过 O 点的任意直线。

【21-24】 A. 不可能;B. 可能;C. 不可能;D. 可能。

【21-25】 A.√,B.√,C.√。

【21-26】 (1)
$$\begin{cases} L_x = J_x\omega_x + J_{xy}\omega_y + J_{xz}\omega_z \\ L_y = J_{yx}\omega_x + J_y\omega_y + J_{yz}\omega_z \\ L_z = J_{zx}\omega_x + J_{zy}\omega_y + J_z\omega_z \end{cases}$$

(2)
$$\begin{cases} L_x = J_x\omega_x \\ L_y = J_y\omega_y \\ L_z = J_z\omega_z \end{cases}$$

【21-27】 不共线。为什么,略。

【21-28】 是平面运动。基点法是刚体平面运动法,而把绕两个平行轴转动的刚体认为是随同系杆(动系)的转动与相对系杆(动系)的转动方法,是另外一种合成运动法。

【21-29】 绕通过定点的某一瞬时轴的转动;各分转动角速度的矢量和。

【21-30】 (1) 无关;(2) 有关;(3) 有关。

【21-31】 随任选基点的平移,绕基点的转动,六。

【21-32】 (1)不同,(2)相同。

【21-33】 A.√,B.×,C.×,D.√。

【21-34】 A.√,B.√,C.√,D.√。

【21-35】 A.×,B.×,C.×,D.√。

【21-36】 不对。三点之间的距离不会改变,有三个约束(方程)。

【21-37】 仍然成立。

【21-38】 A.√,B.×。

【21-39】 可以。

【21-40】 (a)不可能;(b)不可能;(c)不可能;(d)不可能;(e)不可能;(f)可能。为什么,略。

【21-41】 均不正确。

【21-42】 提示:考虑陀螺力矩作用。

【21-43】 $\begin{bmatrix} J_x & -J_{xy} & -J_{xz} \\ -J_{yx} & J_y & -J_{yz} \\ -J_{zx} & -J_{zy} & J_z \end{bmatrix}$

【21-44】 $T=\frac{1}{2}\sum[m\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{v}],\boldsymbol{v}=\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{r}$

利用$(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c})$

有 $T=\frac{1}{2}\boldsymbol{\omega}\cdot\sum(\boldsymbol{r}\times m\boldsymbol{v})=\frac{1}{2}\boldsymbol{\omega}\cdot\boldsymbol{L}_O$

【21-45】 略。

【21-46】 (1) 陀螺有自身对称轴;(2) 陀螺绕对称轴高速旋转;(3) 自转角速度远大于进动角速度。

【21-47】 A.√;B.×;C.√。

【21-48】 进动方向与外力矩方向有关,其自转轴上点的运动方向与力矩矢方向一致。

$\omega_e=\frac{M_0^{(e)}}{J_z'\omega\sin\theta}$,其中 θ 为自转轴与进动轴夹角。

【21-49】 当章动角 θ 保持不变,进动角速度保持常值时,陀螺的运动称为规则进动。

$$M_0^{(e)}=J_z'\omega\omega_e\sin\theta$$

【21-50】 $\begin{cases} J_x\dot{\omega}_x+(J_z-J_y)\omega_y\omega_z=M_x \\ J_y\dot{\omega}_y+(J_x-J_z)\omega_x\omega_z=M_y \\ J_z\dot{\omega}_z+(J_y-J_x)\omega_x\omega_y=M_z \end{cases}$ 解释略。

【21-51】 A.√;B.×;C.×;D.√。

【21-52】 略。

【21-53】 略。

【21-54】 $\boldsymbol{\omega}$ 不是常矢量。刚体运动时,角速度向量在空间划出一个定锥面,同时在刚体上画出一个动锥面,并且动锥面在定锥面上纯滚动。

【21-55】 (1)

	i'	j'	k'
i	$\cos\psi$	$-\sin\psi$	0
j	$\sin\psi$	$\cos\psi$	0
k	0	0	1

(2)

	i'	j'	k'
i	$\cos\psi$	$-\sin\psi\cos\theta$	$\sin\psi\sin\theta$
j	$\sin\psi$	$\cos\psi\cos\theta$	$-\cos\psi\cos\theta$
k	0	$\sin\theta$	$\cos\theta$

(3)

	i'	j'	k'
i	$\cos\varphi\cos\psi$	$-\sin\varphi\cos\psi$	$\sin\theta\sin\psi$
j	$\cos\varphi\sin\psi$	$-\sin\varphi\sin\psi$	$-\sin\theta\cos\psi$
k	$\sin\varphi\sin\theta$	$\cos\varphi\sin\theta$	$\cos\theta$

【21-56】 略。

【21-57】 长轴方向为最小值,短轴方向为最大值。

【21-58】 是。

【21-59】 有使车头起伏的倾向。

【21-60】 根据赖柴定理,在重力作用下,陀螺对称轴不是直观地倒下,而是沿圆锥面进动。其进动角速度大小为:

$$\omega_e = \frac{M_O^{(e)}}{J_z'\omega\sin\theta}$$

从上式可见,ω 越大,ω_e 越小;当 ω 由于摩擦影响逐渐减小时,进动角速度 ω_e 会逐渐增大。

【21-61】 外力对陀螺质心的力矩为零时,这种陀螺称为自由陀螺。

L_O = 恒量。

鱼雷与导弹中安装的导向系统多用自由陀螺作为定向元件。

【21-62】 陀螺力矩是转子对轴承的作用力组成的力偶矩。

$$\boldsymbol{M}_g = -\boldsymbol{M}_O^{(e)} = J_z\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{\omega}_e$$

【21-63】 A.√;B.×;C.√;D.√。

【21-64】 均正确。

【21-65】 在枪膛或炮膛中有螺旋形的来复线,使子弹或炮弹出膛时就有很高的自转角速度,保证了它们在运动过程中一旦受到外来干扰,也不至于使自旋偏离瞄准的方向。

【21-66】 提示:考虑陀螺定向性质。

【21-67】 略。

【21-68】 略。

【21-69】 因为在这种坐标系中,刚体的各惯性矩和惯性积均不随时间变化。

【21-70】 可以。

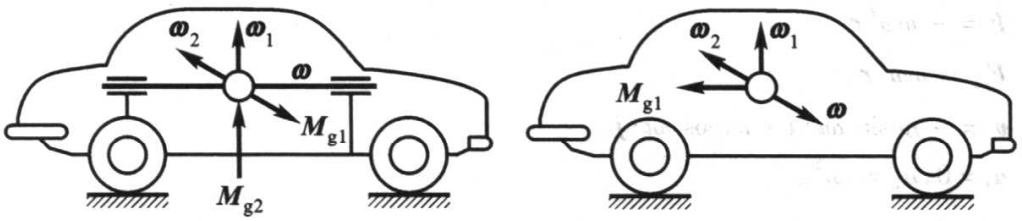
【21-71】
$$\begin{cases} m\boldsymbol{a}_C = \boldsymbol{F} \\ \dfrac{\mathrm{d}\widetilde{\boldsymbol{L}}_C}{\mathrm{d}t} + \boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{L}_C = \boldsymbol{M}_C \end{cases}$$

【21-72】 (1) 否;(2) 否;(3) 否。

【21-73】 (1) 设飞轮轮轴沿汽车纵向,角速度为 $\boldsymbol{\omega}$,转弯角速度为 $\boldsymbol{\omega}_1$,则陀螺力矩为 $\boldsymbol{M}_{g1} = J\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{\omega}_1$,方向如图(a)。当起伏角速度为 $\boldsymbol{\omega}_2$ 时,其陀螺力矩为 $\boldsymbol{M}_{g2} = J\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{\omega}_2$,方向如图。

(2) 设飞轮轮轴沿车身横向,角速度为 $\boldsymbol{\omega}$,如转弯角速度为 $\boldsymbol{\omega}_1$,则陀螺力矩为 $\boldsymbol{M}_{g1} = J\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{\omega}_1$,方向如图(b)。

如起伏角速度为 $\boldsymbol{\omega}_2$，$\boldsymbol{\omega}_2$ 与 $\boldsymbol{\omega}$ 共线，陀螺力矩等于零。



题 21－73 解图

第二十二章

【22－1】 A.×；B.√

【22－2】 使各级火箭燃烧完毕后所增加的速度相同。

【22－3】 A.×；B.√；C.×。

【22－4】 略。

【22－5】 前一式是由质点系动量定理导出的。后一式是由质点的动量定理导出的，其增加或减少的质量 $\mathrm{d}m$ 在增加前或减少后的绝对速度为零。

【22－6】 $\boldsymbol{F}_{\Phi}$ 是由并入或放出质量的相对速度引起的反推力；$\boldsymbol{F}_{\Phi a}$ 是由并入或放出质量的绝对速度引起的反推力。他们均是由质量的改变所引起的。

【22－7】 可减少火箭的质量，提高火箭的速度。

【22－8】 主要区别在于变质量的三大定理中包含由于放出或并入的微质量所引起的反推力。

【22－9】 $\boldsymbol{F}_{\Phi a}=\dfrac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{v}_1$，$\boldsymbol{v}_1$ 是质量元 $\mathrm{d}m$ 的绝对速度，$\boldsymbol{F}_{\Phi a}$ 表示并入质量元 $\mathrm{d}m$ 时对质点的作用力。

【22－10】 这两式可分别改写为

$$\mathrm{d}\left(\frac{1}{2}m\boldsymbol{v}^2\right)+\frac{1}{2}\boldsymbol{v}^2\cdot\mathrm{d}m=\boldsymbol{F}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}+\left(\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{v}_1\right)\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}$$

$$\mathrm{d}\left(\frac{1}{2}m\boldsymbol{v}^2\right)-\frac{1}{2}\boldsymbol{v}^2\cdot\mathrm{d}m=\boldsymbol{F}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}+\left(\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{v}_{\mathrm{r}}\right)\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}$$

这样，两式中 $\dfrac{1}{2}\boldsymbol{v}^2\mathrm{d}m$ 分别表示并入、离开质点 m 的质量元 $\mathrm{d}m$ 获得与带走的动能，从而 $(\boldsymbol{v}_1\cdot\boldsymbol{v})\mathrm{d}m$ 和 $\boldsymbol{F}_{\Phi}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}$ 分别表示并入、离开质点 m 的质量元 $\mathrm{d}m$ 的撞击力与反推力的元功。

【22－11】 $\boldsymbol{F}_{\Phi}=\dfrac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{v}_{\mathrm{r}}$ 是分出质量元 $\mathrm{d}m$ 时的反推力，$\boldsymbol{F}_{\Phi a}=\dfrac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{v}_1$ 是并入质量元 $\mathrm{d}m$ 时的正推力或撞击力；A，D。

第二十三章　杂题

【杂题－1】 能自由转动时间较长者为熟鸡蛋。在手的作用下，两种蛋可以获得相同的初始角速度，但生鸡蛋的蛋黄不能与蛋壳同步旋转，因而生鸡蛋初始动能便较小，所以持续转动时间便较短。

【杂题－2】 (1) 轨迹方程 $x^2 + y^2 = r^2$。

(2) $\boldsymbol{F} = -m\omega^2 \boldsymbol{r}$。

(3) $\boldsymbol{F}_1 = m\omega^2 \boldsymbol{r}$。

(4) $\boldsymbol{v} = -r\omega\sin\omega t \cdot \boldsymbol{i} + r\omega\cos\omega t \cdot \boldsymbol{j}$。

(5) $a_t = 0, a_n = r\omega^2$。

(6) $T = \frac{1}{2}mr^2\omega^2$。

(7) $\boldsymbol{p} = -mr\omega(\sin\omega t \cdot \boldsymbol{i} - \cos\omega t \cdot \boldsymbol{j})$。

(8) $L_O = mr^2\omega$。

【杂题－3】 A.√;B.√;C.×;D.√。

【杂题－4】 A.√;B.√;C.×。

【杂题－5】 略。

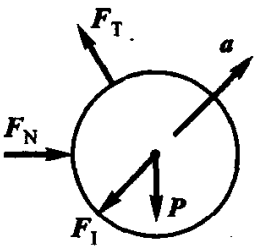
【杂题－6】 正确的姿势是,从最高点下降时,蹲下荡至最低点,这时重力力矩为最大,是驱动力矩,使人加速;从最低点上升时,站起荡至最高点,这时重力力矩是阻力矩,为最小,可使人尽量荡高。读者亦可用能量转换的角度分析本题。

【杂题－7】 AB 杆作平面运动,中点速度 $v_C = \frac{l}{2}\omega$,杆子角速度 $\omega' = \omega$。

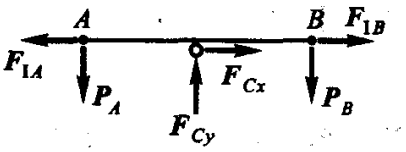
【杂题－8】 绕 A 点作定轴转动,$\omega' = -\frac{a}{l}\omega$。

【杂题－9】 (1) 平衡位置相同;绳索张力不同;受力如图所示。

(2) 平衡位置相同,受力如图所示。



杂题－9(1)解图



杂题－9(2)解图

(3) 在沿斜面向下方向上① $ma_r = mg\sin\theta - ma\cos\theta$;② $\frac{3}{2}ma_r = mg\sin\theta - ma\cos\theta$。

(4) $T_r = \frac{1}{2}J_B\omega^2 = \frac{1}{2}m_1 r^2 \frac{\left(\frac{m_2}{2} + m_1\right)g}{\left(\frac{1}{3}m_2 + m_1\right)l}$。

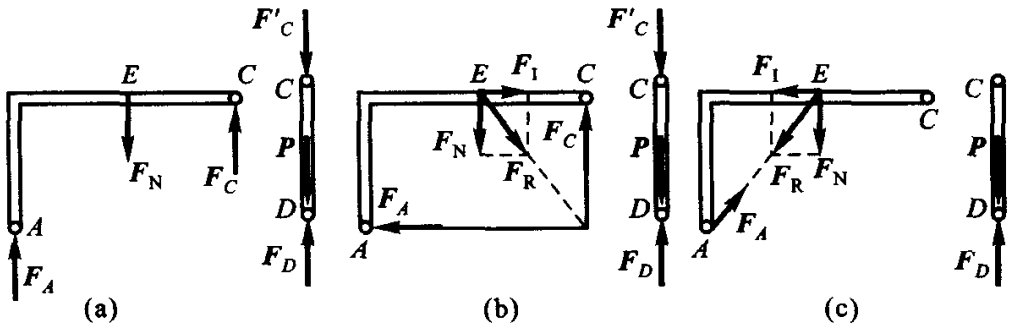
(5) $m\ddot{x}_r + kx_r = ma, \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$。

【杂题－10】 (1) BC 杆将绕铅垂轴作规则进动。

(2) 设 $BC = r, AB = l$,则 A 处约束力 $F_{Ax} = F_I\cos\psi, F_{Ay} = -F_I\sin\psi, F_{Az} = mg, M_x = mgl, M_y = 0, M_z = F_I l\cos\psi$。式中惯性力 $F_I = m\left(\frac{mgr}{L_B}\right)^2 \cdot r\sin\theta$,这里 L_B 是转子对 B 点的动量矩。

【杂题－11】 (1) CD 杆不是二力杆

(2) 在条件 A,B,C 下,两杆受力分别如(a)、(b)、(c)各图所示。



杂题－11 解图

【杂题－12】 (1) 不守恒。

(2) 守恒。

(3) 能。

(4) 守恒。

【杂题－13】 (1) 研究全系统,由 $\sum M_O(F)=0$ 求解。

(2) 三种方法为:刚体平面运动微分方程;达朗贝尔原理;动力学普遍方程。

(3) 可分别用静力学平衡方程和虚位移原理求解。

【杂题－14】 (1) 动能不等;对 O 点动量矩相等;动量相等皆为 O。

(2) 匀加速转动,因为力偶矩 M 为常量。

【杂题－15】 略。

【杂题－16】 时间相同,重力冲量相同,重力的功不同。

【杂题－17】 设 AB 与水平线夹角为 θ,则点 P 滑到 AB 上的直线与铅垂线夹角为 $\frac{\theta}{2}$ 时,所需时间最短。

【杂题－18】 设曲线方程为 $y=f(x)$,或 $\begin{cases}F(x,y)=0\\F(x,z)=0\end{cases}$,从点 P 到曲线上一点的直线段长为 $l=[(x_P-x)^2+(y_P-y)^2+(z_P-z)^2]^{\frac{1}{2}}$,它和铅垂线夹角为 θ,则 $\cos\theta=\frac{z_P-z}{l}$,点沿此直线滑下的加速度为 $a=g\cos\theta$,走完全程的时间为 $t=(2l/a)^{\frac{1}{2}}$,把它写成 x 的函数 $t=t(x)$,令 $\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}x}=0$,求出极值点 x_0,再由 $\left.\frac{\mathrm{d}^2t}{\mathrm{d}x^2}\right|_{x_0}>0$,得 t 为最小的点 x_0,可得到点 $M_0(x_0,y_0,z_0)$,线段 PM_0 即为所求。

【杂题－19】 略。

【杂题－20】 1. 静平衡方程;2. 动量矩定理;3. 虚位移原理。

【杂题－21】 不可能。若 A 点可以滑到 O 点,则可以证明,此时墙根 O 处对杆的作用力小于零,这说明假设错误。

【杂题－22】 $L_O=-6j+42k$

$J_x=12, J_y=16, J_z=16$

$J_{xy}=-6, J_{yz}=-2, J_{zx}=6$

$T=90$

【杂题－23】 提示：由公式$\begin{cases} m\boldsymbol{a}_C=\sum \boldsymbol{F} \\ \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{L}_C}{\mathrm{d}t}=\sum \boldsymbol{M}_C(\boldsymbol{F}) \end{cases}$及约束条件$\boldsymbol{v}_C+\boldsymbol{\omega}_{球}\times\overrightarrow{CA}=\boldsymbol{v}_A$出发求解。

【杂题－24】 略。

【杂题－25】 略。

【杂题－26】 按 $J_{x'}, J_{y'}, J_{x'y'}; J_x, J_y, J_{xy}$的定义以及$\begin{cases} x_i'=x_i\cos\theta+y_i\sin\theta \\ y_i'=-x_i\sin\theta+y_i\cos\theta \end{cases}$可证明本题。(3) 式物理意义是 $J_{x'}+J_{y'}=J_x+J_y=J_O$。

【杂题－27】 $J_{x'y'}=(-J_y+J_x)\cos\theta\sin\theta+J_{xy}\cos 2\theta$

【杂题－28】 $L=\dfrac{1}{2}m\dot{x}^2-\dfrac{1}{2}kx^2$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}}\right)-\frac{\partial L}{\partial x}=0$$

改变广义坐标原点，不改变最终结果。

【杂题－29】 (1) 有 4 个自由度；(2) 拆开：用公式$\begin{cases} m\boldsymbol{a}_C=\sum \boldsymbol{F} \\ J_C\alpha=\sum \boldsymbol{M}_C(\boldsymbol{F}) \end{cases}$或达朗贝尔原理，都可求出 B 点约束力。

【杂题－30】 (1)、(2)由$\begin{cases} m\boldsymbol{v}-m\boldsymbol{v}_O=\sum \boldsymbol{I} \\ L_C-L_{CO}=\sum M_C(\boldsymbol{I}) \end{cases}$出发求解。

(3) 该系统动能、动量、对质心的动量矩皆守恒，但对 B 点的动量矩不守恒。

【杂题－31】 略。

【杂题－32】 略。

【杂题－33】 不可以。为什么，略。

【杂题－34】 可以，证明如下：

若解除第 $k, k+1, \cdots, k+l$ 个约束，代之以约束力 $\boldsymbol{F}_k, \boldsymbol{F}_{k+1}, \cdots, \boldsymbol{F}_{k+l}$；则由虚位移原理可得：

$$\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{F}_i\cdot\frac{\partial \boldsymbol{r}_i}{\partial q_j}+\sum_{i=k}^{k+1}\boldsymbol{F}_{\mathrm{N}i}\cdot\frac{\partial \boldsymbol{r}_i}{\partial q_j}=0, j=k, k+1, \cdots, k+l \qquad ①$$

由此 $l+1$ 个方程，可以解出上述各约束力。

若解除上述约束，系统在主动力作用下运动，由动力学普遍方程，有

$$\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{F}_i\cdot\frac{\partial \boldsymbol{r}_i}{\partial q_j}+\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{F}_{1i}\cdot\frac{\partial \boldsymbol{r}_i}{\partial q_j}=0, j=k, k+1, \cdots, k+l \qquad ②$$

这时，如果取消主动力，同时解除上述约束，而令系统在 $-\boldsymbol{F}_{\mathrm{N}j}$作用下运动，则由动力学普遍方程得

$$\sum_{i=k}^{k+l}-\boldsymbol{F}_{\mathrm{N}i}\cdot\frac{\partial \boldsymbol{r}_i}{\partial q_j}+\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{F}_{1i}\cdot\frac{\partial \boldsymbol{r}_i}{\partial q_j}=0, j=k, k+1, \cdots, k+l \qquad ③$$

将式①代入式③，便得到式②，由此可知，本题的命题正确。

【杂题－35】 (1)、(2)皆可按图(b)受力图求此时各杆质心的加速度和转动的角加速度。

【杂题－36】 对不同的惯性系，同一问题的功和动能皆不相同，因为速度不同；但动能定理都成立；在非惯性系中，相对运动的动能的变化等于普通力及惯性力所作功的总和。

【杂题－37】 对，力的作用点不发生位移便不能作功。

【杂题－38】 无关；不变；改变系统的能量，摩擦力的功标志着系统能量的耗散，这与坐标系无关。

【杂题－39】 相同。理由与上一题相同。

【杂题－40】 不一定守恒。

【杂题－41】 相对运动动量的变化等于外力以及牵连惯性力、科氏惯性力的冲量之和。

【杂题－42】 在所有惯性系中，动量都守恒；相对于非惯性系，其相对动量不一定守恒。

【杂题－43】 对质心的动量矩定理有相同的形式。动能定理须计入惯性力的功。

【杂题－44】 (1) 不对，这时摩擦力始终作用在速度瞬心上，任何瞬时，其功为零。

(2) 重力不作功，静摩擦力作功。

【杂题－45】 否。

【杂题－46】 图(a)不平衡，图(b)平衡。

【杂题－47】 不通过。全约束力沿铅直方向通过质心。

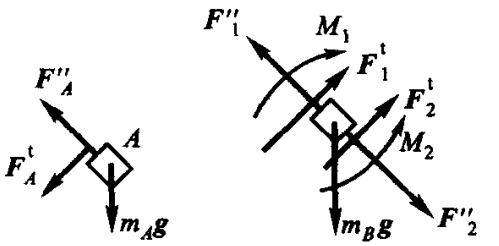
【杂题－48】 摆到铅垂位置的先后次序为(1)(b)；(2)(f)、(h)；(3)(g)；(4)(a)、(c)、(e)；(5)(d)；(6)(i)。

【杂题－49】 动能大小次序为(1)c；(2)(f)、(g)、(h)；(3)(a)、(d)、(e)；(4)(b)、(i)。

动量矩大小次序为(1)(c)；(2)(g)；(3)(f)、(h)；(4)(d)；(5)(a)、(e)；(6)(i)；(7)(b)。

动量大小次序为(1)(c)；(2)(g)；(3)(f)、(h)；(4)(b)；(5)(a)、(e)；(6)(d)；(7)(i)。

【杂题－50】 (1)、(2)、(3)题答案分别如本题解各图所示。



杂题－50(1)解图

【杂题－51】 (1)不等。

(2)不等。

(3)不同。

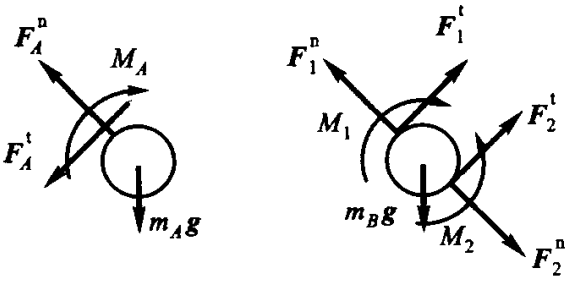
(4)不等。

(5)不相同。

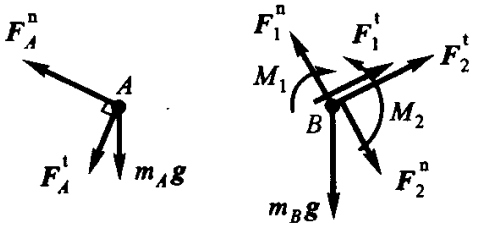
【杂题－52】 (1)、(4)为惯性运动。

【杂题－53】 都不可以。

【杂题－54】 绕 A 转动，且沿 AB 方向振动；转动的初始角速度 $\omega' = \frac{\omega}{2}$，振动的初始速度为零。以后的角速度由对 A 点的动量矩守恒来确定。



杂题－50(2)解图



杂题－50(3)解图

【杂题－55】 质心速度恒为$\frac{l\omega}{2}$，方向不变；两质点绕质心转动且沿 AB 方向振动，转动的初始角速度仍为 ω，振动的起始速度为零。以后的角速度由对质心的动量矩守恒来确定。

【杂题－56】 (1)是。

(2)否。

(3)影响相同。

(4)是。

(5)否。

【杂题－57】 (1)相同。

(2)不变。

(3)施力瞬时，DEF 的运动状态不变；此后，DEF 沿 AD 振动着加速前进。

(4) 动能不守恒，动量守恒，对系统质心的动量矩守恒。

【杂题－58】 (1)错；(2)错。

【杂题－59】 图(b)不是超静定结构，因为无多余约束存在。

【杂题－60】 提示：用动力学普遍方程，写出 $n+1$ 个方程，解此线性方程组即可。

【杂题－61】 (1)整体求 $F_{Ax}=0, F_{Ay}=F_{By}=\frac{n}{2}F$；再用节点法，依次研究节点 $A,1,2,\cdots,2n+1$ 的平衡条件求出各杆内力；最后研究节点 B 的平衡，验算前面的结果是否正确。

(2) 用动力学普遍方程，最终求出各节点加速度；用达朗贝尔原理，先研究整个系统求 A,B 处的约束力；用达朗贝尔原理和节点法，依次研究节点 $B,2n+1,2n,\cdots,3,2,1$，求出各杆内力。

【杂题－62】 (1)图示瞬时，各三角形的顶边中点为各三角形的速度瞬心，所以点 A_{n+1} 的速度等于点 A_1 的速度，即 $v_{n+1}=v_1$。

若 $n+1$ 为奇数，则两速度方向相同，否则相反。

(2) 设 $n+1$ 为奇数，OA_1 长为 a，则沿铅直向上方向在点 A_{n+1} 处加力 $F=\frac{M}{a}$ 可保持平

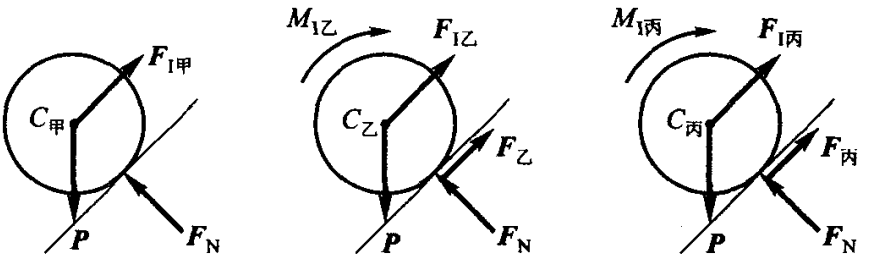
衡。(根据虚位移原理。)

【杂题－63】 (1) 甲、乙的动能相同,但与丙不同;三球动量都不等。

(2) 甲最先到;设斜面升角为 θ,若丙球与斜面的摩擦因数 $f=\frac{2}{7}\tan\theta$,则乙、丙两球同时到,若 $f>\frac{2}{7}\tan\theta$,则乙比丙先到,若 $f<\frac{2}{7}\tan\theta$,则丙比乙先到。

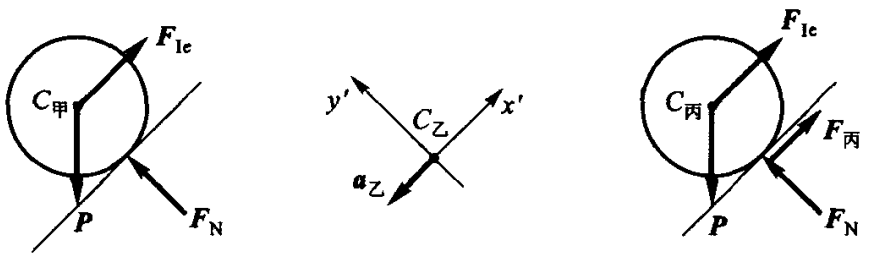
(3) 不同。

(4) 三球受力如图所示:



杂题－63(4)解图

(5) 如图所示:



杂题－63(5)解图

【杂题－64】 (1)在 x 方向不变,在 y 方向变化。

(2) 动量不守恒,重力势能与动能之和不守恒。

【杂题－65】 均不能

【杂题－66】 (1)不计杆的质量,设撤去力偶瞬时角速度为 ω_1,球到 O 点距离为 r_1,则此后当此距离为 r 时,角速度 $\omega=\frac{r_1^2}{r^2}\omega_1$

(2) 随杆转动的同时,沿杆作往复振动。

(3) 球 A 受力如图(a)。

图中 F_T 为弹簧力,F_N 为杆子对球的压力,其余为惯性力,球 B 和杆的图略。

(4) 球 A 受力如图(b),球 B 图略。

【杂题－67】 对图(a)

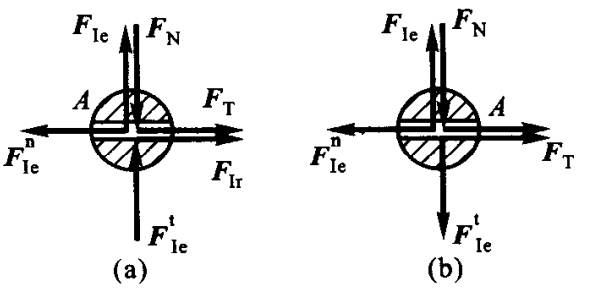
(1)拆开,用刚体平面运动微分方程求解。

(2)6 个动力学方程和 4 个运动学方程,10 个未知数。

(3)如解图(a)所示。

(4)略。

对图(b)



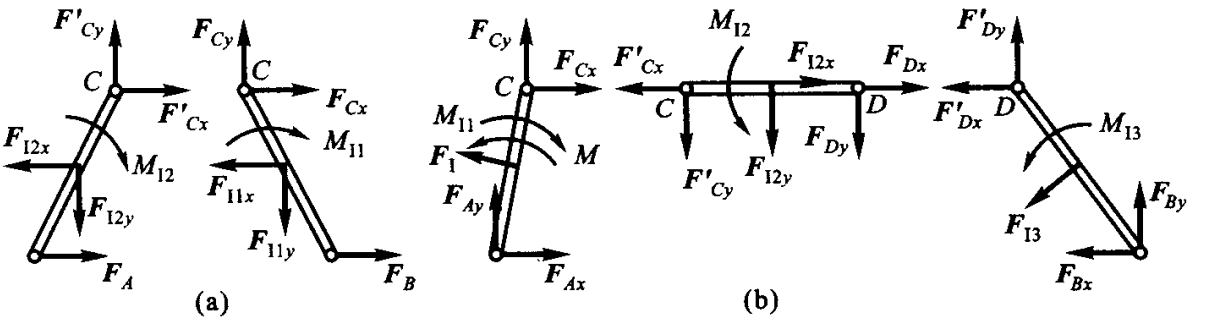
杂题 - 66 解图

(1)用动力学普遍方程求解

(2)一个动力学方程

(3)如解图(b)所示

(4)略。



杂题 - 67 解图

对图(c)。

(1)用动力学普遍方程求解

(2)一个动力学方程

(3)、(4)略。

对图(d)

(1)用动能定理求解

(2)一个动力学方程

(3)、(4)略

对图(e)

(1)用拉格朗日方程求解

(2)两个动力学方程

(3)、(4)略

对图(f)

(1)拆开,分别由 $\begin{cases} m\boldsymbol{a}_C = \sum \boldsymbol{F} \\ \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{L}_C}{\mathrm{d}t} = \sum \boldsymbol{M}_C(\boldsymbol{F}) \end{cases}$

求解

(2)5 个动力学方程和 2 个运动学方程,7 个未知量。

(3)、(4)略。

【杂题－68】 对图(a)

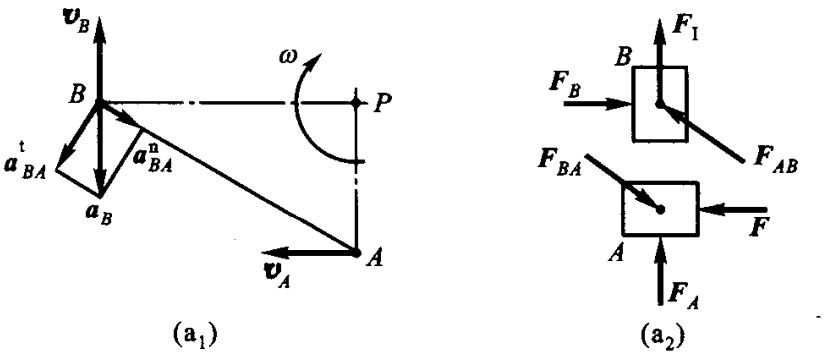
(1)用达朗贝尔原理;先研究滑块 B 求出杆子的作用力;再研究滑块 A,求出 F。

(2) 两个动力学方程,分别求力 F_{AB} 和 F。

(3) 如解图(a_1)所示。

(4) 如解图(a_2)所示。

(5) 略。



(a_1) (a_2)

杂题－68(a)解图

对图(b)

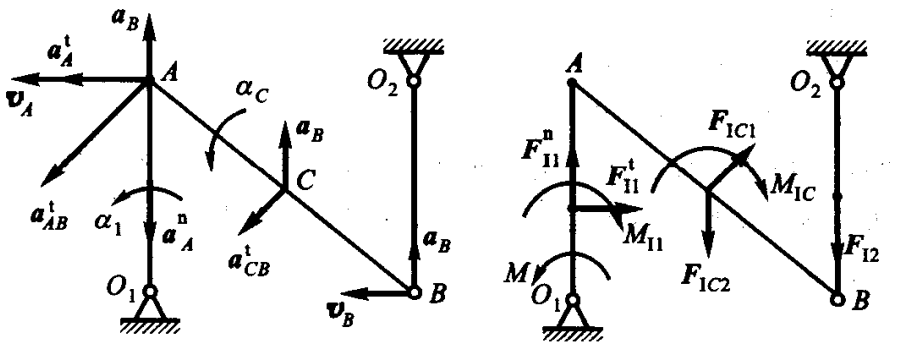
(1) 用动力学普遍方程。

(2) 一个动力学方程可求 M。

(3) 如解图(b_1)所示。

(4) 如解图(b_2)所示。

(5) 略。



(b_1) (b_2)

杂题－68(b)解图

对图(c)

(1) 用达朗贝尔原理。

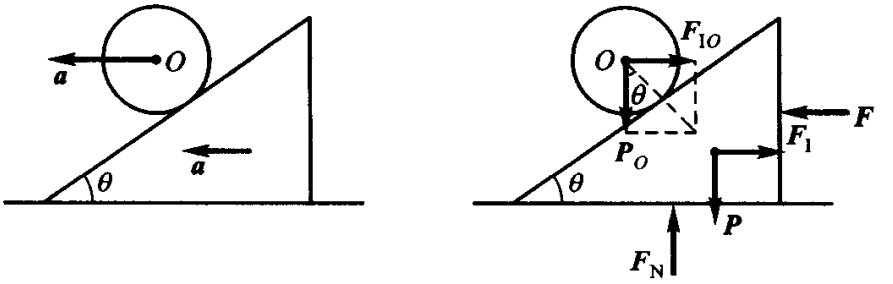
(2) 二个动力学方程分别求 a 和 F。

(3) 如解图(c_1)所示。

(4) 如解图(c_2)所示。

(5) 略。

【杂题－69】 (1) (a)错,(b)对。(a)中 $v_r = r(\omega_1 - \omega) \neq r\omega_1$



(c_1) (c_2)

杂题－68(c)解图

(2) 若轮上外力的主矢恒为零,则 L_O 为常量。

【杂题－70】 (1) 皆为零。

(2) 不对。

【杂题－71】 (1) 不同。

(2) 相同。

(3) (1)、(2)皆不同。

【杂题－72】 $\rho = \dfrac{v^2}{a_n} = \dfrac{v^3}{|\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{a}_n|} = \dfrac{v^3}{|\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{a}|}$

【杂题－73】 动能是常量,动量及动量矩不一定是常矢量。

【杂题－74】 (1) $\omega' = [(J_O + m \cdot OO_1^2)\omega + J_{O_1}\omega_1]/(J_O + J_{O_1} + m_1 OO_1^2)$,式中:$J_O = \dfrac{1}{2}mR^2$,$J_{O_1} = \dfrac{1}{2}m_1 r^2$。

(2) 动能不守恒,动量不守恒,对 O 点动量矩守恒。

(3) 小轮将沿半径 OO_1 开始向外运动,并在科氏惯性力作用下,小轮质心的相对轨迹将偏离半径方向,向后,在摩擦力作用下逐渐停止相对转动。

【杂题－75】 (1) 若无摩擦,则大轮和小球的运动状态不变,若摩擦较大,使小球在盘上只滚不滑,则大轮会转起来,小球的运动速度降下来且偏离直线。

(2)、(3)、(4)略。

【杂题－76】 A。

【杂题－77】 不一定,是超静定问题。

【杂题－78】 (1) 无影响。

(2) 无影响。

若盘的质心不在 O_1 点,则 ω 和 α 对 α_1 都有影响,只要 O_1 为盘的质心,便无影响。

【杂题－79】 A.×;B.√;C.×。

【杂题－80】 A.×;B.√。(A 或 B 处张力的水平分量与 C 处张力相等。)

【杂题－81】 (1) A,B,C 不变。

(2) A,B,C 不变。

【杂题－82】 (1) 不滑条件是 $\omega < \sqrt{\dfrac{f_s g}{r}}$。

(2) 不跳高条件是 $\omega < \sqrt{\frac{g}{r}}$。

(3) 略。

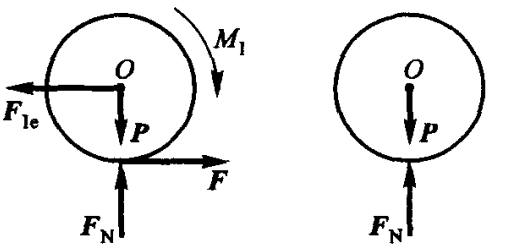
(4) 有相对滑动时，不计各杆重力。

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\dfrac{\partial T}{\partial \dot{\theta}}\right) - \dfrac{\partial T}{\partial \theta} = M - mgr\cos\theta \\ \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\dfrac{\partial T}{\partial \dot{x}}\right) - \dfrac{\partial T}{\partial x} = -f(mg - m\omega^2 r\sin\theta) \end{cases}$$

【杂题－83】 (1) 相对平板向左加速滚动，滚动的角加速度 $\alpha = \frac{a}{r}$。

(2) 相对平板以角速度 $\omega = \frac{v}{r}$ 向左匀速滚动。

(3) 在 $t_{1\sim2}$ 时间段上受力如图(a)所示；在 t_2 以后受力如图(b)所示。



(a) (b)

杂题－83 解图

【杂题－84】 (1) 是。

(2) D。

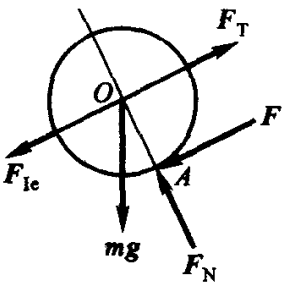
(3) A. $a_O = a_2 - a_1$。

B. $F_T = \frac{3}{2}ma_2 - \frac{1}{2}ma_1 + mg\sin\theta$。

C. 是相对运动的速度瞬心。

(4) 图中 $F_{Ie} = ma_1$。

(5) 动能表达式 T' 及动能定理 $\frac{\mathrm{d}T'}{\mathrm{d}t} = \sum P$ 成立，但 $\sum P$ 中应含牵连惯性力 F_{Ie} 的功率。



杂题－84 解图

(6) 否。

(7) 摩擦力相同，角速度、角加速度也相同，但质心的速度不同。

(8) 在静系上看，整个系统的摩擦力作功之和为零，重力作功。在动系上看，摩擦力不作功，重力作功。

(9) A. 动系上观察到的只有绕质心转动的动能 $\frac{1}{2}J_C\omega^2$，静系上看到的是总动能 $\frac{1}{2}mv_C^2 + \frac{1}{2}J_C\omega^2$。

B. 有相同形式 $\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} = \sum P$，这里，动能的区别如 A 所述，$\sum P$ 的区别是在质心参考系中只有摩擦力的功率。

C. 相同。

D. 摩擦力作功，重力不作功。

E. 相同。

【杂题－85】 对 O 点的动量矩不守恒，对 z 轴的动量矩守恒。

【杂题－86】 设地球系统对转轴的转动惯量为 J_z，动量矩为 L_z，则在第一种情况下，在人类迁移过程中地球转速加快，而定居后由于 J_z，L_z 皆不变，故地球转速同人类迁移之前，不变；在第二种情况下 L_z 不变，但 J_z 变大，所以转速下降；在第三种情况下，地球的惯性主轴将发生变化，故地球自转轴方向会发生变化。

【杂题－87】 (1) B 轮平移，A 轮作平面运动；经过时间 t 后两盘的动能、动量皆不同，系统的动量为 Ft

(2) 两盘皆作平面运动，两轮的动能不同，系统的动量仍为 Ft。

(3) 当地面有摩擦时，上述(1)、(2)的回答仍成立。

(4) A. 两轮的角加速度相等，动能相等。

B. 两轮的角加速度不等，动能不等。

C. 同(3)所述。

【杂题－88】 (1) 错；(2) 对

【杂题－89】 陀螺除绕 z' 轴自转外，还会发生进动。但在条件 A，B 下，进动角速度分别比 $a=0$ 时快和慢，在条件 C，D 下，进动角速度分别慢和快。

【杂题－90】 (1) 自由度数为 2。可选块 A 的水平位置坐标 x_1 和块 B 相对于块 A 的位置坐标 x_2 为广义坐标。坐标 x_1 的原点可任选，坐标 x_2 的原点可选块 B 在块 A 上相对静止平衡位置处。

(2) 可以。

(3) 相同，相当于 B 块相对运动作了坐标平移，但不会改变运动微分方程。

【杂题－91】 (1) 杆 OO_1 绕 O 转动，盘不转，A 点始终为盘的最高点。

(2) 杆转动，盘加速转动，便有此可能。

(3) 杆、盘以相同的角速度匀速转动。

(4) 杆不动，盘加速转动。

【杂题－92】 错，A 点不是盘的质心。

【杂题－93】 (1) $\omega_1 < \sqrt{\dfrac{g}{A_1}}$。

(2) $\omega_2 < \sqrt{\dfrac{fg}{A_2}}$。

【杂题－94】 (1) 转动角速度仍为 ω。

(2) 不同。

(3) 没断前点 C 受相邻质点作用的合力为零，断后不再为零。

(4) 以速度 $\omega \cdot \dfrac{l}{2}$ 增长的直线。

(5) 各段角速度仍为原杆的角速度，各段的速度瞬心轨迹仍为直线，直线增长的速度等于各段质心的速度。

【杂题－95】 (1) 杆的角速度最终趋于和盘的角速度相等；系统的动能减少；系统对质心 C 的动量矩不变。

(2) 不变。

(3) A. B 轮不动。杆绕 B 点转动，轮 A 绕杆上 A 点转动。

B. B 轮和杆不动，轮 A 绕杆上 A 点转动。

C. B 轮不动，轮 A 和杆相对静止，一起绕 B 点转动。

(4) 断开以后，所得两个子系统的质心将以断开瞬时的速度匀速运动使两个子系统上、下分开，而这两个子系统的杆子、轮子的角速度都和断开时一样，不变。

【杂题－96】 (1) 改变。

(2) 改变。

【杂题－97】 运动着的鸡蛋在碰撞过程中，速度突降为零，动能、动量都产生了剧变；而静止鸡蛋与静止的人相连，其能量、动量的变化相对小些，从而受到的冲击也小些。

【杂题－98】 刚体的惯性运动可定义为不受力的运动。

A.×；B.×；C.√。

【杂题－99】 做坐标转换可以求得在静参考系中的各运动量；这时惯性力系向质心简化的主矢和主矩分别为 $\boldsymbol{F}_{\mathrm{I}}=-m\boldsymbol{a}_C$，$\boldsymbol{M}_{\mathrm{I}C}=-\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{L}_C}{\mathrm{d}t}$，式中，$\boldsymbol{a}_C$，$\boldsymbol{L}_C$ 分别是质心的绝对加速度和绝对运动关于质心的动量矩。

【杂题－100】 顶端会砸伤踢柱子的人。

【杂题－101】 平衡条件：质点所受力的主矢为零。

刚体所受外力主矢为零，主矩也为零。

质点系的广义力都为零。

按动量、动能、动量矩的定义计算。质点的惯性力系为一汇交力系，可用一个惯性力表示，刚体的惯性力系为分布力系，可简化为一个惯性力和一个惯性力偶，质点系的惯性力系为分布力系；自由质点有 3 个自由度，自由刚体有 6 个自由度，自由质点系则更多。

【杂题－102】 在远地点使用。

【杂题－103】 若转轴是转动惯量最大的或转动惯量最小的惯性主轴，则可保持方向不变。

【杂题－104】 (1) A. 可以；刚体平移。

B. 可以；刚体平移。

C. 不可以。

(2) A. 可以，刚化原理

B. 不可以，A，B 处约束不同。

C. 不可以；约束条件不同。

(3) 可以。

(4) 不可以。

(5) A. 可以简化为图(b_2)来求解。

B. 都不可以。

(6) A. 可以

B. 不可以

C. 可以

D. 可以

E. 不可以

(7) A. 可以

B. 不可以

C. 可以

D. 不可以

E. 不可以

F. 不可以

G. 不可以

(8) 图(a)只可与图(b_3)等同。

(9) A. 不可以。

B. 不可以。

C. 不可以。

(10) 不可以;如果将(b)图中的$\boldsymbol{v}_2$用$\boldsymbol{v}_2 - \boldsymbol{v}_1$代替,则正确。

或可分别取杆 AB, CD 为动参考系 1 和 2,再由$\begin{cases}\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_1 + \boldsymbol{v}_{r1} \\ \boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_2 + \boldsymbol{v}_{r2}\end{cases}$两式求解

(11) 不可以。(a)图可以简化成(b_1)图,但不能简化为(b_2)图。

(12) 可以。

【杂题 - 105】 A.✓;B.╳。

【杂题 - 106】 (1) 在静系中,受力如图(a);在动系中受力如图(b)。

(2) 动能 $T = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}mr^2 + ml^2\right)\omega^2$

动量矩 $L_O = \left(\frac{1}{2}mr^2 + ml^2\right)\omega$

动量 $p = ml\omega$

(3) 提示:受力分析如图(c)

当 $F < fF_N$,且 $F \neq 0$ 时,只滚不滑

(4) 静系中的受力图如图(d),动系中的受力图如图(c)。

(5) 作功。

(6) 提示:受力如图(e),当 $F < fF_N$,且 $F \neq 0$ 时纯滚动。

(7) 断开前,静系中受力如图(f);动系中受力如图(g);断开后在一般位置上,从静系中分析,受力如图(h);从动系中分析受力如图(i)。

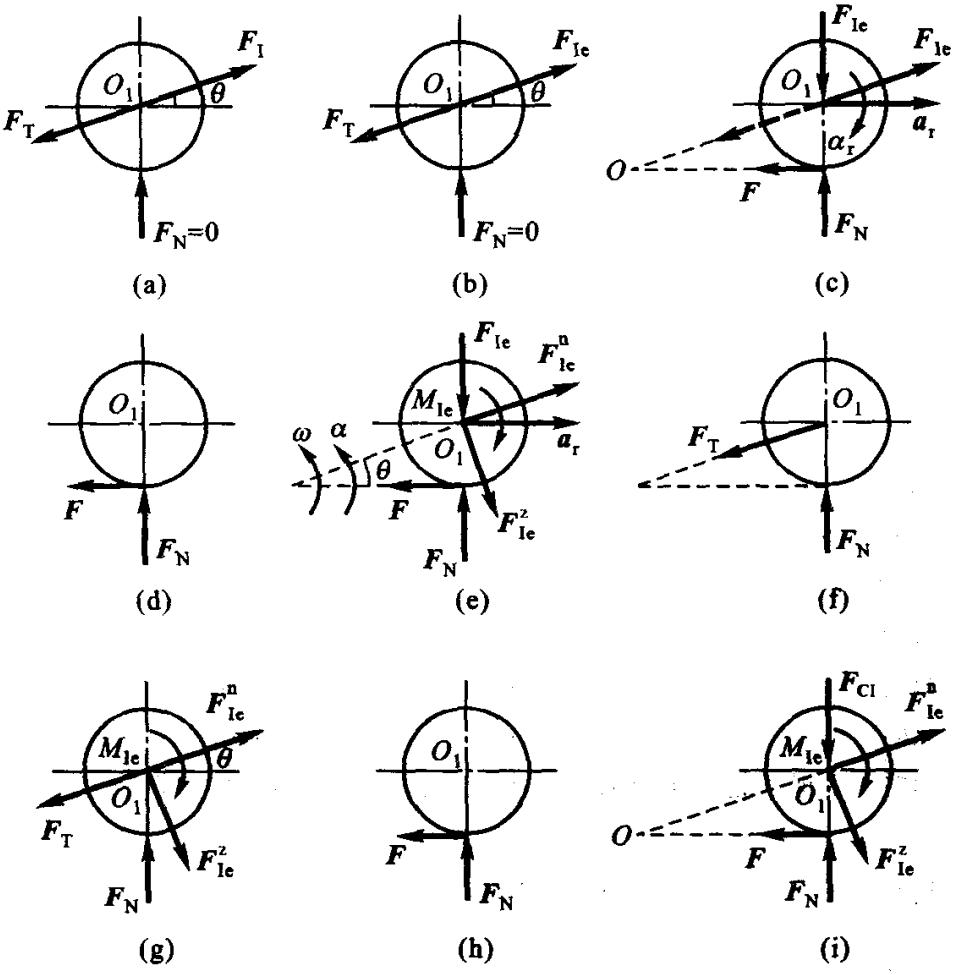
【杂题 - 107】 (1) 如图(a),图中 $M_I = J_C\alpha$, $F_I^n = m\omega^2 OC$, $F_I^t = m\alpha \cdot OC$,式中:J_C 是杆子对 C 点的转动惯量。

(2) 受力分析如图(b),图中 $M_{Ir} = J_A\alpha_r$, J_A 是杆子对 A 点的转动惯量。应用达朗贝尔原理对 A 点写平衡方程 $M_I - M_{Ir} - \frac{l}{2}F_I^n = 0$,求出相对角加速度 α_r 后得 B 点的相对加速度 $a_r = l\alpha_r$,则 B 点的绝对加速度为 $\boldsymbol{a}_a = \boldsymbol{a}_e^n + \boldsymbol{a}_e^t + \boldsymbol{a}_r$。如果上面求出的 $a_r \leqslant 0$,则 $\boldsymbol{a}_a = \boldsymbol{a}_e^n + \boldsymbol{a}_e^t$

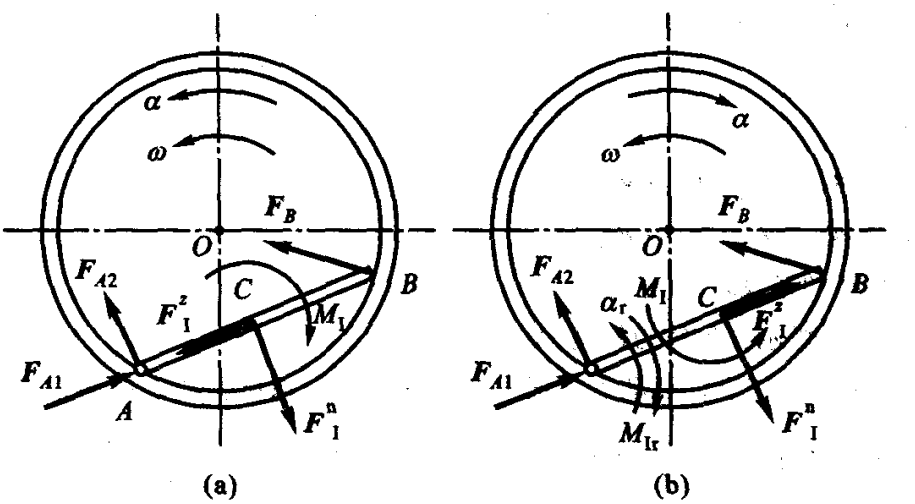
(3) 不对;不能;求解过程见(2)

【杂题 - 108】 A. 不对;B. 不对;C. 不计电机、B 轮及杆 AB 的重量时,正确。

【杂题 - 109】 略。



杂题－106 解图



杂题－107 解图

【杂题－110】 (1) 否。

(2) 作功，因其作用点的速度不为零且与摩擦力不垂直。

(3) 全系统机械能守恒，圆柱的机械能不守恒。

(4) 纯滚动时增加的动能较大

【杂题－111】 (1) $\omega=\sqrt{\dfrac{k}{m}}$。

(2) $\omega=\sqrt{\frac{g+a}{l}}$。

(3) $\omega=\sqrt{\frac{\sqrt{g^2+a^2+2ag\cos\theta}}{l}}$,式中 θ 为斜面升角。

(4) $\omega=\sqrt{\left(\frac{2m_1+4m_2}{m_1+4m_2}\right)\frac{g}{l}}$。

【杂题-112】 (a) $F_N=\frac{2}{3}F$。

(b) $F_N=\frac{F}{3}$。

(c) $F_N=F$。

【杂题-113】 不一定,例如北半球一质点沿水平直线槽作匀速直线运动,由于科氏惯性力作用,它必然会受到右侧槽壁的约束力作用。

【杂题-114】 是;是。

【杂题-115】 图(b)的力 F 作功较多,两图的力 F 的冲量值相等。

【杂题-116】 (a)、(b)的固有频率相等;(c)、(d)的固有频率相等。

【杂题-117】 在绳子越拉越短的过程中,点的轨迹不是圆,且质点速度越来越大,有切向加速度。

【杂题-118】 A.×;B.√;C.√;D.×;E×。

【杂题-119】 存在。

【杂题-120】 能。

【杂题-121】 水平向左沿抛物线下降

【杂题-122】 (1) 选小环 M 为动点,分别选 O_1A, O_2B 为动系 1 和动系 2,则由

$$\begin{cases}\boldsymbol{v}_a=\boldsymbol{v}_{e1}+\boldsymbol{v}_{r1}\\ \boldsymbol{v}_a=\boldsymbol{v}_{e2}+\boldsymbol{v}_{r2}\end{cases}$$

以及

$$\begin{cases}\boldsymbol{a}_a=\boldsymbol{a}_{e1}^n+\boldsymbol{a}_{e1}^t+\boldsymbol{a}_{r1}+\boldsymbol{a}_{C1}\\ \boldsymbol{a}_a=\boldsymbol{a}_{e2}^n+\boldsymbol{a}_{e2}^t+\boldsymbol{a}_{r2}+\boldsymbol{a}_{C2}\end{cases}$$

可求出点 M 的速度$\boldsymbol{v}_a$,加速度 $\boldsymbol{a}_a$。

(2) 用动力学普遍方程较为简便,只需二个方程。

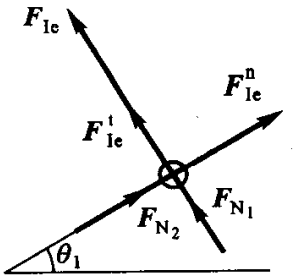
(3) 欲使小环 M 作直线运动需保证小环的加速度与速度共线。例如设从图示瞬时开始作直线运动,由上述条件可求出该瞬时 ω_1, ω_2 应该满足的关系式 $\frac{\alpha_1}{\omega_1}+\frac{2\omega_2 l_2}{l_1}=\frac{\alpha_2}{\omega_2}-2\omega_1\frac{l_1}{l_2}$;如果此时 $\alpha_1=\alpha_2=0$,则必须有 $\frac{\omega_2}{\omega_1}=-\frac{l_1^2}{l_2^2}$;这里负号表示,$\omega_2$ 的转向应与 ω_1 相反。

(4) 无穷多。

(5) 受力如图

(6) 有两个自由度,可选如图所示的角 θ_1, θ_2 为广义坐标。

(7) 例如:令 $\omega_1=O$, $\alpha_1=0$;这时 θ_1 为常量;这时取 O_2 为极点,杆 2 为极轴,令环 M 的横向加速度为 0,可得



杂题－122(5)解图

$$\alpha_2 - 2\omega_2^2\cot(\theta_1 + \theta_2) = 0$$

凡满足此式的 ω_2，α_2，都可使小环对 O_2 点的动量矩守恒。

【杂题－123】 (1) 水面向前下方倾斜。

(2) 水面仍为水平。

【杂题－124】 (1) 水流的动压力冲刷。

(2) 科氏惯性力冲刷。

(3) 越杆时重心最低。

参考文献

1 程靳主编．理论力学思考题解与思考题集．哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,2000

2 哈尔滨工业大学理论力学教研室编．理论力学:(Ⅰ),(Ⅱ)．第六版．北京:高等教育出版社,2002

3 高等学校理论力学试题库研制组研制．理论力学试题库．北京:高等教育出版社,1991

力学教学·学习辅导系列：

理论力学思考题集	哈尔滨工业大学理论力学教研室 编
理论力学学习指导与习题集（第3版）	哈尔滨工业大学等六校理论力学教研室 合编
理论力学学习辅导（哈工大·第6版）	哈尔滨工业大学理论力学教研室 编
理论力学教·学指导书（哈工大·第6版）	和兴锁 主编
理论力学学习指导与题解（郝桐生·第3版）	殷祥超 巫静波 编
材料力学思考题集	老亮 赵福滨 郝松林 吴荣礼 合编
材料力学学习指导书（单辉祖·第2版）	邱棣华 秦飞 王亲猛 夏雅琴 编著
材料力学学习指导书（刘鸿文·第4版）	陈乃立 陈倩 编著
材料力学教·学指导书（刘鸿文·第4版）	苟文选 主编
材料力学学习指导（孙训方·第4版）	胡增强 编
弹性力学简明教程学习指导（徐芝纶·第3版）	王润富 编
结构力学学习指导（龙驭球、包世华·教程）	雷钟和 编

ISBN 7-04-014474-3

9 787040 144741 >

定价 28.60 元